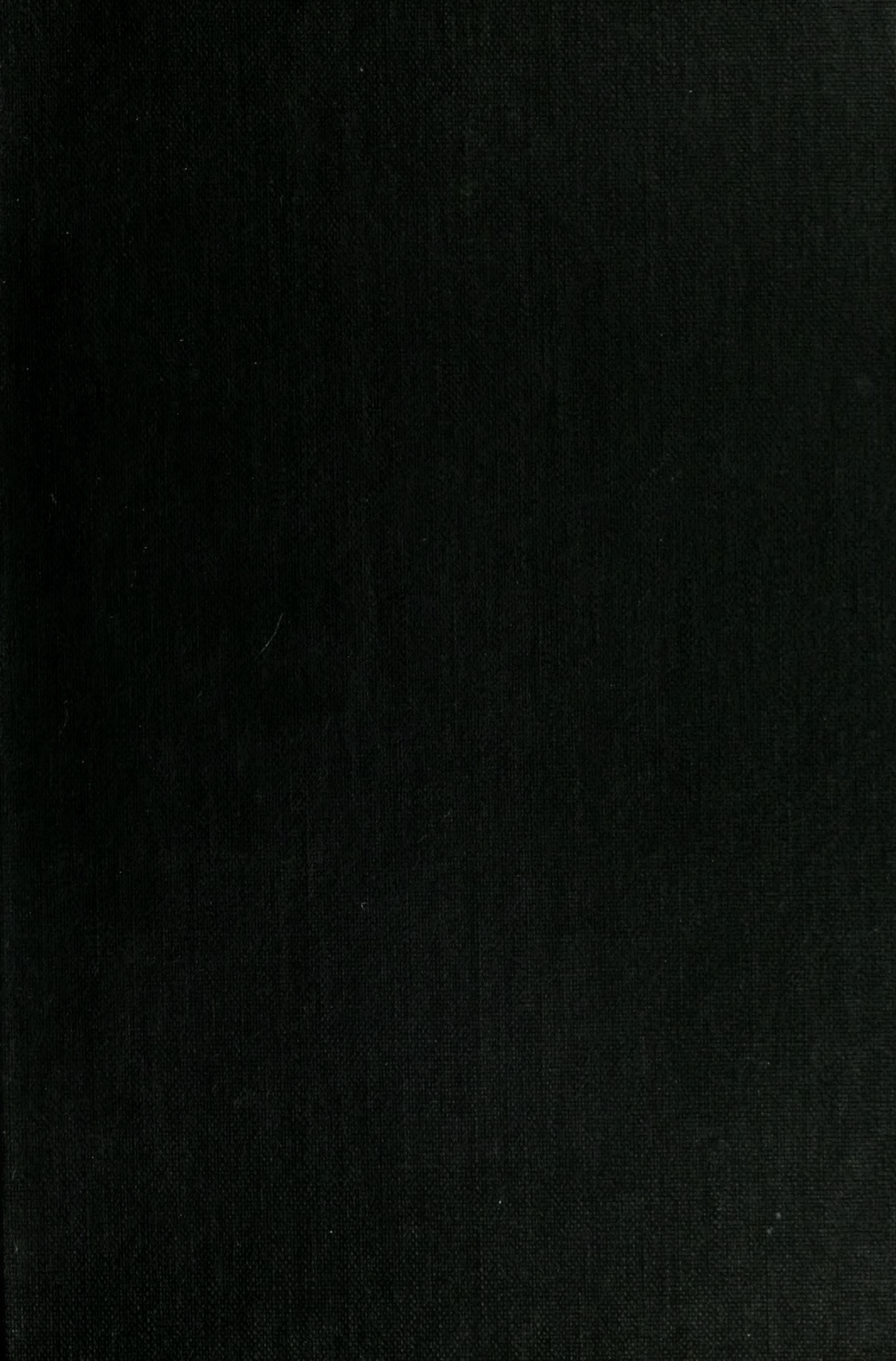


INTERNATIONALES
ARCHIV FÜR PHOTOGRAMMETRIE.

ORGAN

DER

„INTERNATIONALEN GESELLSCHAFT FÜR PHOTOGRAMMETRIE".

REDIGIERT

VON

HOFRAT E. DOLEŽAL,

O. Ö. PROFESSOR AN DER DEUTSCHÖSTERREICHISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE IN WIEN.

V. BAND.

1915—1919.

WIEN UND LEIPZIG.

BUCHDRUCKEREI UND VERLAGSBUCHHANDLUNG CARL FROMME, GES. M. B. H.

1919.

Verlagsarchiv-Nr. 1464.

Inhaltsverzeichnis

des

„Internationalen Archives für Photogrammetrie".

V. Band.

I. Namensverzeichnis.

II. Sachverzeichnis.

Abhandlungen.

Kleine Mitteilungen.

Literaturbericht.

Referate über Fachartikel in wissenschaftlichen Publikationen.

Bibliographie.

Vereinsnachrichten.

INTERNATIONALES
ARCHIV FÜR PHOTOGRAMMETRIE

Redaktion: Hofrat Prof. E. DOLEŽAL in Wien.

V. Jahrgang. November 1915. Heft 1.

Ingenieur Gustav Kammerer.



Geboren zu Salzburg 1866. Verunglückt bei Fischamend am 20. Juni 1914

Ingenieur Gustav Kammerer.

Von Hofrat Prof. E. Doležal.

Der Tod, der große Würger, weiß mancherlei Gestalt anzunehmen. Er kauert geduckt an senkrechter Felswand, um den Waghalsigen zum Sturz zu bringen, er hockt auf dem Kühler des dahinbrausenden Automobils, er reitet auf treibenden Eisbergen des Meeres, er legt die Knochenhand auf den Wechsel eines Eisenbahngeleises und streut giftige Keime über Länder und Städte aus. Nun ist er, seit Menschenwagemut und Pilotenkühnheit die Luft durcheilen, zum Flieger geworden, zum unsichtbaren fliegenden Tod, der mit eisigem Hauch die Stirne der tapferen Aviatiker hundertmal streift im grausamen Spiel, bis endlich sein Tag gekommen ist, an dem er grinsend auf zerschelltes Holz und Metall, auf zerrissene Tragflächen und zerschmetterte Motoren blicken kann, auf ein furchtbares Chaos von Drähten, Stangen und Fetzen, aus dem Flammen schlagen und ein Blutbächlein rieselt . . .

Der 20. Juni 1914 ist einer von diesen furchtbaren Lostagen gewesen! Neun Opfer sind gefallen, neun junge Menschenleben sind ausgelöscht! Im hellen Sonnenschein, an einem heiteren Junimorgen zwischen 10 und 1/2 11 Uhr hat ein verhängnisvoller Augenblick grauenhaftes Unheil angerichtet. Der grausame, erbarmungslose Sieger, dem alle Menschenleben früher oder später verfallen, hat einen seiner unheimlichen Schachzüge getan, der neun lebende Figuren aus dem Spiel des Lebens in die ewige Nacht schob.

Neun Menschen tot bei der Ballonkatastrophe in Fischamend! Acht Angehörige unserer tapferen Armee und ein Zivilist, Ingenieur Gustav Kammerer, der behufs Vornahme wissenschaftlicher Arbeiten in der Gondel des Körtingballons sich befand.

* * *

Gustav Kammerer war Mitte der Sechzigerjahre in Salzburg als Sohn eines Gymnasialprofessors geboren, absolvierte dort das Gymnasium, trat in der bekannten Werkstätte für Präzisionsmechanik von Starke & Kammerer in Wien ein und studierte nebenbei jene Fächer an der Wiener Technischen Hochschule, welche ihm einen klaren Einblick in den Bau geodätischer, astronomischer und mathematischer Instrumente bieten und ihn befähigen sollten, auf diesem Gebiete selbständig zu wirken. So verband Kammerer in äußerst nützlicher Weise mit der praktischen Betätigung in der Werkstätte die theoretisch-wissenschaftliche Ausbildung an der Hochschule.

Nach einigen Jahren intensiver Arbeit wurde ihm die Vertretung des mathematisch-mechanischen Institutes Starke & Kammerer in Amerika anvertraut; er ging nach Newyork und wirkte dort sehr verdienstlich im Interesse der österreichischen Industrie.

Als die Firma Starke & Kammerer ihr Geschäft in Amerika aufgab, ging Kammerer nach San Franzisko, brachte sich zunächst als Musiker fort und lernte später Persönlichkeiten kennen, mit deren Hilfe er eine Anstellung bei der Grenzkommission erlangte, welche die Grenze zwischen Mexiko und den Vereinigten Staaten festzustellen hatte, wobei er mit der Durchführung des geodätischen Teiles dieser Arbeiten beauftragt wurde. Ganz besondere Anerkennung fanden seine Arbeiten im Josemity-Tal.

Nach dem Austritte aus dieser Stellung blieb Kammerer noch einige Jahre in Amerika, war bei geodätischen Arbeiten in Kalifornien tätig und durchwanderte die wildesten Gegenden der Union und trat mit mehreren Indianerstämmen in Fühlung, deren Leben und Treiben ihn mächtig anzog.

Nun kehrte er nach Europa zurück, ging nach Paris und bezog die dortige „École politechnique", um seine technischen Studien abzuschließen; er erwarb das Diplom eines Ingenieurs.

Von der französischen Regierung erhielt er einen Staatsauftrag zum Studium der Kolonisationsverhältnisse in Dschibuti nördlich von Deutsch-Ostafrika. Auch dort hatte er Gelegenheit, unter den schwierigsten Verhältnissen ganz hervorragende Eigenschaften zu beweisen. Während dieser Zeit wurde er beauftragt, in Abessinien bei dem bekannten König Menelik in einer besonderen Mission zu erscheinen.

Von Afrika kam er nach Wien zurück und war durch einige Zeit in der präzisionsmechanischen Werkstätte Starke & Kammerer mit interessanten Arbeiten beschäftigt.

Vor etwa 15 Jahren ging er nach London, wo er in dem Institute des Österreichers Höfler vorübergehend wirkte. Nach seiner Rückkehr nach Wien assoziierte er sich mit dem Inhaber des erwähnten Institutes, einem Bruder des Wiener Universitätsprofessors Alois Höfler, und betrieb in umfangreicher Weise den Ex- und Import in diversen technischen Industriezweigen. In dieser Stellung war Kammerer auch einer der schätzenswertesten Mitarbeiter des Gewerbeförderungsamtes des Arbeitsministeriums, da er den Export von österreichischen Qualitätsprodukten sehr zu fördern wußte.

Durch einen Zufall trat Kammerer mit dem verstorbenen Hauptmann Scheimpflug in London in Verbindung. Sektionsrat Dr. K. Scheimpflug hat sich hierüber und über die Zusammenarbeit Kammerers mit seinem Bruder, einem Mitarbeiter des „Neuen Wiener Tagblattes" [1], in nachstehender Weise geäußert:

„Mein verstorbener Bruder Theodor Scheimpflug lernte den hochbegabten Ingenieur gelegentlich der Österreichischen Ausstellung in London kennen und seitdem war Kammerer mit ihm in engster freundschaftlicher und beruflicher Verbindung. Vorübergehend waren beide auch hier in Wien gemeinsam an der Konstruktion des Photoperspektographen tätig. Wenige Monate vor seinem Tode hatte mein Bruder, es war im Jahre 1911, von der brasilianischen Regierung die Anfrage erhalten, ob und unter welchen Bedingungen er bereit wäre, nach Brasilien zu gehen und dort Vermessungen

[1]) Siehe „Neues Wiener Tagblatt" vom 21. Juni 1914.

nach seiner Methode vorzunehmen. Er erachtete es in der Tat für notwendig, zur Feststellung, insbesondere der einschlägigen aeronautischen Verhältnisse, selbst nach Brasilien zu gehen, und veranlaßte Kammerer, von London nach Wien zu kommen, damit dieser während seiner Abwesenheit die Leitung seiner hiesigen Einrichtungen übernehme. Diesem Umstande verdanke ich es, daß ich nach dem im August 1911 eingetretenen Tode meines Bruders überhaupt in der Lage gewesen bin, seine Arbeiten vorzuführen. Denn mit Begeisterung und selbstverleugnender Hingebung hat seitdem Gustav Kammerer sich der Rettung und Fortführung des wissenschaftlichen Nachlasses meines Bruders gewidmet. Ihm ist es zuerst gelungen, eine photomechanische Zusammenfügung der mit dem Panoramenapparat gewonnenen Aufnahmen zu erzielen. Er hat zuerst im Herbst 1912 mittels des jetzt zugrunde gegangenen, schon damals seitens des Kriegsministeriums mir zur Verfügung gestellten, Körtingballons' den ersten gelungenen Versuch gemacht, trotz der Vibrierung von einem Lenkballon aus gute photogrammetrische Aufnahmen zu erzielen. Ihm ist es gelungen, mittels des seitens des bayrischen Generalstabes zur Verfügung gestellten Fesselballons im Frühjahr des vorigen Jahres die ersten photomechanisch zusammengefügten und stereoskopisch ausgearbeiteten Panoramenaufnahmen zu machen. Mit einem Worte: er war, der großen Öffentlichkeit unbekannt, in all seiner Stille ein großer, ein seltener Arbeiter. Und ist es nicht tragisch? Morgen, am Tage nach seinem jähen Tode, gehen an das Schweizer Militärdepartement, beziehungsweise an die Berner Ausstellung die stereoskopischen Verarbeitungen der Aufnahmen ab, welche er voriges Jahr im Sommer mit dem aeronautischen Material des Schweizer Generalstabes von Belpberge gemacht hat.

In Verarbeitung ist noch die stereoskopische Auswertung der photogrammetrischen Aufnahmen, welche er im Herbst vorigen Jahres im Auftrage eines französischen Studienkomitees über Initiative des Pariser Kartographen und Sekretärs des Pariser Aeroklubs Blondel de la Rougery mit dem Lenkballon ‚Clement Bayard' in Pierrefonds bei Amiens gemacht hat. In diesem Frühjahr hat Gustav Kammerer überdies unter Überwachung des sächsischen Generalstabes und des Dresdner Vermessungsamtes mit einem Lenkballon der ‚Parseval'-Type in der Nähe von Dresden photogrammetrische Aufnahmen gemacht und gelegentlich der Generalversammlung der Deutschen Gesellschaft für wissenschaftliche Luftfahrt in den Räumlichkeiten der Aktiengesellschaft Ernemann in Dresden über das aerophotogrammetrische Verfahren meines Bruders einen Vortrag gehalten, der allgemein mit dem größten Interesse aufgenommen wurde. Ermessen Sie also, was für eine ungeheure Lebensarbeit er in so jungen Jahren schon geleistet hat, und ermessen Sie, welcher Verlust also uns alle durch seinen jähen Tod betroffen hat.

Ein unglückseliges Verhängnis hat es gewollt — sagte Sektionsrat Scheimpflug in tiefer Bewegung weiter —, daß er in dem Augenblick uns entrissen wurde, wo ihm seitens des Kriegsministeriums die Aufgabe gestellt war, nicht nur einzelne Aufnahmen und Einzelpanoramen zu erzielen,

sondern das ganze Gebiet zwischen Fischamend und Bruck an der Leitha kartographisch aufzunehmen und auf diese Weise die Frage zu beantworten, inwieweit das aerophotogrammetrische Verfahren meines Bruders, sowohl was die Genauigkeit, als was die Rentabilität betrifft, mit den bisher geübten geodätischen Methoden konkurrenzfähig ist.

Ballonflüge hat Kammerer seit zwei Jahren gemacht. Er unternahm viele Flüge in den verschiedensten Ländern; sein weitester Flug war der, den er im vorigen Jahre mit dem Ballon ‚Charlotte' von Wanne in Westfalen nach Holland unternommen hat.

Kammerer hat in der letzten Zeit bei mir seit dem 8. d. in Fischamend gewohnt, weil das Kriegsministerium die Bedingung stellte, daß er draußen wohne. Gleich am 8. oder 9. d. erfolgte dort der erste Aufstieg zur Vornahme der erwähnten Messungen. An diesem Tage stiegen die Herren dreimal auf und machten Aufnahmen, die ausgezeichnet gelungen waren. Die Platten, auf denen diese Aufnahmen festgehalten wurden, sind bereits im Militärgeographischen Institut fertiggestellt. Bei dem dritten Aufstieg am 8. oder 9. d. trat auf dem Ballon ‚Körting' schon ein Motordefekt ein, und zwar erfolgte, wie sich später herausstellte, ein Kurzschluß. Infolge dieses Motordefektes habe ich Kammerer vor einigen Tagen — wer hätte es ahnen können, daß es das letztemal sein werde! — noch bei uns in Wien gesehen. Er kam aus Fischamend, gab einige Aufträge, brachte einige Sachen in Ordnung und reiste gleich wieder nach Fischamend ab."

Über die Probeaufnahmen der „Scheimpflugschen Aerophotogrammetrie, welche Kammerer am 2. Juni in Fischamend in Angriff nahm, sei ergänzend nachstehendes bemerkt.

Das Kriegsministerium hat für die in militärischer Beziehung hochwichtige Erfindung der Aerophotogrammetrie das größte Interesse, und nachdem die „Deutsche Luftfahrzeuggesellschaft" in Berlin den Luftschiffpark für aerophotogrammetrische Aufnahmen in Sachsen zur Verfügung gestellt hatte, wollte Österreich, das den Erfinder dieses Verfahrens zur Herstellung von Geländeaufnahmen doch zu seinen Söhnen zählte, nicht zurückbleiben. Es wurde daher der Lenkballon „Körting-Wimpassing" beauftragt, im Gebiete zwischen der Donau und der Leitha, also zwischen Fischamend und Bruck an der Leitha, Fahrten mit Kammerer an Bord unter der Kontrolle des k. u. k. Militärgeographischen Institutes zu unternehmen. Mittels des Scheimpflugschen Apparates sollte von dem militärischen Luftschiff aus je ein Plan im Maßstabe von 1:10.000 und 1:25.000 hergestellt werden. Diese beiden Aeroaufnahmen sollten dann zum Vergleiche mit den vorhandenen, nach alter Methode aufgenommenen Plänen herangezogen werden, um ein Urteil über den Wert der Scheimpflugschen Aerophotogrammetrie zu erhalten. Auch das Ackerbauministerium hat Versuchsaufnahmen angeordnet, die im Raume Groß-Enzersdorf — Orth — Götzendorf — Höflein stattfinden sollten.

Kammerer war nun bereits zehnmal mit dem „Körting" aufgestiegen, und wenn er in Freundes- und Bekanntenkreise von seinen Fahrten erzählte, dann leuchteten seine Augen. Immer sprach er sich hochbefriedigt über die Ergebnisse seiner wissenschaftlichen Tätigkeit im Lenkballon aus.

Über die Persönlichkeit Kammerers führen wir aus der erwähnten Äußerung des Sektionsrates Dr. K. Scheimpflug einem Mitarbeiter des „Neuen Wiener Tagblattes" gegenüber an:

„Kammerer war einer der liebenswertesten Menschen, die mir je untergekommen sind. Ein Beweis dafür ist, daß alle die vielen Menschen, mit denen er auf seinem gewiß nicht gewöhnlichen Lebensweg in Berührung gekommen ist, ihm trotz aller Differenzierungen die wärmste Sympathie entgegengebracht haben.

Neben seinen wissenschaftlichen Arbeiten fand er auch Muße zur Pflege der Musik. Speziell aus seiner musikalischen Betätigung verbanden ihn enge freundschaftliche Beziehungen zu Wiener musikalischen Kreisen, und insbesondere auch zu namhaften Ärzten. So war er mit dem Universitätsprofessor Dr. Rabl in Graz, mit Professor Dr. Grasberger in Wien und mit Dr. Litschmann in Amstetten durch enge Freundschaft verbunden. Er war persönlich die Anspruchslosigkeit selbst. Er war ein außerordentlich leistungsfähiger und wohltrainierter Tourist und benützte seine freie Zeit zur Erholung in den Bergen. Er war auch ein humorvoller Tagebuchschreiber. Seine Reiseerinnerungen aus Abessinien und Kalifornien verdienten wohl eine gelegentliche literarische Würdigung. Er war geradezu prädestiniert, die Arbeiten meines Bruders zu vollenden, nachdem kaum ein zweiter Mann die präzisionsmechanischen und geodätischen Verhältnisse in demselben Maße vereinigt, wie sie für diese schwierige Aufgabe erforderlich sind.

Kammerer hat in den letzten Jahren auch eine überaus reiche literarische Vortragstätigkeit entwickelt. Er beherrschte außer der deutschen mit derselben Fertigkeit die französische und englische Sprache. Es war ihm in Wien, Berlin, Paris, Brüssel und an anderen Orten mit Leichtigkeit gelungen, einen weiten Interessentenkreis für das schwierige, komplexe Problem der Aerophotogrammetrie zu gewinnen. In vielen tausenden Sonderabdrucken sind seine Vorträge in allen Sprachen hinausgesendet worden, und eben jetzt gerade ist auch eine spanische Übersetzung, welche in Buenos Aires erschienen ist, aus der Presse gekommen.

Ja, er war eine überragende Persönlichkeit, überragend durch Begabung, Ausdauer und hervorragende Charaktereigenschaften, die ihm in seinem wissenschaftlichen Streben und in seinem persönlichen Verkehr überall große Sympathien eintrugen. Ich betrauere darum in Kammerer einen unserer Besten."

Kammerer, der 48 Jahre alt war, starb unverheiratet.

Das Leichenbegängnis Kammerers fand gleichzeitig mit jenen der militärischen Opfer der furchtbaren Katastrophe von Fischamend auf dem Zentralfriedhofe unter imposanter Beteiligung ziviler und militärischer Kreise statt.

In einem Ehrengrabe, welches der Stadtrat von Wien für die Bestattung der unglücklichen Opfer widmete, wurde Kammerer zur ewigen Ruhe gebettet.

Die „Österreichische Gesellschaft für Photogrammetrie" verliert ein verdienstvolles Mitglied, das, in den ersten Reihen der Praxis der Ballonphotogrammetrie stehend, noch so manchen wertvollen Beitrag zur Förderung der geistreichen Scheimpflugschen Ideen in der Aerophotogrammetrie

geliefert hätte. Sie wird ihm, dem auf dem Felde der Arbeit gebliebenen Pionier, stets ein treues und dankbares Gedenken bewahren!

* * *

Von den größeren Publikationen photogrammetrischen Inhaltes, welche aus der Feder G. Kammerers stammen, seien angeführt:

1. „Die photogrammetrische Meßkunst in der Aeronautik" in „Deutsche Luftfahrerzeitschrift" 1912.
2. „Das Flugwesen in den Kolonien" in „Deutsche Kolonialzeitung" 1912.
3. „Landesvermessung aus der Luft" in „Allgemeine Ingenieurzeitung" 1912.
4. „Aero-Stereophotogrammetrie oder Scheimpflugs Aerophotogrammetrie" ebenda 1912.
5. „Th. Scheimpflugs Landesvermessung aus der Luft" im „Archiv für Photogrammetrie", III. Band, Wien 1912.
6. „Photographische Landesaufnahme vom Luftschiff aus" ebenda 1913.
7. „La Photogrammétrie aérienne" in „Technique aéronautique", Paris 1913.
8. „Aérophotographie, Photoperspectographe" in „La conquête de l'air", Paris 1913.
9. „Der Topograph im Ballon" in „Bulletin des Schweizerischen Aero-Club", Zürich 1913.
10. „Geographical Charts prepared by Aerial Photography" in „Scientific American Supplement" 1913.
11. „Scheimpflugs Erfindungen im Dienste des Architekten" in „Wiener Bauhütte", Wien 1914.

Kinematographische Aufnahme fliegender Artilleriegeschosse bei Tageslicht oder bei künstlicher Beleuchtung[1]).

Von Hildebrand Freih. v. Cles, k. u. k. Oberstleutnant im technischen Militärkomitee.

Die photographische Fixierung der Vorgänge in der Luft um das bewegte Geschoß herum nach den Methoden von E. Mach, P. Salcher u. a. wurde im 11. Heft 1897 der „M. A. u. G." von Oberst Albert Edlen v. Obermayer besprochen. Diese Versuche hatten im allgemeinen den Zweck, die durch das Geschoß hervorgerufenen Luftwellen zu erforschen, um daraus sowohl für die Geschoßkonstruktion, als auch für die äußere Ballistik wertvolle Daten erhalten zu können.

Alle diese und noch spätere derlei Versuche mußten immer im verdunkelten Raume durchgeführt werden, wobei das Objektiv des photographischen Apparates schon vor Abgabe des Schusses geöffnet wurde. Die Belichtung erfolgte durch den ungemein kurz andauernden elektrischen

[1]) Abdruck aus den „Mitteilungen über Gegenstände des Artillerie- und Geniewesens", Wien 1914, vorher besprochen in den Sitzungsberichten der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse; Bd. CXXIII Abteilung II a, April 1914.

Funken, welcher das Geschoß im Momente des Vorüberfliegens vor dem Objektive von rückwärts beleuchtete. Diese sogenannte Funkenphotographie mußte gewählt werden, weil die Technik nicht imstande war und noch nicht ist, einen Momentverschluß für eine konstante Lichtquelle zu konstruieren, welcher auch nur annähernd die bei so raschen Bewegungen zur Erzielung scharfer Bilder notwendige minimale Belichtungsdauer, wie sie der elektrische Funke gibt, gewährleisten könnte. Bei den anfänglichen Methoden erhielt man bei einem Schuß stets nur ein Geschoßbild. Geheimrat Prof. Dr. Carl Cranz und H. Boas in Berlin haben jedoch in letzter Zeit mit Hilfe sinnreich erdachter kinematographischer Apparate es ermöglicht, bei einem einzigen Schusse eine ganze große Serie äußerst interessanter und lehrreicher Bilder zu erzielen, und zwar sowohl des im freien Luftraum sich bewegenden Geschosses oder dessen Eindringen in verschiedene Körper, als auch der mechanischen Vorgänge bei der Waffe selbst. Hiebei mußte jedoch, ebenso wie bei dem älteren Machschen Verfahren, in einem dunklen Zimmer und mit Anwendung elektrischer Funken gearbeitet werden. Naturgemäß kommen bei diesen durch den verdunkelten Raum beschränkten Versuchen meist nur Gewehr-, Revolver- oder Pistolengeschosse in Betracht, weil es immer darauf ankommt, nahe bei den Aufnahms- und Beleuchtungsapparaten vorbeizuschießen, was wohl bei Handfeuerwaffen auf kurzen Entfernungen möglich ist, bei Geschützen aber mit den großen Erschütterungen beim Schusse, der bedeutenden Streuung bei längerer Schußdistanz, selbst dann schwer durchführbar erscheint, wenn auf dem Schießplatze bei Nacht unter Anwendung von Scheinwerfern geschossen würde. So viel bekannt ist, wurden solche Versuche auch nicht durchgeführt, mit Ausnahme von Einzelaufnahmen einer Granate im Fluge durch Hauptmann Schatte[1]).

Im technischen Militärkomitee wurde nun der Gedanke aufgegriffen, derartige ballistisch-photographische Versuche bei Geschützen in freier Ebene und bei Tageslicht durchzuführen und hiebei einen kinematographischen Apparat zu benützen, welcher keine komplizierteren Vorbereitungen erfordert als jeder käufliche Apparat, wie er für Aufnahmen der jetzt so beliebten lebenden Bilder benützt wird. Der Apparat sollte vorerst dazu dienen, die Lage des Geschosses im Raume nahe dem Treffpunkte zu bestimmen, ballistische Daten für Anfang und Ende der Flugbahn zu liefern, womöglich die Flugzeit zu messen und das Verhalten des Geschosses, sowie der Pulvergase beim Verlassen der Mündung sichtbar zu machen.

Durch Versuche konnte festgestellt werden, daß sich ein mit mittlerer Geschwindigkeit bewegendes Artilleriegeschoß mit einem gewöhnlichen kinematographischen Aufnahmeapparat, der senkrecht zur Schußrichtung aufgestellt wird, photographieren läßt, halbwegs klare Luft und die Bedingung vorausgesetzt, daß der Hintergrund, auf welchen sich das Bild des Geschosses projiziert, entweder vom Firmamente oder von sonst einer lichten Fläche (Schnee) gebildet wird. Auf dunklem Hintergrunde heben sich die

[1]) Hauptmann Schatte im 3 Lothringischen Feldartillerie-Regiment Nr 69 „Über eine neue Methode der Kinematographie mit elektrischen Funken". Veröffentlicht in der „Zeitschrift für das gesamte Schieß- und Sprengstoffwesen" Nr 4 von 1913

Geschoßbilder schwer und undeutlich ab. Bei Benützung eines lichtstarken Objektives von 500 *mm* Brennweite wurden die Bilder bis zu einer seitlichen Distanz von 500 *m* aufgenommen. Eine besondere Schärfe der Abbildung konnte jedoch ohne die nachstehend erörterten Anordnungen nicht erzielt werden. Zum besseren Verständnis des weiteren Vorganges sei nachstehend kurz ein kinematographischer Aufnahmeapparat in jenen Hauptteilen skizziert, welche hier eine entscheidende Rolle spielen.

Ein lichtempfindlicher Film *a* (Band aus Zelluloid) (Taf. I, Fig. 1) wird mittels eines Mechanismus, der durch eine Kurbel betätigt wird, vor einem rechteckigen Fenster *f* vorübergeführt. Das vorgelagerte Objektiv wirft in den Raum des Fensters das zu photographierende Bild. Die Bewegung des Filmbandes ist nicht kontinuierlich, sondern geschieht ruckweise, so daß der Film zeitweilig ruhig vor dem Fenster stehen bleibt. Eine kreisrunde Scheibe, von welcher der Sektor *s* ausgeschnitten ist, rotiert knapp vor dem Film. Die Drehung der Scheibe ist berechnet, daß der freie Sektor vor dem Fenster dann vorübergeht, wenn der Film gerade in Ruhe ist. Während der nun folgenden Verfinsterung des Fensters durch den massiven Teil der Scheibe wird der Film um die Höhe des Fensters herabgezogen, so daß jetzt wieder eine unbelichtete Stelle am Fenster anliegt, worauf im nächsten Momente der neuerdings heranrotierende Sektor eine neue Belichtung bewirkt und sich dann immer dasselbe Spiel wiederholt, solange an der Antriebskurbel gedreht wird.

Es ist nun einleuchtend, daß man durch verschieden rasches Drehen der Kurbel eine größere oder kleinere Anzahl von Bildern in der Zeiteinheit erzielen und daß man durch Variieren des Sektorwinkels der Verschlußscheibe, sowie durch höhere oder niedere Drehgeschwindigkeit der letzteren die Zeitdauer der Belichtung bestimmen kann.

Bei gewöhnlichen Aufnahmen sich bewegender Gegenstände dreht man in der Regel nur so rasch an der Kurbel, daß zirka 16 Aufnahmen in der Sekunde resultieren, wobei die Belichtung durch Verwendung von Blenden der vorhandenen Lichtmenge angepaßt werden muß. Für die Aufnahmen sich bewegender Geschosse ist diese Geschwindigkeit zu gering, weil es sehr leicht vorkommen kann, daß das Projektil das Gesichtsfeld des Apparates, welches nicht groß ist, gerade in dem Momente durchfliegt, in dem der Film durch die Scheibe verdunkelt ist und das Gesichtsfeld schon verlassen hat, wenn der Sektor die Belichtung gestattet. Es entsteht also kein Bild des Geschosses. Durch schnelles Drehen an der Kurbel, also durch Vermehrung der Expositionen pro Sekunde, kann man bei kleineren Geschoßgeschwindigkeiten zwei Bilder des Geschosses erhalten, doch läßt sich diese Anzahl nicht mehr steigern, weil einerseits der Mechanismus für solche Geschwindigkeiten nicht konstruiert ist und bald Schaden leiden würde, anderseits durch die Reibung des Films an den gegen das Licht angedichteten Stellen des Apparates elektrische Entladungen entstehen, welche die Klarheit des Bildes beeinträchtigen, ja dasselbe ganz verschleiern können.

Ein weiterer Nachteil der im Handel befindlichen Kinoaufnahmeapparate ist für den vorliegenden Fall der, daß das Bildfeld sehr klein ist.

so daß man bei Aufnahmen am Ziele, bei Anwendung von großen Brennweiten sich sehr weit aufstellen muß, um auf großen Schußdistanzen noch die ganze Längenstreuung, demnach alle Schüsse in das Gesichtsfeld zu bekommen. Hiebei wird natürlich das Geschoßbild sehr klein, ebenso bei näherer Aufstellung und kürzerer Brennweite, wobei auch die Situation für den Aufnehmer gefährlich werden kann. Will man ferner die erhaltenen Bilder ballistisch ausnützen, so müßte man, um den entsprechenden Teil der Flugbahn zu konstruieren, durch genaue Messung, am besten am vergrößerten Glasbilde, die Lage des Geschosses auf jedem einzelnen Bilde feststellen und dann zeichnerisch diese Teilbilder *a* (Fig. 2) zu einem Gesamtbilde *b* (Taf. I, Fig. 2) kombinieren, was auch in der Dunkelkammer mit Hilfe eines Projektors, der die Bilder vergrößert, nacheinander auf eine Papierfläche wirft, geschehen kann.

Es ist klar, daß in beiden Fällen Fehler eintreten müssen, welche, abgesehen von der Umständlichkeit des Verfahrens, auch seinen Wert in Frage stellen würden. Dieser Übelstand läßt sich vermeiden, wenn man eine derartige Anordnung trifft, daß zwei oder mehrere Geschoßbilder von vornherein schon im Apparate auf ein einziges Gesamtbild aufgenommen werden. Hiezu genügt es, an Stelle des Sektors der Verschlußscheibe 2 oder mehrere Sektoren s_1, s_2, s_3 (Taf. I, Fig. 3) auszuschneiden, und zwar derart, daß diese Ausschnitte während ein und derselben Stillstandsperiode des Films an demselben vorbei rotieren. Hiedurch bekommt man mit einem Schlage das gewünschte, aus mehreren aufeinanderfolgenden Geschoßlagen zusammengesetzte Bild, denn das Geschoß hat sich zwischen den einzelnen, durch die Teilsektoren bewirkten Belichtungen um je eine Strecke weiterbewegt, wurde also mehrmals der Zahl der Sektoren entsprechend abgebildet. Durch passende, der Geschoßgeschwindigkeit angemessene Wahl der Sektorenzahl kann man die einzelnen Geschoßbilder mehr und mehr sich nähern lassen, so daß schließlich auch eine geschlossene Flugbahn durch Übereinanderlagerung der einzelnen Bilder entsteht. Hiebei ergeben sich, wie früher beim Einzelbilde besprochen, bei genügend schneller Drehung zwei Aufnahmen, jede aus so vielen Teilbildern bestehend als Sektoren vorhanden sind.

Dieser Vorgang ist in photographisch-technischer Beziehung nicht ganz einwandfrei, weil jene Stellen des Films, auf welchen die Phasenbilder entstehen, vor- oder nachbelichtet oder auch beides gleichzeitig werden. (So wird bei Phasenbildern das erste zweimal nachbelichtet, weil die Exposition durch den 1. Sektor geschieht, und die zwei nachfolgenden Sektoren die Stelle, auf welcher nach dem Entwickeln das Bild entsteht, nochmals belichten.) In ähnlicher Weise wird das mittlere Bild einmal vor- und einmal nachbelichtet und das dritte Bild zweimal vorbelichtet; doch hat der Versuch gezeigt, daß durch geeignetes Entwickeln die Bilder noch genügend deutlich und brauchbar hervorgerufen werden können. Hier drängt sich der naheliegende Gedanke auf, ob es möglich ist, aus den wechselseitigen Abständen der einzelnen Geschoßbilder die Flugzeiten in einfacher Weise zu ermitteln, wenn die Winkelgeschwindigkeit der Verschlußscheibe bekannt ist. Hiedurch würde eine einwandfreie Bestimmung der Endgeschwindigkeit, beziehungsweise die Überprüfung der bisher nur auf mathematischem Wege

aus der gemessenen Anfangsgeschwindigkeit berechneten Daten ermöglicht. Die Berücksichtigung des Luftwiderstandes, dessen Gesetze noch immer nicht in wünschenswerter Genauigkeit bekannt sind, und damit die hieraus entstehende Unsicherheit des Resultates würden bei einem solchen Vorgange ausgeschaltet. Letzterer wird nachstehend näher besprochen werden.

Um die Schnelligkeit des Bildwechsels zu erhöhen und um ein größeres Bildfeld zu erhalten, würde es hinreichen, einen der im allgemeinen Gebrauche stehenden Kinoaufnahmeapparate derart umändern zu lassen, daß ein um ein Mehrfaches breiterer Film benützt werden könnte. (Die Höhe des Bildfeldes genügt für die Bestimmung des dem Treffpunkte nächsten Teiles der Flugbahn und beträgt bei einer seitlichen Aufstellung des Apparates in der Entfernung von 500 *m* und bei 500 *mm* Brennweite des Objektives 18 *m*.)

Zu diesem Zwecke müßten aber die betreffenden Fabriken wieder eigene Maschinen beschaffen, um den subtilen und ziemlich komplizierten Mechanismus den geänderten Bedingungen anzupassen, wodurch aber auf den Massenabsatz eines solchen Apparates nicht zu rechnen wäre, und letzterer unangemessen verteuert werden würde, zumal für den breiten Film eigene Perforiermaschinen sich als notwendig herausstellen. (Die an den Seiten der Kinofilms angebrachten kleinen Öffnungen, welche zum Transporte des Films durch den Bewegungsmechanismus dienen, werden Perforierung genannt.)

Aus diesen Gründen hat Art.-Zgs.-Offizial Friedrich Swoboda für das vom Verfasser erdachte Verfahren einen eigenen Kinoaufnahmeapparat[1]) konstruiert, der seinem Zwecke besser entspricht als die käuflichen Apparate und bei welchem die beschriebenen Übelstände wegfallen. Ohne auf die Details der Ausführung näher einzugehen, sei erwähnt, daß bei diesem Apparate ein 120 *mm* breiter Film ohne Durchlochungen (Perforierung) Verwendung findet und daß auch der Mechanismus äußerst kurze Belichtungen $\left(\text{bis zu } \frac{1}{24.000}\right)$ gestattet.

Mit diesem Apparate können folgende Versuche durchgeführt werden:

a) Bestimmung der Lage des Geschosses im Raume nahe der Mündung und nahe dem Ziele;

b) Messen der Anfangs- und Endgeschwindigkeit;

c) Messen des Abgangs- und Einfallswinkels;

d) Phasen während des Austrittes des Geschosses aus der Mündung.

a) Bestimmung der Lage des Geschosses im Raume nahe der Mündung und nahe dem Ziele.

Der Apparat mit dem eingelegten Film wird seitlich und senkrecht zur Schußrichtung so aufgestellt, daß das Bild des beabsichtigten Treffpunktes

[1]) Der Apparat wird bei Ludwig Castagna, k. k. Universitätsmechaniker, Wien IX/., erzeugt. Diese Konstruktion mit unperforiertem Film wird bei neuzuerzeugenden Apparaten nicht mehr angewendet, sondern es wird ein perforierter Film benützt, der Bewegungsmechanismus ist jenem der gewöhnlichen Kinoaufnahmeapparate ähnlich.

(der Rohrmündung) in die Mitte der oberen Begrenzung (die entsprechende Ecke) der Mattscheibe fällt. (Das Bild erscheint auf der Mattscheibe verkehrt.) Die scharfe Einstellung des Zieles ist notwendig. Im geeigneten Momente, d. h. wenige Sekunden vor dem Passieren des Geschosses, beginnt man mit dem Drehen der Kurbel. Bei stark gekrümmten Flugbahnen (Mörser, Haubitzen hört man am Ziele die Detonation des Schusses bedeutend früher, als man das Einfallen des Geschosses bemerkt. und es bedarf nur geringer Übung, um den Mechanismus des Apparates rechtzeitig zu betätigen und trotzdem nicht zu viel Film zu verbrauchen. Auch das Sausen des ankommenden Geschosses, das Aufblitzen des Schusses, sowie optische und telephonische Verbindungen mit dem Geschütze kann man be-



Fig. 4.

nützen, um mit dem Drehen der Apparatkurbel rechtzeitig beginnen zu können. Ist der Schuß eingefallen, hört man mit dem Drehen sofort auf. Bei Aufnahme nahe der Rohrmündung werden kleine Brennweiten angewendet.

Das Resultat nach erfolgter Ausarbeitung des Bildes zeigen die Figuren 4 und 5.

Zur Vereinfachung wird jetzt und im folgenden angenommen, daß zwei Belichtungssektoren in der Verschlußscheibe geöffnet sind.

Um einwandfrei die Lage des Geschosses festzustellen, ist es notwendig, zwei Apparate zu benützen, welche in einem Winkel zueinander aufgestellt sind, so daß auf diese Weise eigentlich eine photogrammetrische Aufnahme erzielt wird. Hiebei ist es augenscheinlich von Vorteil, wenn der Winkel, den die Objektivachsen miteinander einschließen, ein rechter ist, dessen ein Schenkel senkrecht auf der Schußlinie steht, während der andere in der

Schußrichtung selbst zwischen Geschütz und Ziel liegt. Der zweite Apparat wird also überschossen, welcher Umstand bei Mörsern und Haubitzen, blind adjustierte Geschosse vorausgesetzt, keine Gefahr für den Operateur bildet, der bei Anwendung großer Brennweiten genügend weit vom Ziele abstehen kann. Bei flachen Flugbahnen muß der Apparat elektrisch betätigt werden. Bei diesem Vorgang kann man z. B. die in Taf. I, Fig. 6, dargestellten Bilder erhalten.

Es ist nicht absolut erforderlich, beide Apparate synchron anzutreiben, denn wenn auf beiden Aufnahmen die Teilbilder ein und desselben Schusses nicht auf ganz gleicher Höhe ersichtlich sind, so kann (Taf. I, Fig. 7) bei der relativ geringen Höhe des Gesichtsfeldes das Projektil zwischen der Phase 1 und jener I z. B., sowie zwischen den korrespondierenden folgenden Phasen,



Fig. 5.

welcher Weg in Hundertteilen einer Sekunde zurückgelegt wird, keine Bewegung durchgeführt haben, durch die seine Lage merklich verändert worden wäre.

b) Messen der Anfangs- und Endgeschwindigkeit.

Das Teilbild 1 (Taf. I, Fig. 8) ist während der Belichtung des stehenden Films durch den 1. Sektor entstanden, ebenso das Teilbild 2 durch den 2. Sektor. In der Zwischenzeit der beiden Belichtungen hat das Geschoß den Weg a zurückgelegt. Wenn man diese Zwischenzeit irgendwie mißt, so kommt man hiedurch in die Lage, die Flugzeit des Geschosses durch eine einfache Rechnung bestimmen zu können. Die wirkliche Entfernung der beiden Geschoßstellungen 1 und 2 voneinander im Raume ist offenbar gleich der auf dem Bilde (Glasdiapositiv) gemessenen Strecke a multipliziert mit einem Faktor j.

welcher das Verjüngungsverhältnis des photographischen Bildes gegenüber der Wirklichkeit angibt. j erhält man aus folgender Betrachtung:

Es sei (Taf. I, Fig. 9) OF die optische Achse des Apparates, d der senkrechte Abstand des Objektives O von der Schußebene, a' das Bild der Strecke a auf der Mattscheibe, b der Abstand auf der optischen Achse der Mattscheibe vom Objektiv, Bildweite genannt, F der Brennpunkt des Objektives und f der Abstand des Brennpunktes vom Objektivmittelpunkte, Brennweite genannt. Das Verhältnis zwischen diesen Größen drückt dann die optische Formel:

$\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{b}$ aus, oder $b = \frac{f \cdot d}{d-f}$. Die Relation $\frac{d}{b} = \frac{a}{a'} = j$ ist dann die Verjüngung.

Von diesen Größen sind bekannt: f = Brennweite, d wird gemessen, ebenso a', woraus sich ergibt, daß $a = \frac{a' d}{b} = a' j$ ist, wobei b aus der Formel $b = \frac{f \cdot d}{d-f}$ errechnet oder auch am Apparate gemessen werden kann.

Trifft der Schuß nicht im beabsichtigten Treffpunkte, sondern seitwärts der Schußlinie auf (Taf. I. Fig. 10), so muß die Abweichung des Treffers in T' von der Schußlinie $T\,T' = n$ gemessen werden, dann ist $p = O\,T_0 \mp n$, je nachdem der Aufschlag diesseits oder jenseits der Schußlinie vom Apparat aus gesehen erfolgt. In den meisten Fällen wird d gegenüber der Brennweite praktisch als unendlich groß angenommen werden können, weil doch der Apparat meistens um mehr als die hundertfache Brennweite vom Ziele aufgestellt ist, dann wird $b = f$, d. h. das Bild entsteht im Brennpunkte, die Formel der Verjüngung reduziert sich dann in diesem Falle auf $\frac{d}{f} = \frac{a}{a'}$, wobei f bekannt ist. Bei vorstehender Berechnung wurde die Schußebene des Fehlschusses parallel zur beabsichtigten Schußebene angenommen, doch ist der daraus resultierende Fehler in der Berechnung wegen der relativen Kürze der Strecke a im Vergleich mit der Distanz d auf der Mattscheibe nicht mehr meßbar. Sollte es eben vermieden werden, so müßten photogrammetrische Aufnahmen die Korrektur liefern.

Die Geschwindigkeit v des Geschosses ergibt sich aus $v = \frac{a}{s}$, wobei s Sekunden bedeutet. s wird durch eine Uhr gemessen, die in den Apparat eingebaut ist (Taf. I, Fig. 11). Durch eine Öffnung in der oberen Wand des Apparates fällt Himmelslicht auf ein Uhrwerk u, dessen Zifferblatt (Taf I, Fig. 12) durchsichtig ist. w bedeutet vier schnell rotierende Zeiger, welche, um nicht miteinander verwechselt zu werden, einzeln markiert sind. O ist ein Objektiv, welches die Lichtstrahlen in der Richtung des Pfeiles auf den Spiegel S und von dort durch die Öffnung eines Sektors in der Verschlußscheibe auf den stehenden Film wirft. Hiebei wird wegen Raumersparnis nur ein Viertel des Zifferblattes an einem Ende des Films abgebildet (Taf I, Fig. 13, 14) und Fig. 15. Die Umdrehungsgeschwindigkeit der Zeiger kann reguliert werden und wurde bis

jetzt so gewählt, daß ein kleiner Teilstrich am Zifferblatte 1/1200ˢ entspricht. Bei dieser Anordnung befindet sich stets ein Zeiger auf dem abgebildeten Viertel des Zifferblattes. Es ist nun klar, daß die Zeiger so viele Stellungen auf dem Zifferblatte auf dem fertiggestellten Bilde einnehmen werden, als Belichtungsschlitze vor dem stehenden Film vorbeigegangen sind, weil ja durch den das Bild des Geschosses erzeugenden Sektor zu gleicher Zeit das Bild der Uhr samt Zeiger photographiert wird. Um die Zeitabstände zwischen den einzelnen Zeigerstellungen und damit gleichzeitig zwischen den Geschoßteilbildern zu ermitteln, braucht man nur die Teilstriche zwischen den Zeigerstellungen zu zählen und erhält das Zeitintervalle in 1200 Teilen einer Sekunde. Diese Vorrichtung arbeitet also automatisch, gleichgültig mit welcher Geschwindigkeit an der Kurbel gedreht wird.

Um zu bestimmen, welche Genauigkeit der Apparat besitzt und hieraus einen Schluß auf die Fehlergrenze beim Messen der Endgeschwindigkeiten zu ziehen, wurde bei ein und demselben Schusse die Anfangsgeschwindigkeit mit dem Boulengé-Apparat und mit der in Rede stehenden Vorrichtung gemessen und hat sich dabei eine befriedigende Übereinstimmung ergeben.

Um Messungsfehler technisch einzuschränken, werden



Fig. 15

die Messungen auf einem mehrfach vergrößerten Glasdiapositiv durchgeführt, wozu man sich vorteilhaft eines starren, auf das gewünschte Maß fix eingestellten einfachen Vergrößerungsapparates bedient.

Was die Schärfe der Bilder anbelangt, so genügt der Apparat allen Ansprüchen, wobei bemerkt werden muß, daß er nicht für Gewehre und Pistolen, sondern nur für Geschütze und unter diesen vorzugsweise für Steilfeuergeschütze konstruiert ist.

Zum Beispiel. Während $^{1}/_{6000}{}^{s}$ legt ein Geschoß mit 400 *m* Endgeschwindigkeit einen Weg von 6·7 *cm* zurück. Bei einem seitlichen Abstande des Apparates vom Treffpunkt von 300 *m* und einer Brennweite des Objektives von 30 *cm* ergibt sich die optische Verjüngung $j = \frac{30.000}{30} = 1000$, so daß sich der 6·7 *cm* lange Weg des Geschosses während der Belichtung als $\frac{67}{1000} = 0·067$ *mm* Unschärfe zeichnen wird. 0·1 *mm* ist aber die Grenze, bis zu welcher das unbewaffnete menschliche Auge noch Längenmaße wahrnehmen kann, so daß in diesem Falle von einer Unschärfe praktisch nicht mehr gesprochen werden kann. Diese würde sich erst bei einer doppelten Vergrößerung merkbar zu machen beginnen. Die Belichtungsdauer kann aber bei gutem Lichte oder bei Zuhilfenahme künstlichen Lichtes noch weiter reduziert werden, wodurch natürlich die Schärfe der Bilder zunimmt.

Selbst einigermaßen unscharfe Bilder könnten aber noch in Kauf genommen werden, wenn man erwägt, daß es bis jetzt überhaupt nicht möglich war, Geschützprojektile während des Fluges nahe dem Ziele zu photographieren und alle bezüglichen Daten der Flugbahn nur auf Berechnung basierten. Durch das in Rede stehende Verfahren ergibt sich die Möglichkeit einer Kontrolle dieser Daten. Bei einiger Übung gelingt es überdies selbst an etwas unscharfen Bildern noch genügend genaue Messungen durchzuführen.

c) Messen des Abgangs- und Einfallswinkels.

Der Apparat wird wie vorher auf- und eingestellt; beim Bestimmen des Abgangswinkels jedoch derart, daß die Rohrmündung in eine obere Ecke der Mattscheibe fällt und das Bild der zu erwartenden Flugbahn in die Fläche der Mattscheibe zu liegen kommt. Das Uhrwerk wird nicht eingeschaltet.

Um möglichst nahe aneinanderliegende Bilder zu bekommen und so das Legen der Tangente an die Flugbahn zu erleichtern, wird je nach der Anfangsgeschwindigkeit des Geschosses eine Verschlußscheibe mit vier oder mehreren Belichtungsschlitzen benützt. An die erhaltene Flugbahn (Taf. I, Fig. 16 und 17) wird graphisch die Tangente *T* gelegt und durch den der Mündung (Ziele) zunächst befindlichen Punkt *O* der Flugbahn eine Horizontale gezogen, welche mit der Tangente den gesuchten Winkel einschließt und welcher gemessen werden kann.

Zum Messen des Einfallswinkels benützt man möglichst nur solche Schüsse, deren Treffer in der Schußlinie oder ganz nahe derselben liegen

d) Phasen während des Austrittes des Geschosses aus der Mündung.

Zur Veranschaulichung des Verhaltens des Geschosses und der Pulvergase während des Austrittes aus der Mündung und kurz nach Verlassen derselben, ist dem Apparat die im folgenden beschriebene Einrichtung beigegeben.

An Stelle des einzelnen Objektives werden vier Objektive kurzer Brennweite so nebeneinander gefaßt, daß jedes derselben ein Bild von $^1/_4$ der ganzen Filmbreite projiziert. (*a*, Fig. 19.) Diese Bilder würden (abgesehen von einer geringen Parallaxe) einander gleich sein, wenn sie wie früher durch einen Sektorenschlitz der Verschlußscheibe belichtet würden. Um nun kurz aufeinanderfolgende Phasen fixieren zu können, wird die Verschlußscheibe gegen eine andere (Taf. I, Fig. 18) ausgewechselt, deren Schlitz nicht geradlinig, sondern staffelförmig verläuft. Die Länge der Teilschlitze 1, 2, 3, 4 entspricht der Breite der vier einzelnen Teilbilder auf dem Film und es ist leicht erklärlich, daß durch die nacheinander erfolgende Belichtung der einzelnen Bilder Serienbilder entstehen müssen, deren mehr oder weniger rasche Aufeinanderfolge von der Umdrehungsgeschwindigkeit der Scheibe und von der gegenseitigen Überhöhung der Staffeln abhängig ist. Beides läßt sich variieren; die Tourenzahl der Scheibe kann man aber über ein gewisses Maß nicht erhöhen, die Kleinheit der Staffelüberhöhungen dagegen findet keine Grenze. Bei den Versuchen wurden Phasendifferenzen bis zu zirka $^1/_{12\cdot000}{}^s$ angewendet, wobei ein Geschoß während

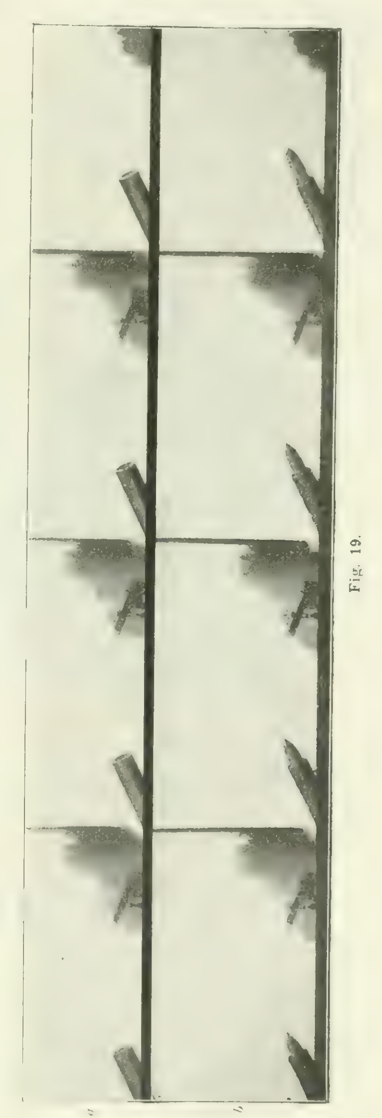


Fig. 19.

des Austrittes aus der Mündung in vier Phasen abgebildet wurde. Bei einiger Übung in der Handhabung des Apparates gelingt es, eine oder mehrere Phasen fast für jeden Schuß zu erhalten (*b* in Fig. 19 und 20), was ja von vornherein nicht sicher ist, weil das Geschoß auch während der Zeitdauer, in welcher der Film wechselt und daher verdeckt ist, auszutreten vermag. Immerhin hat aber die Erfahrung gezeigt, daß trotz dieses Umstandes der Hilfsapparat wertvolle Resultate liefert.

Bei gleichzeitigem Gebrauche zweier Apparate, deren Kurbelachsen so gekuppelt sind, daß die Belichtungen alternierend erfolgen, erhöht sich natürlich die Wahrscheinlichkeit, Phasenbilder zu erhalten, um das Doppelte.



Fig. 20.

Diese Einrichtung kann auch bei geeigneter Versuchsanordnung zur Gewinnung von Bildern beim Schießen auf Panzer u. dgl., sowie von Anhaltspunkten für den Beginn des Rohrrücklaufes angewendet werden.

Die drehbare „wandernde Marke", eine Neueinrichtung am Stereo-Komparator.

Von Dr. C. Pulfrich in Jena.

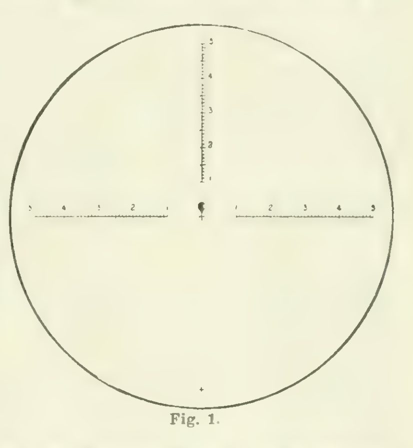
(Mitteilung aus der optischen Werkstätte von Carl Zeiss.[1])

1. Die wandernde Marke. Die in den Okularen des Stereo-Komparators angebrachte Marke erscheint bekanntlich im beidäugigen Sehen als ein körperliches Gebilde, das man durch Einstellung der auf dem Stereo-Komparator liegenden Platten einer stereophotogrammetrischen Landschafts-

[1] Abdruck aus der „Zeitschrift für Instrumentenkunde", XXIV. Bd., Berlin 1914.

aufnahme nach Belieben in dem Raumbild der Landschaft herumführen und auf jeden im Bilde sichtbaren Punkt einstellen kann. Diese sogenannte wandernde Marke vertritt die Stelle des Lattenträgers bei den früher allein üblichen tachymetrischen Arbeiten des Geodäten. Sie hat vor diesem den Vorzug, daß sie ausschließlich dem Willen des Beobachters untersteht und auch an solche Stellen gebracht werden kann, die für den Lattenträger unerreichbar sind.

Die wandernde Marke war bisher ein Ballon mit einer Spitze am unteren Ende (Fig. 1). Die Messung geschieht in der Weise, daß man die Marke zunächst in eine solche Lage zu dem zu messenden Objekt bringt, daß der Ballen freischwebend in der Luft, über oder neben dem Objekt, und in der gleichen Entfernung mit ihm gesehen wird. Dann läßt man die Spitze auf der Erdoberfläche aufsitzen und erhält aus den Angaben der drei Maßstäbe des Stereo-Komparators durch Rechnung oder durch Zeichnung die Lage des Punktes und seine Höhe.


Fig. 1.

Bei dem Stereo-Autographen ist das Verfahren etwas anders, denn hier sind die einzelnen Glieder der Gleichungen, welche zur Ermittlung der Lage und der Höhe eines Punktes dienen, durch starre Hebelarme verwirklicht, die mit der Zeichenvorrichtung und dem Stereo-Komparator verkuppelt sind. Die Ermittlung der Lage eines Punktes erfolgt daher automatisch. Ferner kann man die wandernde Marke im Objektraum auf eine beliebig gewählte Höhe einstellen, so daß sie gezwungen wird, beim Wandern zur Seite und in die Tiefe diese Höhe unverändert beizubehalten. Infolgedessen stellt sich das Stereo-Mikroskop immer von selbst auf die zugehörige Bildhöhe ein. Der Beobachter hat bei der Verschiebung des Plattenpaares und bei der Veränderung des Abstandes der Platten voneinander nur darauf zu achten, daß die Spitze der Marke die Oberfläche der im Bilde sichtbaren Erde nicht verläßt oder in sie eindringt. Bei dieser Operation, die dem Anfänger natürlich einige Schwierigkeiten bereitet, aber bald gelernt wird, erhält man dann automatisch und mit allen Einzelheiten, die das Raumbild der Landschaft im Stereo-Komparator zu erkennen gibt, die für die Herstellung einer Karte wichtige Kurve gleicher Höhe, die sogenannte Schichtenlinie, und durch fortgesetzte Wiederholung des Vorganges für jedesmal eine neue Höhe mit konstantem Schichtenabstand, den Schichtenplan.

2. Die Umstände, unter denen die Raumvorstellung der Marke vereitelt wird. Im allgemeinen hat sich bei Landschaftsaufnahmen die

Ballonmarke mit der Spitze am unteren Ende als ausreichend erwiesen. Denn der Beobachter ist stets über dem zu messenden Objekt und findet daher leicht eine Stelle, an der sich die Marke ohne Störung in die Landschaft eingliedert. Nur bei überhängenden, von unten gesehenen Teilen der Erdoberfläche macht die Sache Schwierigkeiten, doch kommen solche Fälle nur selten vor. Aber bei Aufnahmen im Innern von Erdhöhlen und bei Innenaufnahmen von Kirchen und Gebäuden sind sie keine Ausnahme mehr. Denn hier will man auch die Decke messen. Auf die Decke aber können wir die Marke nicht einstellen, der Ballon steht dem Aufsetzen der Spitze im Wege. Stellt man in solchen Fällen in beiden Okularen die Markenspitze im monokularen Sehen auf ein und denselben Punkt der Decke ein, so sieht man, sobald man mit beiden Augen in den Apparat schaut, den Ballon verdoppelt. Nur wenigen Personen gelingt es nach meinen Erfahrungen, sich die Sache so vorzustellen, als sähe man durch die Decke, wie durch ein Glasdach hindurch, die von außen aufsitzende körperliche Marke. Auch das kontinuierliche Ziehen einer Schichtenlinie im Stereo-Autographen ist unter diesen Umständen unmöglich.

Man sieht, auch für den Stereo-Komparator gilt das Sprichwort: „Hart im Raume stoßen sich die Sachen", und das Recht des Stärkeren — in diesem Falle die Vorstellung des das ganze Gesichtsfeld ausfüllenden Raumbildes der Landschaft — entscheidet darüber, welche der beiden Vorstellungen der anderen weichen muß. Es liegt hier alles genau so wie im wirklichen Raum, nur mit dem Unterschied, daß unsere Marke sich sofort in ihren früheren Zustand wieder einfindet, sobald man dafür sorgt, daß ihre Existenzbedingungen — freies Schweben der Marke in der Luft neben oder vor dem Objekt — wieder hergestellt wird.

Die vorgenannte Störung ist mir auch bei der Untersuchung der Mondoberfläche fühlbar geworden. In der mittleren horizontalen Zone der Mondoberfläche liegt die Marke ihrer ganzen Länge nach auf ihr auf, wie bei stereophotogrammetrischen Aufnahmen von sehr steilen Felswänden mit Objektiven, deren Achsen horizontal gerichtet sind, und bei stereophotogrammetrischen Aufnahmen der Erde vom Ballon aus mit senkrecht nach unten gerichteten Achsen. Nur in der oberen Hälfte des Mondes kann man den Ballon mit seiner Spitze auf die Mondoberfläche einstellen, in der unteren Hälfte dagegen treten wieder die störenden Doppelbilder auf, und das Einstellen der Spitze ist nur im monokularen Sehen möglich.

3. Die bisher angewandten Hilfsmittel zur Vermeidung der angegebenen Störung. Beim Mond habe ich mir bisher in der Weise geholfen, daß ich als Meßmarke ein feines Strichkreuz wählte und dieses so mit der Mondoberfläche in Berührung brachte, daß das Strichkreuz bis zum Kreuzungspunkt in den Mond eingetaucht erschien. Sind die Striche nicht allzu kräftig, so kommt im beidäugigen Sehen die Vorstellung des teilweise untergetauchten Kreuzes sofort zustande.

Auch die von mir im Archiv für Optik 1. 1907. S. 57 (auch Zeitschr. für Instrumentenkunde 28. S. 120. 1908) veröffentlichte Marke (siehe Fig. 1) hat ein solches Kreuzchen am unteren Ende des Ballons. Sie ist im Stereometer

und seit jener Zeit in allen Stereo-Komparatoren zur Anwendung gelangt, und es war dem Beobachter anheimgestellt, nach Belieben die untere Spitze oder den Kreuzungspunkt zur Einstellung zu verwenden.

Ein anderer Ausweg wäre der gewesen, daß man einen Punkt als Einstellmarke benützt. In Wirklichkeit aber ist ein solcher Punkt immer eine kreisförmige Scheibe von endlicher Ausdehnung, und daher die Berührungsstelle der Scheibe mit dem Objekt je nach der Lage der Objektfläche eine andere. Allzu klein darf man den Durchmesser der Scheibe aber nicht nehmen, denn sonst entzieht sie sich gar zu leicht der Wahrnehmung, und das Arbeiten mit einer solchen Marke ermüdet, auch dann, wenn man sie nicht schwarz, sondern grün oder rot färbt.

4. Einführung der drehbaren Marke. Man kann die sämtlichen vorstehend bezeichneten Mängel dadurch beseitigen, daß man jede der beiden Marken um ihre Spitze zum Drehen einrichtet. Durch diese Drehung und die im folgenden näher bezeichnete neue Form der Marke wird der Beobachter in den Stand gesetzt, unbekümmert um die Lage der zu messenden Objektfläche im Raume, die Marke in jedem einzelnen Falle so an das Objekt heranzubringen, daß immer nur die Spitze mit ihm in Berührung kommt, während sich alle übrigen Teile der Marke frei in der Luft, neben oder vor dem Objekt befinden. Das Zusammentreffen dieser Teile der Marke mit dem Objekt und demzufolge auch die den stereoskopischen Effekt störenden Doppelbilder können somit in Zukunft vermieden werden.

Die Spitze muß natürlich genau im Drehungsmittelpunkt liegen, und auch die Drehung selbst muß mit der größten Präzision erfolgen, damit die beiderseitigen Spitzen ihren Abstand voneinander und die Spitze im Raum ihren scheinbaren Abstand vom Beobachter unverändert beibehalten.

Des weiteren ist es für das Arbeiten am Stereo-Komparator von Wichtigkeit, daß die Veränderung der Lage der Marke zum Objekt schnell vor sich geht, da man z. B. in dem zerklüfteten Terrain eines Hochgebirges und auch bei Bauwerken gezwungen ist, die Lage der Marke häufig zu wechseln.

Aus diesem Grunde sind die beiden Drehscheiben miteinander verkuppelt, und zwar derart, daß beim Drehen der einen Marke die andere sich in demselben Sinne und um den gleichen Betrag dreht. Die Drehung der beiden Marken in entgegengesetzter Richtung ist ebenfalls vorgesehen (siehe weiter unten), wird aber nur in Ausnahmsfällen benötigt.

5. Das Verhalten des Raumbildes einer Marke bei einer gleichgroßen und gleichgerichteten Drehung der beiden Einzelbilder. Die Form der Marke ist bei dieser Art Drehung gleichgültig, denn die identischen Bildpunkte der Marke in den beiden Okularen verbleiben immer in der gleichen relativen Höhe zueinander (siehe Fig. 2). Der stereoskopische Effekt kann daher in allen Phasen der Drehung durch keinerlei Höhenunterschiede links und rechts gestört werden.

Der stereoskopische Effekt hängt aber auch noch von dem Abstand der zusammengehörigen Bildpunkte ab; ändert sich dieser, so ändert sich

damit auch der scheinbare Abstand des Raumbildes vom Beobachter und immer so, daß mit zunehmendem Abstand der beiden Bildpunkte das Raumbild weiter vom Beobachter fortrückt.

In dem vorliegenden Falle bleibt der Abstand der identischen Bildpunkte für alle Phasen der Drehung unverändert. Wir sehen daher das Raumbild der Marke stets in größter Vollkommenheit in der gleichen, senkrecht zur Blickrichtung gelegenen Ebene, in der sich die Marke vor der Drehung befindet.

Wir können also jetzt durch einen einfachen Handgriff die Lage der Marke innerhalb der Ebene senkrecht zur Blickrichtung verändern, ohne daß eine Änderung der Parallaxe (Tiefenlage) eintritt, und sie jedesmal so richten, daß die Spitze dem Objekt zugekehrt ist. Diese Art Drehung der Marke hilft schon über die meisten der oben genannten Schwierigkeiten hinweg. Für das Ausmessen der Mondoberfläche, der Innenwand eines Geschützrohres und der Decke eines Gebäudes bei Innenaufnahmen ist damit ausreichend gesorgt.

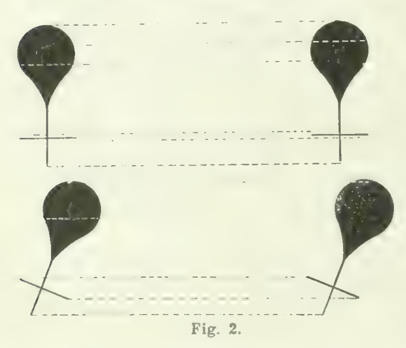


Fig. 2.

6. Weitere Anforderungen an die Marke werden nur dann gestellt, wenn die Objektebene mit der Markenebene zusammenfällt oder, wenn die Objektfläche mit Vertiefungen versehen ist, in die man die Marke in ihrer ganzen Ausdehnung nicht hineinführen kann, wie z. B. bei der stereophotogrammetrischen Vermessung der Augen, Lippen und Ohren eines Menschen. In diesem Falle möchte man nicht gern beschränkt sein auf die Ebene senkrecht zur Blickrichtung, in der man die Lage der Marke zum Objekt variieren kann. Hier entsteht vielmehr der Wunsch, daß es möglich sei, die Marke auch in eine solche Lage zum Objekt zu bringen, in der sich bei der bildhauerischen Bearbeitung einer Büste der Meißel in der Hand des Bildhauers befindet, m. a. W., in eine solche Lage, daß die mit dem Objekt in Berührung zu bringende Spitze der Marke weiter zurückliegt als die übrigen Teile der Marke.

Wir werden sehen, daß das nur mit gewissen Einschränkungen möglich ist. Aber es lohnt sich, auch diese Möglichkeit auszunützen, und es ist daher gleich von vornherein bei der Konstruktion der beiden Drehvorrichtungen und bei der Formgebung der Marke auch auf diese Möglichkeit Rücksicht genommen worden.

7. Das Verhalten des Raumbildes einer Geraden bei einer gleichgroßen, aber entgegengesetzt gerichteten Drehung der beiden Einzelbilder. Zum besseren Verständnis der im folgenden gemachten Erörterungen ist zu empfehlen, daß man auf zwei getrennte Blätter die Marken

zeichnet und mit ihnen unter einem gewöhnlichen Stereoskop die Drehungen ausführt. Man legt die beiden Bilder nebeneinander auf ein Holzbrettchen und befestigt sie mit einer Nadel, die zugleich als Drehachse dient. Eine hiefür bestimmte mechanische Einrichtung zum Auflegen auf den Tisch des Stereoskops kann von der Firma Carl Zeiss bezogen werden.

Wir betrachten zunächst einen einfachen geraden Strich, *a b* in Fig 3. Der Drehungspunkt falle mit dem Ende *a* zusammen.

Da die Drehung in den beiden Okularen jedesmal gleich groß ist, so bleiben die zusammengehörigen Punkte der beiden Striche immer in genau der gleichen relativen Höhenlage; durch Höhendifferenzen wird also auch hier der stereoskopische Effekt nicht gestört.

Aber der Abstand der zusammengehörigen Punkte ändert sich mit alleiniger Ausnahme des Punktes *a*, um den sich die Striche drehen. Das eine Ende (*a*) des Stabes behält also seine Lage im Raume unverändert bei, und das Ende *b* wandert in der Symmetrieebene des Beobachters auf ihn zu oder von ihm fort, je nachdem der Abstand der zusammengehörigen Punkte sich verringert oder sich vergrößert. In Fig. 3 sind im ganzen acht Phasen der Bewegung und neben jeder Phase die Lage des Raumbildes angegeben.

Der Erfolg einer gleichgroßen, aber entgegengesetzt gerichteten Drehung unserer geraden Linie ist also der, daß das Raumbild des Striches in der Symmetrieebene des Beobachters eine Umdrehung um das bei der Drehung festgehaltene Ende des Stabes ausführt.

8. Ausnahmen. Die angegebene Vorstellung des in der Symmetrieebene des Beobachters sich drehenden Striches wird während eines Umlaufes an zwei Stellen unterbrochen. In dem Augenblick nämlich, in dem der eine Strich in die geradlinige Verlängerung des anderen fällt (siehe in Fig. 3 die Phasen 3 und 7), verschwindet die Vorstellung der in die Tiefe gehenden Geraden vollständig. Aus dem Abstand der zusammengehörigen Endpunkte können wir zwar die Lage des Raumbildes auch für diese beiden Fälle angeben (siehe die punktierte Gerade rechts neben 3 und 7), aber man erhält von ihr im stereoskopischen Anblick keine Vorstellung.

Hier liegt der Fall genau so, wie wenn man vor die Augen des Beobachters einen geraden Stab hält und ihn so richtet, daß er auf die Mitte der Verbindungslinie der beiden Augen zeigt. Über diesen eigenartigen Spezialfall in der Stereoskopie und die dabei auftretenden Erscheinungen habe ich in meiner Schrift: „Stereoskopisches Sehen und Messen", Jena 1911, S. 8 und 9, und in dem Aufsatz: „Das Stereo-Mikrometer, ein Apparat zur Demonstration der Wirkungsweise des Stereo-Komparators", Archiv für Photogrammetrie, II. Bd., 3. Heft, S. 155, ausführlich berichtet. Ich habe darauf hingewiesen, daß in diesem Falle die der Lage des Stabes entsprechende Raumvorstellung gar nicht zustandekommen kann, und zwar aus dem Grunde, weil man den Stab mit dem linken Auge nur von der linken Seite und mit dem rechten Auge nur von der rechten Seite zu sehen bekommt; man sieht nur Doppelbilder

Stellung des Striches in der Bildfeldebene — links	Stellung des Striches in der Bildfeldebene — rechts	Phase	Das in der Symmetrieebene des Beobachters gelegene Raumbild des Striches (von der Seite gesehen)
b_1, a_1	b_2, a	1	hinten b a vorn
		2	
a_1 b_1	b_2 a_2	3	a b
		4	
a_1, b_1	a_2, b_2	5	a b
		6	
a_1, b_1	a_2, b_2	7	b a
		8	
		1	

Fig. 3.

und zwar Doppelbilder entweder vom vorderen oder vom hinteren Ende des Stabes.

In den Phasen 3 und 7 der Fig. 3 haben wir im wesentlichen denselben Effekt wie mit dem vor die Augen des Beobachters gehaltenen Stabe, nur sieht man keine Doppelbilder mehr, weil sich die Endpunkte des Striches als solche nicht kräftig genug von den übrigen Teilen des Striches abheben. Infolgedessen springt die kurz vor den Phasen 3 und 7 in Fig. 3 noch vorhandene und kurz nach den Phasen 3 und 7 wieder eintretende Vorstellung der in die Tiefe gehenden Geraden in die Vorstellung eines anderen Raumbildes um, das dadurch zustande kommt, daß in dem Moment, in dem der eine Strich in die geradlinige Verlängerung des anderen fällt, sich nicht mehr die inneren Endpunkte einerseits und die äußeren anderseits, sondern die links gelegenen und die rechts gelegenen Endpunkte vereinigen. Der Erfolg im stereoskopischen Sehen ist eine horizontale Gerade, senkrecht zur Blickrichtung gelegen. Ihr Abstand vom Beobachter ist für die Phase 3 sehr viel kleiner und für die Phase 7 sehr viel größer — der Unterschied hängt von der Länge des Striches ab — als der Abstand des Drehungsmittelpunktes vom Beobachter in den übrigen Phasen.

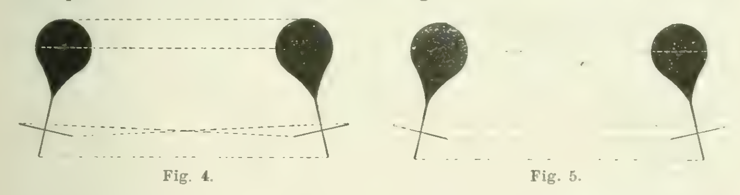


Fig. 4. Fig. 5.

9. **Die an die Form der Marke gestellten Anforderungen.** Wir ersetzen den Strich in Fig. 3 durch die Ballonmarke in Fig. 1 und wollen sehen, was wir von ihr beibehalten dürfen. Sobald wir diese Marken aus ihrer Anfangslage heraus, wenn auch nur um geringe Beträge, die eine Marke nach der einen, die andere Marke um den gleichen Betrag nach der anderen Seite drehen (siehe Fig. 4), so zeigen die bis dahin noch verbundenen Endpunkte der Querlinie Höhenunterschiede, die den bisherigen stereoskopischen Effekt nicht mehr aufkommen lassen. Statt dessen bleiben jetzt die inneren Endpunkte und in gleicher Weise auch die äußeren Endpunkte der Querlinie in beiden Okularen, wie in der Anfangslage der beiden Marken, in der relativ gleichen Höhenlage (Fig. 5). Es gelangen daher, da auch diese Enden des Striches unter sich gleich sind, diese zur Vereinigung im stereoskopischen Sehen, und das Raumbild der Querlinie ist eine in die Tiefe gehende Gerade. Sie kreuzt sich mit der ebenfalls in die Tiefe gehenden oder aus der Tiefe kommenden zweiten Geraden und liegt mit ihr in der Symmetrieebene des Beobachters. Für unsere Zwecke ist daher die Querlinie mindestens überflüssig und in den meisten Fällen der Messung hinderlich.

Auch der Ballon muß ein anderer werden, wenn wir überhaupt Wert darauf legen, ihn beizubehalten. Denn bei der Drehung der Marken in

entgegengesetzter Richtung kommen immer neue Punkte der Peripherie zur Vereinigung im stereoskopischen Sehen. Soll daher der stereoskopische Effekt ein vollkommener sein, so müssen wir dem Ballon die Form einer Kreisfläche geben, durch deren Mitte der Strich in Fig. 3 hindurchgeht.

Das Raumbild der so geformten Marke sieht dann aus wie eine Nadel, an der eine kreisrunde Scheibe befestigt ist, die in allen Phasen der Drehung senkrecht zur Blickrichtung gelegen ist (siehe Fig. 6). In den Phasen 1 und 5 fällt die Nadel mit der Ebene der Scheibe zusammen, in den Phasen 2 und 4 liegt die Scheibe vor und in den Phasen 6 und 8 hinter der Nadel. In den Phasen 3 und 7 haben wir die Vorstellung einer weit vor-, beziehungsweise weit zurückliegenden ebenen Scheibe, senkrecht zur Blickrichtung. Die Horizontalstriche erzeugen Doppelbilder aber keinen stereoskopischen Effekt; sie werden nur als Störung im stereoskopischen Sehen empfunden.

Daß auch die Skalen in Fig. 1 in Fortfall kommen müssen, versteht sich von selbst.

10. Die Drehung der beiden Marken in entgegengesetzter Richtung wird nur zu einem kleinen Teile des Umlaufes benötigt. Aus den bisherigen Darlegungen haben wir gesehen, daß die Phasen 3 und 7 für die Messung ausgeschaltet werden müssen. Es bleiben also nur die Phasen 2, 4, 6 und 8 übrig. Aber auch die Phasen 6 und 8 können entbehrt werden, denn die Marke ist undurchsichtig und löscht in jeder der beiden Bildfeldebenen den von ihr überdeckten Teil des Landschaftsbildes aus, genau so, wie dies eine wirkliche Marke tut, die man im freien Sehen vor den Gegenstand hält.

Aus dem Grunde sind nur bei den Phasen 2 und 4 die Erscheinungen im Stereo-Komparator in Übereinstimmung mit unseren Erfahrungen im freien Sehen, nicht aber unter der gleichen Voraussetzung der Undurchsichtigkeit von Marke und Objekt bei den Phasen 6 und 8.

Das ändert sich aber, sobald wir uns die Objektoberfläche durchsichtig oder halbdurchsichtig vorstellen und gleichzeitig eine halbdurchsichtige Marke in die Okulare des Stereo-Komparators einsetzen, halbdurchsichtig deshalb, damit kein vollständiges Auslöschen der Teile des Bildes eintritt, die von der Marke überdeckt werden. In solchen Fällen sieht man dann in den Phasen 6 und 8 die Marke körperlich hinter der Objektoberfläche, etwa so, wie einen Fisch im Aquarium hinter der Glaswand oder unter der Wasseroberfläche. Vielleicht kann man bei Röntgenaufnahmen, für die Vermessung der Innenseite der dem Beobachter zugewandten Schädeldecke, von dieser Stellung der Marke Nutzen ziehen, aber im allgemeinen wird man diesen Fall zu den Ausnahmen rechnen müssen und sich damit begnügen, die Marke als einen undurchsichtigen Gegenstand vor der ebenfalls undurchsichtigen Objektoberfläche zu sehen.

Wir haben es somit bei den Drehungen der Marke in entgegengesetzter Richtung, abgesehen von den Normalstellungen 1 und 5, nur noch mit den Phasen 2 und 4 der Figur 6 zu tun. Meist genügt schon eine sehr geringe Annäherung der beiden Scheiben aus den Anfangsstellungen 1 und 5

Stellung der Marke in der Bildfeldebene — links	rechts	Phase	Das Raumbild der Marke geschnitten durch die Symmetrieebene des Beobachters
b_1 a_1	b_2 a_2	1	hinten b a vorn
		2	
a_1 b_1	b_2 a_2	3	a b
		4	
a_1 b_1	a_2 b_2	5	a b
		6	
b_1 a_1	a_2 b_2	7	b a
		8	
		1	

Fig. 6.

heraus, um die Scheibe so weit vor den Strich zu bringen, daß das freie Ende des Striches jetzt ohne jede Störung im stereoskopischen Sehen auf die Objektoberfläche aufgesetzt oder in eine Vertiefung eingetaucht werden kann, die sonst für die Marke in ihrer ganzen Ausdehnung nicht zugänglich ist. Hiebei stellt man dann, z. B. bei der Ausmessung der Oberlippe eines Menschen, die Spitze schräg nach oben (Fig. 7) und bei der Ausmessung der Unterlippe die Spitze schräg nach unten (Fig. 8).

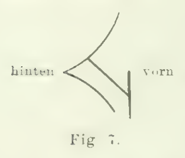


Fig. 7.

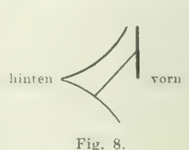
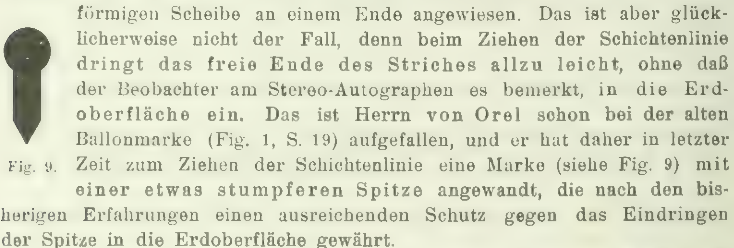


Fig. 8.

11. Neue Schwierigkeiten. Nach den bisherigen Darlegungen hat es den Anschein, als wären wir für unsere Aufgabe ausschließlich auf einen einfachen geraden Strich oder auf einen solchen Strich mit einer kreisförmigen Scheibe an einem Ende angewiesen. Das ist aber glücklicherweise nicht der Fall, denn beim Ziehen der Schichtenlinie dringt das freie Ende des Striches allzu leicht, ohne daß der Beobachter am Stereo-Autographen es bemerkt, in die Erdoberfläche ein. Das ist Herrn von Orel schon bei der alten Ballonmarke (Fig. 1, S. 19) aufgefallen, und er hat daher in letzter Zeit zum Ziehen der Schichtenlinie eine Marke (siehe Fig. 9) mit einer etwas stumpferen Spitze angewandt, die nach den bisherigen Erfahrungen einen ausreichenden Schutz gegen das Eindringen der Spitze in die Erdoberfläche gewährt.


Fig. 9.

Zum Drehen nach entgegengesetzten Richtungen läßt sich aber diese Marke nicht verwenden. Dem steht das am unteren Ende angebrachte Dreieck entgegen. Abgesehen von der gleichgerichteten Drehung der beiden Marken, für die ja die Form der Marke gleichgültig ist, haben wir einen vollkommenen und eindeutigen stereoskopischen Effekt nur in den Phasen

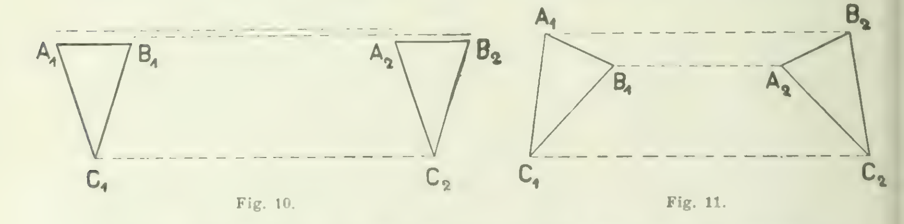


Fig. 10. Fig. 11.

1 und 5 der Drehung, und die Vereinigung der Endpunkte des Dreiecks geschieht immer so, wie in Fig. 10 für die Anfangsstellung der Marke angegeben ist.

Sobald wir aber das Dreieck aus der Normalstellung um den gleichen Betrag nach entgegengesetzten Richtungen drehen (siehe Fig. 11), liegen die bisher miteinander verbundenen Punkte A_1 und A_2 und ebenso die Punkte B_1 und B_2 nicht mehr auf der gleichen relativen Höhe. Der stereoskopische

Effekt ist daher gestört. Wohl aber bleiben jetzt in allen Phasen der Drehung die Endpunkte A_1 und B_2 und ebenso B_1 und A_2 in übereinstimmender Höhenlage, und es vereinigen sich jetzt diese Ecken genau so wie früher die entsprechenden Endpunkte der Querlinie in Fig. 5.

Aus dem Abstand der zusammengehörigen Dreieckspunkte können wir wieder die Lage des Raumbildes ableiten. Die aus B_1 und A_2 gebildete Ecke liegt bei der in Fig. 11 gezeichneten Phase am weitesten nach vorn, dann folgt nach hinten die aus A_1 und B_2 gebildete Ecke, und am weitesten ab vom Beobachter liegt die Ecke C.

Solange das Dreieck nur aus Strichen besteht, erscheint es wie ein aus geraden Stäben zusammengesetztes Gebilde in der Symmetrieebene des Beobachters, aber die die Stäbe verbindende ebene Fläche sieht man nicht. Denn diese Fläche sieht man, auch dann, wenn man die beiden Dreiecksflächen schwarz, also undurchsichtig, macht, mit dem einen Auge von der einen und mit dem anderen Auge von der anderen Seite. Das gibt keinen stereoskopischen Effekt, hier ebensowenig wie bei dem oben angegebenen Experiment mit dem geraden Stabe, der auf die Mitte der Verbindungslinie der beiden Augen gerichtet ist. Auf die gleiche Erscheinung habe ich schon vor 9 Jahren in einem Aufsatz „Über die stereoskopische Betrachtung eines Gegenstandes und seines Spiegelbildes", „Zeitschr. f. Instrkde." 1905, S. 93, hingewiesen. Dort sieht man die auf der spiegelnden Wasseroberfläche befindlichen Gegenstände, wie Nachen usw., als symmetrisch gebaute Körper, freischwebend in der Luft vor dem dahintergelegenen, ebenfalls symmetrisch gebauten Ufer, aber die Wasseroberfläche selbst ist aus unserer Raumvorstellung verschwunden.

Das Zustandekommen der Vorstellung einer im Raum gelegenen Fläche ist daher ebenso wie das Zustandekommen der Vorstellung einer Geraden an die Bedingung geknüpft, daß wir die Fläche mit beiden Augen von einer und derselben Seite sehen.

Wenn es uns gelingt, der stumpfen Spitze in Fig. 9 eine solche Anordnung zu geben, daß die vorstehend genannte Bedingung erfüllt ist, so wäre damit den Anforderungen an eine in jeder Hinsicht brauchbare Marke Genüge getan.

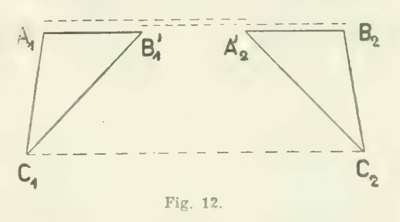


Fig. 12.

12. Die Überwindung auch dieser Schwierigkeit geschieht in folgender Weise: Wir denken uns in dem linken Dreieck der Fig. 11 die Seite $C_1 B_1$ über B_1 hinaus und in dem rechten Dreieck die Seite $C_2 A_2$ über A_2 hinaus verlängert bis zum Schnitt mit der durch A_1 und B_2 gezogenen Geraden und betrachten (siehe Fig. 12) die so entstandenen Dreiecke $A_1 B_1' C_1$ und $A_2' B_2 C_2$ im Stereoskop. Jetzt liegen die Verhältnisse ganz anders wie in Fig. 11: denn jetzt liegen A_1 und A_2' und ebenso B_1' und B_2 wieder in der gleichen relativen Höhe. Es findet daher im stereoskopischen Sehen wieder wie in Fig. 10 eine Ver-

einigung der Punkte A_1 und A_2' und der Punkte B_1' und B_2 statt. Da ferner $A_1 B_1'$ gleich $A_2' B_2$ ist, so erhält man von der oberen Seite des Dreiecks die Vorstellung einer horizontalen und senkrecht zur Blickrichtung gelegenen Geraden, die in der in Fig. 12 gezeichneten Phase weit vor den übrigen Teilen des Dreiecks gelegen ist.

Stellung der Marke in der Bildfeldebene — links	rechts	Phase	Das Raumbild d. Marke geschnitten durch die Symmetrieebene des Beobachters
		1	hinten — vorn
		2	
		4	
		5	

Fig. 13.

Das Dreieck selbst und die von den drei Seiten eingeschlossene Fläche sehen wir ferner mit beiden Augen von der gleichen Seite, und zwar in der in Fig. 12 gezeichneten Phase von der unteren, so daß das Dreieck jetzt in größter Vollkommenheit die Vorstellung einer ebenen dreieckigen Platte hervorruft, deren Spitze C am weitesten zurückliegt.

Es ist natürlich, daß für jede neue Phase der Drehung die Form des Dreiecks eine andere ist. Diese Veränderlichkeit können wir mit unseren Marken nicht verwirklichen. Wohl aber können wir sie den Blicken des Beobachters entziehen; und das geschieht dadurch, daß wir die horizontal gelegene Seite des Dreiecks hinter eine undurchsichtige, kreisförmige Scheibe verbergen, deren Mittelpunkt mit der Mitte von AB in Fig. 10 zusammenfällt, und deren Durchmesser etwas größer ist als die Seite AB.

So entsteht die in Fig. 13 wiedergegebene

13. Neue Form der Marke. Sie wird in der Tat allen vorgenannten Anforderungen gerecht. Insonderheit ist der stereoskopische Effekt jetzt vollkommen und eindeutig:

Im Vordergrund schwebt in den Phasen 2 und 4 der Fig. 13 die kreisförmige Scheibe in einer Ebene senkrecht zur Blickrichtung. Auf der Rückseite der Scheibe erscheint eine ebene,

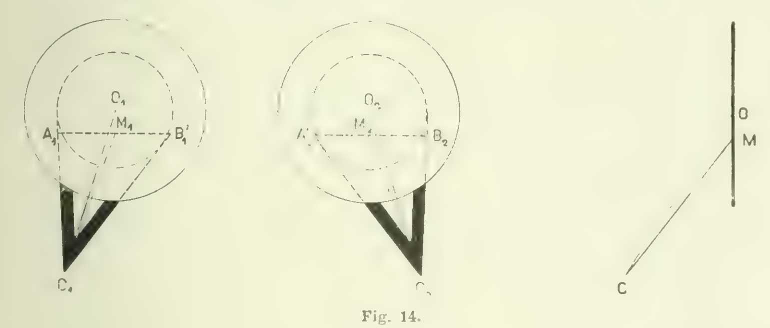


Fig. 14.

dreieckige Platte angeheftet, deren vordere, für den Beobachter unsichtbare Kante horizontal liegt, und deren dritte, allein sichtbare Ecke entweder mit der Ebene der Scheibe zusammenfällt (Phase 1 und 5) oder weiter zurückliegt (Phase 2 und 4).

In den Phasen 2 und 4 liegen die Punkte S_1 und S_2 (und ebenso die Punkte T_1 und T_2) nicht mehr in der gleichen Höhe wie in den Phasen 1 und 5. Aber es kommen durch die Höhendifferenzen keine Störungen im stereoskopischen Sehen zustande. Denn für die Phasen 2 und 4 sind die betreffenden Punkte keine identischen Punkte mehr, die sich im stereoskopischen Sehen zu vereinigen streben. Sie waren es nur so lange, als Platte und Scheibe in einer Ebene lagen (Phase 1 und 5), und hier ist der Höhenunterschied gleich Null.

Fig. 14 endlich lehrt uns, daß bei der Drehung der Marken nicht allein die Länge der Schnittlinie, in der die dreieckige Platte mit der Scheibe zusammentrifft, sondern auch ihre Lage auf der Scheibe sich ändert. Denn da diese Linie der Ebene der Scheibe angehört, so muß sie mit ihr auch die gleiche Parallaxe haben, d. h. der Abstand der zusammengehörigen Endpunkte

dieser Linie muß ebenso groß sein wie der Abstand der beiden Scheibenmittelpunkte. Man nimmt diesen Abstand zwischen die Spitzen eines Zirkels und findet dann leicht, daß mit zunehmender Drehung der Marke die Schnittlinie immer weiter von der Mitte der Scheibe fortrückt, wie in Fig. 14 im Raumbild angedeutet ist.

Da die Scheibe undurchsichtig ist, so sieht man von dieser Veränderung der Lage der Schnittlinie ebensowenig etwas wie von der Veränderung ihrer Länge; sie hat daher für den stereoskopischen Effekt ebenfalls keinerlei Störung zur Folge.

In Fig. 13 ist der für den Beobachter sichtbare Teil der dreieckigen Platte hinter der Scheibe ebenfalls geschwärzt und daher ebenso wie die Scheibe undurchsichtig. Für die Einstellung der Spitze auf das zu messende Objekt hat das nichts zu sagen, da der weitaus größte Teil der Umgebung der Marke an der Stelle, wo die Spitze aufsitzt, für die direkte Beobachtung der Landschaft freibleibt. Aber immerhin wollen wir die Frage aufwerfen, ob man nicht besser tut, das Dreieck wenigstens für den freien Durchblick einzurichten, m. a. W., von ihm nur die beiden Begrenzungslinien anzugeben. Natürlich dürfen das keine allzu feinen Linien sein, man muß sie entweder ganz fallen lassen und der Platte bis zum Rand eine gleichmäßige, halbdurchsichtige Tönung geben oder den Strichen eine bestimmte Breite zukommen lassen. Im letzten Falle haben wir, wie aus Fig. 14 sofort zu ersehen ist, damit zu rechnen, daß die Winkelhalbierungstransversale CO, auf der der Schnittpunkt der beiden inneren Ränder der Striche gelegen ist, eine andere Lage im Raum erhält als die Seitenhalbierungstransversale CM. Die Seitenhalbierungstransversale ist für jede neue Phase der Drehung eine andere, fällt aber immer mit der Ebene der dreieckigen Platte zusammen. Die Winkelhalbierungstransversale CO dagegen liegt in der in Fig. 14 gezeichneten Phase weiter zurück, infolgedessen ist der stereoskopische Effekt der Marke dann nicht mehr so einfach wie vorher. Die beiden Geraden erscheinen als ebene Bänder, die zusammen mit der Ebene des Dreiecks eine dreiseitige Pyramide bilden. Ich habe vorgezogen, bei der in Fig. 13 gezeichneten gleichmäßigen Schwärzung der ganzen Marke stehen zu bleiben.

11. Schlußbemerkungen. Die vorstehend beschriebene Neueinrichtung der wandernden Marke wird sich sicher viele Freunde erwerben. Daher werden in Zukunft alle Stereo-Komparatoren und Stereo-Autographen mit der neuen drehbaren Marke (D. R. P. angem.) ausgerüstet. Für die nachträgliche Anbringung ist die Einsendung des Stereo-Mikroskops an die Firma **Carl Zeiss, Jena, erforderlich.**

Um die Marke nach Belieben in der gleichen oder in der entgegengesetzten Richtung drehen zu können, ist das eine der beiden Triebräder auf Reibung gesetzt. Will man die beiden Okularmarken in der gleichen Richtung drehen, so braucht man, wie bereits oben erwähnt wurde, nur an einer der beiden Walzen zu drehen, und es ist gleichgültig, welche man anfaßt. Will man dagegen die Marken in entgegengesetzter Richtung drehen, so muß man beide Walzen anfassen und sie gegeneinander verdrehen; das geht ohneweiters, und man stellt nachher durch Drehen an einer der

beiden Walzen auf den gleichen Drehungswinkel ein. Als Anhalt für die Größe des Drehungswinkels dient die an jeder Walze angebrachte Trommel mit einer Trommelteilung von 0—100. Ist die Spitze der Marke in beiden Okularen vertikal nach oben oder nach unten gerichtet, so steht der Index der Trommelteilung beiderseits auf Null. Bei gleichgerichteter Drehung ergibt die Ablesung an den beiden Trommelteilungen immer den gleichen Wert.

Die Lage unserer wandernden Marke im Raum ist, wie wir gesehen haben, einer großen Veränderung fähig, ohne daß der stereoskopische Effekt gestört und ohne daß die Entfernung der Spitze vom Beobachter sich ändert. Wir sind aber beschränkt auf die Ebene senkrecht zur Blickrichtung und auf die Symmetrieebene des Beobachters.

In eine andere Lage außerhalb dieser beiden Ebenen können wir das Raumbild der Marke ohne Störung des stereoskopischen Effektes nicht bringen; insbesondere sind wir nicht in der Lage, die Marke eine solche Lage im Raum einnehmen zu lassen, daß das Dreieck nach links oder nach rechts in die Tiefe geht. Denn das würde für unsere Marken bedeuten, daß sowohl der Abstand der Spitze von der Scheibe als auch der Winkel an der Spitze in beiden Okularen verschieden groß sind. Wir können zwar, wenn wir uns auf die eine oder die andere der beiden Stellungen beschränken, entsprechend gewählte Marken in die Okulare einsetzen, aber wir sind dann nur auf diese Stellungen angewiesen.

Die das Gesichtsfeld einschließende Blende lag bei der bisherigen Einrichtung der Marke im Vordergrund, so daß man durch sie wie durch ein Loch in einer undurchsichtigen Wand mit beiden Augen auf die dahinterliegende Landschaft und die darin bewegte Marke hinausschauen konnte. Um diesen Effekt auch bei unserer jetzigen drehbaren Marke beizubehalten, müssen wir die Blende von der Marke loslösen und so befestigen, daß sie an der Drehung der Marke nicht teilnimmt.

Endlich sei noch erwähnt, daß mit der Einführung der drehbaren Marke auch der Versuch gemacht worden ist, der Marke eine andere Farbe zu geben. Eine intensiv grüngefärbte Marke erscheint mir hiefür besonders geeignet zu sein, denn eine solche Marke hebt sich von dem Grauschwarz der photographischen Platte viel besser ab als die bisher schwarzgefärbte Marke. Doch soll erst vor der definitiven Einführung auch dieser Neuerung das Urteil von Personen abgewartet werden, die einige Zeit mit der so gefärbten Marke praktisch gearbeitet haben.

Die Verschwenkungskorrektion.

Von Prof. Karl Fuchs in Preßburg.

Bei einer photogrammetrischen Terrainaufnahme sollen die Achsen der beiden Kammern parallel stehen. Wenn einmal die linke Kammer K' um einen Winkel δ nach rechts verschwenkt gestanden hat (Fig. 1), dann schließt die falsche Kammerachse U'' mit der normalen Kammerachse U' den Winkel δ ein und im Rayon R', der mit der normalen Achse U' einen Winkel α ein-

schließen würde, bildet mit der falschen Achse U' den Winkel $\alpha - \delta$. Der Rayon R würde auf der normalen Platte P eine Abszisse $x = f\,tg\,\alpha$ geben; auf der falschen Platte P' gibt er eine falsche Abszisse $x' = f\,tg\,(\alpha - \delta)$ und daraus ergibt sich in der Abszisse ein Verschwenkungsfehler:

$$\Delta x = x - x' = f\,[tg\,\alpha - tg\,(\alpha - \delta)]$$

Um diesen Betrag Δx erscheint auch die Parallaxe p des Objektpunktes N gefälscht, so daß man Δx nach Belieben als Verschwenkungsfehler der Abszisse x oder als Verschwenkungsfehler der Parallaxe p bezeichnen kann.

Es soll ein Gerät beschrieben werden, das den Verschwenkungsfehler Δx auf einer homogenen Skala ablesen läßt. Das Gerät wird mit einem

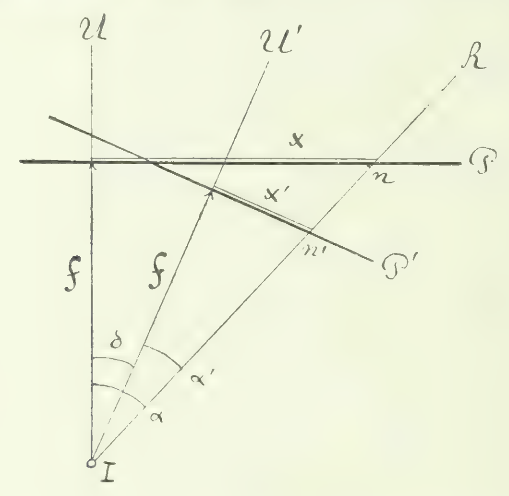


Fig. 1.

Griff auf die Abszisse x' des in Behandlung stehenden Bildpunktes n eingestellt; die Korrektion Δx wird durch einen günstigen Schnitt in sehr starker, auch hundertfacher Vergrößerung auf einer homogenen Skala angezeigt, so daß die Ablesung weit über den Bedarf genau geschehen kann.

In Fig. 2 bildet der Rayon R' mit der Kammerachse U den Winkel α', der Rayon R den Winkel $\alpha = \alpha' + \delta$. Vom falschen Bildpunkt n' ist eine Normale auf den Rayon R gefällt. Die Korrektion Δx erscheint also als Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks $\Delta\, n' n m$. Die Kathete $n' m$ hat die Länge

$$l = \frac{f \sin \delta}{\cos \alpha'}$$

und bildet mit Δx einen Winkel

$$\beta = \alpha' + \delta = \alpha$$

Das Gerät, das beschrieben werden soll, stellt nun das Differenzdreieck $\varDelta n' n m$ maschinell dar. Zunächst soll das Schema des Gerätes beschrieben werden.

Die Geraden P und Q stehen senkrecht aufeinander und schneiden sich in A (Fig. 3). Im Abstand f von A liegt der fixe Punkt O. Von O aus ist die Skala S gezogen, die mit Q den Winkel δ einschließt. Der bewegliche Teil des Gerätes ist ein starres T, das durch die Geraden L und K gebildet wird, die sich im Punkte E treffen. Der Punkt E kann längs der Geraden P geführt werden, während der Schaft L zwangsläufig durch den Punkt O

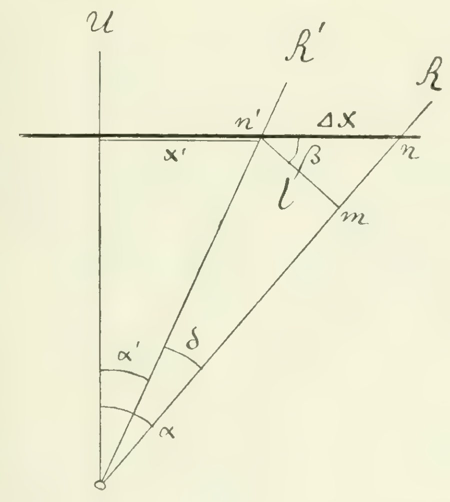


Fig. 2.

geht. Wenn man den Punkt E in den Abstand x' von A bringt, dann schließt L mit Q den Winkel α' ein und für OE oder L_0 gilt:

$$L_0 = \frac{f}{\cos \alpha'}$$

Jetzt ist offenbar das Dreieck $\varDelta O E J$ ähnlich dem Differenzdreieck $\varDelta n' m n$ und man kann die Korrektion $\varDelta x$ als OJ unmittelbar ablesen, wenn die Längeneinheit der Skala S richtig gewählt ist. Diese Längeneinheit ist dadurch bestimmt, daß für $x' = o$ sich numerisch $\varDelta x = f\, tg\, \delta$ ergeben muß.

Die technische Durchführung dieses Gedankens ist leicht. Die Gerade P wird ersetzt durch eine Führungsnut, in der ein Schlitten gleitet. Im Schlitten sitzt eine Achse, die dem Punkt E entspricht, und in der sich das T-Stück drehen kann. Mittels einer Skala am Nutrand kann der Schlitten auf die Abszisse x' eingestellt werden. Die Längeneinheit dieser Skala wird dadurch

bestimmt, daß in diesem Maße der Abstand OA die Länge f haben muß. Der Punkt O wird durch einen Kopf vertreten, durch den der Schaft L geht. Da man die Strecke OA im allgemeinen etwa gleich 20 *cm* nehmen wird, kann Δx mit Sicherheit auf ein Tausendstel seines Wertes abgelesen werden. So lange die Verschwenkung δ weniger als 1° ist, geht diese Genauigkeit weit über die Genauigkeit der Parallaxenablesung.

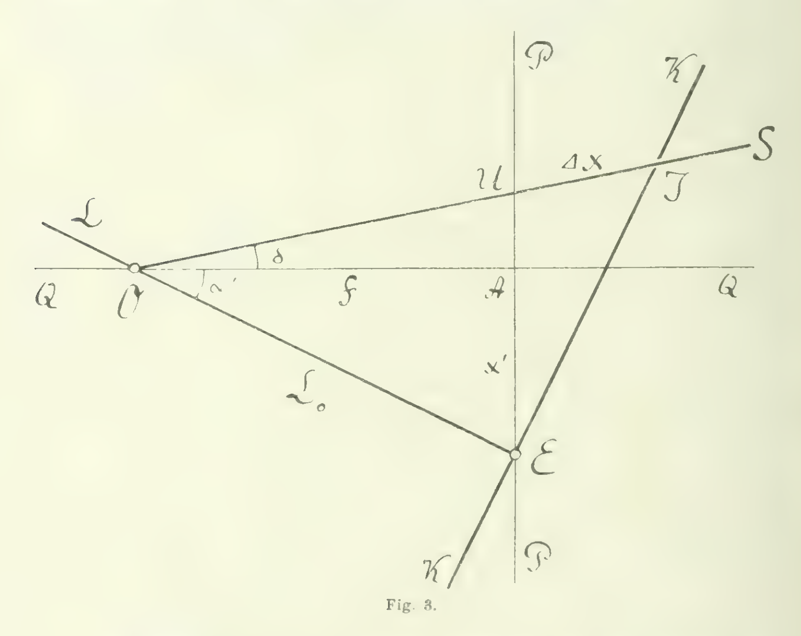


Fig. 3.

Die Strecke OU ist ein ständiger Bestandteil aller Korrektionen Δx. Man kann das Geräte auch so machen, daß es nur das Dreieck $UDUJ$ umfaßt und der Drehpunkt O wegfällt. Die Strecke UJ, die im wesentlichen eine quadratische Korrektion ist, erscheint in einem solchen Gerät größer, kann also genauer abgelesen werden, doch erfordert die Einstellung des Apparates dann jedesmal zwei, nicht einen Handgriff.

Die Skala S muß für jede Verschwenkung δ, also für jedes Plattenpaar, besonders hergestellt werden.

Graphische Abstandsbestimmungen.

Von Prof. Karl Fuchs in Preßburg

Wenn man auf dem Zeichenblatt einen Objektpunkt n bestimmen will, dann zeichnet man bekanntlich vom Standort der linken Kammer aus auf Grund der Abszisse x den Zielstrahl R, auf Grund der Parallaxe p aber bestimmt man den Abstand u des Objektpunktes von der Grundlinie. Im Normalfalle gilt die einfache Beziehung:

$$u p = B f$$

wo B die Basis der Aufstellung und f die Brennweite des Objektives ist Es soll jetzt von der Bestimmung des Abstandes u im Normalfalle gesprochen werden.

1. Die Fig. 1 zeigt drei orthogonale Gerade $I\ II\ III$ und eine vom Eckpunkte O aus gezogene Transversale oder Schräge N oder OO'. Auf I ist in einem Abstande V von O ein Punkt o gewählt, von dem aus eine Parallele W oder $o o'$ zur Schrägen W gezogen ist. Vom Punkte o' aus werden auf III die Parallaxen p aufgetragen; die Parallaxen $p_1\, p\, p_2$ geben auf III die Punkte $p_1\, p\, p_2$. Der Punkt P ist der Fußpunkt des Lotes U. Wenn wir vom Angelpunkt o aus durch p_2 den Strahl r_2 legen, dann erhalten wir die ähnlichen Dreiecke $\Delta n_2 O o$ und $\Delta o o' p_2$, in denen die Winkel γ und γ' einander entsprechen. Es gelten dann die folgenden drei Proportionen:

$$u_2 : V = U : p_2$$
$$v_2 : V = P : p_2$$
$$w_2 : V = W : p_2$$

Wie für den besonderen Punkt p_2 können wir diese Proportionen auch für den besonderen Punkt p_1 oder für den allgemeinen Punkt p aufschreiben, und es ergeben sich die drei Abstandsgleichungen:

$$u p = V U \qquad v p = V P \qquad w p = V W$$

von denen wir nur die beiden ersten verwerten wollen, da von der dritten schon bei anderer Gelegenheit gesprochen worden ist.

2. Wir wollen I für die Grundlinie nehmen, auf die die Abstände u bezogen werden: wir sehen also I als Horizontale, II als Vertikale an. Das Dreieck $\Delta o p_1 p_2$ nennen wir das Reziprokendreieck.

Wenn wir die Absicht haben, auf dem Zeichenblatte solche Punkte n einzutragen, deren Parallaxen p zwischen p_1 und p_2 liegen, dann verfahren wir folgendermaßen: Parallel zur Grundlinie I ziehen wir am oberen Teile des Zeichenblattes die Gerade III und tragen auf ihr an beliebiger Stelle und in beliebigem Maßstabe das Parallaxenintervall von p_1 bis p_2 auf und ziehen die entsprechenden Strahlen r_1 und r_2. Sodann berechnen wir auf Grund der Abstandsgleichung $u p = B f$ die beiden Abstände u_1 und u_2 und gewinnen so die zwei Marken n_1 und n_2 auf r_1 und r_2 und somit auch die entsprechende Schräge W. Wenn wir dann für eine elbebige Parallaxe p

den Strahl r ziehen, dann gibt dieser Strahl mit W einen Schnitt n, dessen Ordinate n sofort der gesuchte Abstand u ist.

Wir werden bei diesem Verfahren die Parallaxenskala $p_1 p_2$ möglichst lang machen, also die ganze Breite des Zeichenblattes verwerten. Je kleiner

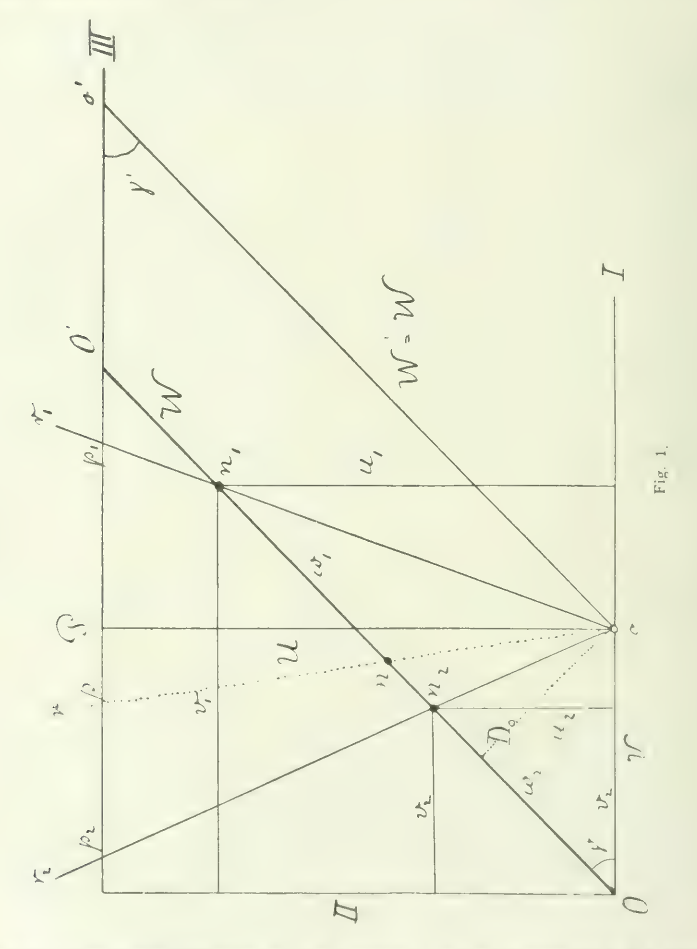


Fig. 1.

wir die numerische Differenz $p_2 - p_1$ nehmen, um so kleiner wird die Differenz $u_1 - u_2$ ausfallen, um so horizontaler verlauft die Schräge W, um so bessere Schnitte erhalten wir also und um so genauer erhalten wir den Wert. Ferner werden wir im Normalfalle als Angelpunkt o einfach den

Standpunkt der linken Kammer wählen, so daß wir die Strahlen r mit demselben Rayonlineal ziehen können, mit dem wir auf Grund der Abszissen x die Zielstrahlen R ziehen.

3. Etwas anders gestaltet sich die Sache, wenn wir als Grundlinie nicht I, sondern die Gerade II wählen, also II als horizontal, I und III als vertikal ansehen. Die Vertikalen I und III stehen dann am rechten und linken Rande des Zeichenblattes, und als Abstände erscheinen nicht $u_1\, u\, u_2$, sondern $v_1\, v\, v_2$.

Wenn wir auf dem Zeichenblatte Objektpunkte bis zur Maximalparallaxe p_2 konstruieren wollen, dann wählen wir am unteren Ende der Vertikalen III den Punkt p_2, auf der Vertikalen I wählen wir beliebig den Punkt o und ziehen den Strahl r_2. Sodann berechnen wir zur Parallaxe p_2 den Abstand v_2 nach der Abstandsgleichung $vp = Bf$, und die berechnete Ordinate v_2 gibt uns dann auf r_2 die Marke n_2. Vom Eckpunkt O aus können wir dann die Schräge W ziehen. Wenn wir auch eine zweite Parallaxe p_1 wählen und den entsprechenden Abstand v_1 berechnen, dann gibt uns dieses v_1 auf der Schrägen W auch die Marke n_1. Durch diese Marke ist der Strahl r_1 und somit auch der Punkt p_1 auf III bestimmt. Durch die Strecke $p_1\, p_2$ auf III ist dann auch der Maßstab gegeben, indem wir die Parallaxenskala auf III zeichnen müssen.

Je größere Abstände v wir konstruieren wollen, um so höher werden wir den Angelpunkt o legen: je kleinere Abstände konstruiert werden sollen, um so tiefer muß der Angelpunkt o auf I liegen.

Bei diesem zweiten Verfahren hat man den Vorteil, daß die Parallaxenskala in bequemer Höhe an der Seite liegt. Man hat aber den Nachteil, daß man ein zweites Rayonlineal braucht und daß man den Maßstab der Skala nur in engen Grenzen frei wählen kann. Je nachdem man nämlich die Vertikale III etwas nach rechts oder nach links verschiebt, kann man den Skalenmaßstab etwas kleiner oder größer machen.

Auch im zweiten Verfahren kann man die Genauigkeit der Abstandsbestimmung in gewissem Sinne steigern. Wenn man nämlich V nur wenig größer als v_2 wählt, dann rückt die Marke n_2 nahe an den Angelpunkt o heran und die Schräge W verlauft dann sehr steil.

Beide Verfahren haben den Vorteil, daß die Parallaxenskala eine homogene Skala ist.

Erweiterungen.

4. Wenn die Aufstellung der Kammern nicht dem Normalfalle entsprochen hat, weil die linke Kammer I (Fig. 2) um eine Strecke A vor die Basis B gerückt war, dann lautet die Abstandsgleichung nicht mehr $u\,p = Bf$, sondern sie lautet so:

$$u\,p = Bf + A\,x$$

$$= Bf\left(1 + \frac{A\,x}{Bf}\right)$$

Den Abstand u_0, der aus der Normalgleichung $u_0 p = Bf$ berechnet wird, nennen wir den Grundabstand. Den richtigen Abstand u finden wir also, wenn wir den Grundabstand u_0 im Verhältnis

$$1 : \left(1 + \frac{A}{Bf} x\right)$$

Fig. 2.

oder kürzer im Verhältnis $1 : (1 + a x)$ vergrößern. Das kann man in dem beschriebenen ersten Verfahren dadurch erreichen, daß man den Abstand V von seinem Normalwert V_0 auf die Länge

$$V = V_0 (1 + a x)$$

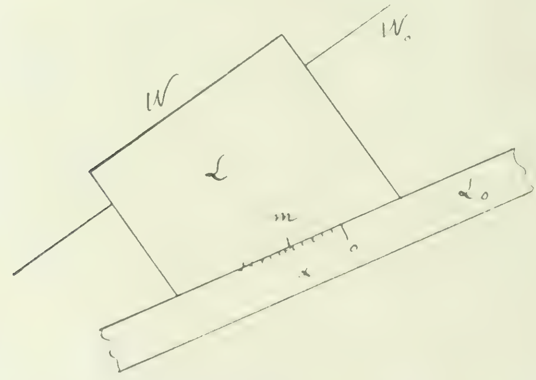


Fig. 3.

bringt, indem man entweder den Angelpunkt o oder den Eckpunkt O um die Strecke $V_0 a x$ verschiebt. Die Verschiebung des Eckpunktes O um $V_0 a x$ kommt darauf hinaus, daß der Normalabstand D der Schrägen W vom Angelpunkt o geändert wird: er wird vom Normalwert D_0 auf den richtigen Wert $D_0 (1 + a x)$ gebracht, d. h. die Schräge W wird um eine Strecke $D_0 a x$ von o weg verschoben. Diese Einstellung der Schrägen W auf den Wert x erfolgt

am einfachsten mittels eines fixen Lineals L_0 und eines beweglichen Lineals L mit konvergenten Kanten, wie Fig. 3 zeigt. Das fixe Lineal L_0 trägt eine entsprechende Skala und die Marke m des beweglichen Lineals L wird auf den jeweiligen Skalenstrich x eingestellt.

5. Im zweiten Verfahren werden die Abstände nicht durch Strecke u, sondern durch Strecke v dargestellt (Fig. 1) und es gilt jede Ordinate v_0 auf den Betrag

$$v = v_0 (1 - a x)$$

zu bringen. Das geschieht am einfachsten, indem man den Angelpunkt o entsprechend verschiebt und so die Strecke V_0 auf den Betrag $V = V_0 (1 - a x)$ bringt, dergestalt, daß das Rayonlineal, dessen Angelpunkt o ist und das durch einen Parallaxenpunkt p gelegt ist, diese Verschiebung des Angelpunktes **mitmacht**, sich also parallel verschiebt.

Die technische Ausführung geschieht wohl am besten mittels des x-**Nonius**, der beschrieben werden soll (Fig. 4). Die Gerade I wird durch eine Nut N vertreten, in der ein Lineal L gleiten kann. Das Lineal trägt den Zapfen, der den Angelpunkt o vertritt. Das Lineal L trägt auch eine Skala S, etwa eine Millimeterskala. Ein anliegendes fixes Lineal L_0 trägt eine zweite, größere Skala, die Noniusskala S_0; der Maßstab dieser Noniusskala ist so gewählt, daß man den Schlitten L um die Strecke $V_0 a x$ verschieben muß, wenn man die beiderseitigen Skalenstriche x in Koinzidenz bringen will. Wenn man so den Schlitten **samt** dem auf p eingestellten Rayonlineal auf x einstellt, dann verschiebt sich der Schnittpunkt n auf der Schrägen und man erhält den richtigen Abstand v.

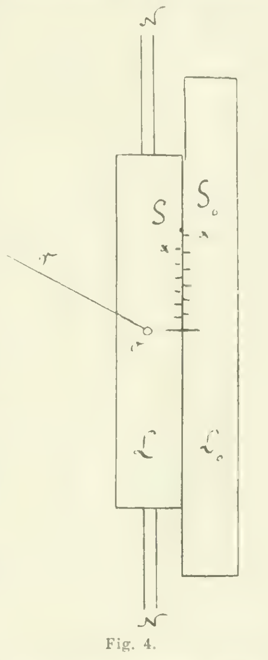


Fig. 4.

6. Die beschriebenen Verfahren haben einen heiklen Punkt. Die konstruierten Abstände u des ersten Verfahrens beziehen sich auf die Grundlinie II, an der die **rechte** Kammer II und die Basis B der Aufstellung liegend gedacht ist. Die linke Kammer I aber, von der aus man auf Grund der Abszissen x die Rayons R zieht, ist um eine Strecke A aus der Basis B, also aus der Grundlinie II, gerückt. Daraus folgt, daß man für die x-Strahlen R und für die p-Strahlen r nicht denselben Angelpunkt o verwenden darf. Man braucht zwei Zapfen, an die man das Rayonlineal am einfachsten mittels einer Gabel ansetzt.

Im zweiten Verfahren beziehen sich die konstruierten Abstände v auf die Grundlinie II (Fig. 1). Man muß also den Zapfen, der den linken Standpunkt vertritt, um die Strecke A aus der Grundlinie II verlegt einsetzen

Einfaches Rückwärtseinschneiden im Raum mit Hilfe von Positionswinkeln.

Von Dr.-Ing. P. Werkmeister in Straßburg i. E.

1. Einleitung.

Die Festlegung eines Punktes im Raum durch einfaches Rückwärtseinschneiden läßt sich mit Hilfe von drei Winkeln ausführen; diese Winkel können z. B. sein: zwei Horizontal- und ein Vertikalwinkel, ein Horizontal- und zwei Vertikalwinkel, drei Vertikalwinkel oder drei Positionswinkel. Werden zwei Horizontal- und ein Vertikalwinkel gemessen, so ist der festzulegende Punkt geometrisch bestimmt als Schnittpunkt von zwei Zylindern und einem Kegel; bei einem Horizontal- und zwei Vertikalwinkeln[1]) erhält man den Punkt durch den Schnitt von einem Zylinder und zwei Kegeln; werden nur Vertikalwinkel[2]) gemessen, so ergibt sich der Punkt als Schnittpunkt dreier Kegel[3]).

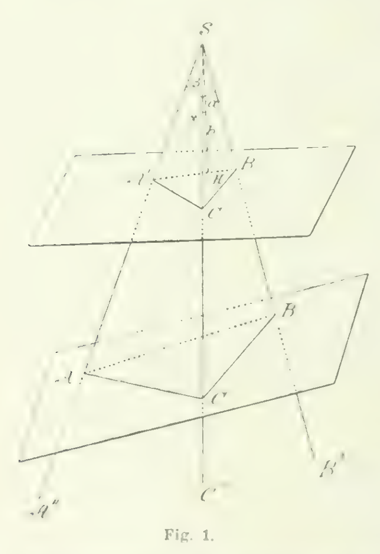


Fig. 1.

Die Festlegung eines Punktes im Raum durch Rückwärtseinschneiden mit Hilfe dreier Positionswinkel ist eine Aufgabe der Photogrammetrie, die zunächst bei Aufnahmen vom Flugzeug aus vorkommt; die Aufgabe kann dann in der folgenden Form auftreten:

Von einer Gegend liegt eine Karte vor; um gewisse, im Gelände gegebene, in der Karte noch nicht enthaltene Punkte in diese eintragen zu können, wurde von einem erhöhten Punkt aus eine photographische Aufnahme der Gegend gemacht.

Beachtet man, daß die Karte als eine Zentralprojektion der Photographie angesehen werden kann, und ist der Hauptpunkt und die Bildweite der Photographie bekannt, so kann man die gegenseitige Lage zwischen der Kartenebene und der Photographieebene mit Hilfe dreier Kartenpunkte A, B und C (Fig. 1) und ihrer photographi-

[1]) Vgl. H. Dock, Rückwärtseinschneiden im Raum. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen 1910 und Werner, Punktbestimmung. Zeitschrift für Vermessungswesen 1913.

[2]) Vgl. Werner, Punktbestimmung durch Vertikalwinkelmessung. Zeitschrift für Vermessungswesen 1913.

[3]) [illegible] Lösung dieser Aufgaben vgl. P. Werkmeister, Graphisch-numerische Lösung von Aufgaben der trigonometrischen Punktbestimmung. Zeitschrift für Mathematik und Physik [illegible] 1916.

schen Bildpunkte A', B' und C' ermitteln. Durch den Hauptpunkt H, die Bildweite b und das Dreieck $A' B' C'$ der Photographie ist ein Dreikant S, $A' B' C'$ bestimmt mit den Seiten α, β und γ; man hat dann die Aufgabe, zu den drei Kartenpunkten A, B und C den Punkt S durch Rückwärtseinschneiden mit Hilfe der drei Winkel $BSC = \alpha$, $CSA = \beta$ und $ASB = \gamma$ zu bestimmen[1]). Mit Benützung des Punktes S kann man zu irgend einem Punkt P' der Photographie den entsprechenden Punkt P der Karte in einfacher Weise ermitteln.

Bei der vorliegenden Aufgabe wird im allgemeinen die mit einer graphischen Lösung erreichbare Genauigkeit genügen; rechnerische Lösungen werden deshalb zunächst theoretisches Interesse haben. Im folgenden sollen zwei durch Annäherung jede gewünschte Genauigkeit ergebende Lösungen mitgeteilt werden; die erste Lösung ist eine numerische. die zweite eine graphisch-numerische. Beide Lösungen setzen die Ermittlung eines Näherungspunktes S_0 voraus; es wird deshalb zunächst angegeben, wie man in einfacher Weise zu einem solchen kommt.

2. Näherungsweise Lösung.

Geometrisch ist der Punkt S bestimmt durch den Schnitt von drei Kreiswulsten, die sich durch Drehung der Umkreise der Dreiecke SBC, SCA und SAB um die Seiten BC, CA und AB ergeben. Die Ermittlung des Punktes S mit Hilfe dieser Wulste auf Grund einer nach den Regeln der Darstellenden Geometrie ausgeführten Zeichnung bietet keine besondere Schwierigkeit, ist aber immerhin zeitraubend und umständlich.

In einfacher Weise erhält man einen Näherungspunkt S_0 dadurch, daß man von dem durch seine Seiten α, β und γ gegebenen Dreikant S, $A'' B'' C''$ (Fig. 1) ein Modell aus Zeichenpapier herstellt, und dieses so durch das auf einem Karton aufgezeichnete und ausgeschnittene Dreieck ABC schiebt, daß die Dreieckseiten BC, CA und AB in die entsprechenden Dreikantseiten zu liegen kommen. Überträgt man durch Umfahren mit dem Bleistift an der Unterkante des Kartons das Dreieck auf das Dreikant, so kann man an diesem die Strecken SA, SB und SC abmessen.

Bei der Bestimmung des Punktes S in der angegebenen Weise empfiehlt es sich, nicht ein Dreikant, sondern ein Vierkant zu verwenden. Ein Bild von der Genauigkeit, mit der man die Strecken SA, SB und SC mit Hilfe eines Dreikants bestimmen kann, gibt das weiter unten mitgeteilte Zahlenbeispiel.

3. Numerische Lösung

Bezeichnet man die Seiten des Dreiecks ABC mit a, b und c (Fig. 2) und die von S ausgehenden Kanten der Pyramide S, ABC mit x, y und z, so hat man zur Bestimmung dieser drei Unbekannten die drei Gleichungen

[1]) Lösungen zu dieser Aufgabe wurden angegeben von S. Finsterwalder (Die geometrischen Grundlagen der Photogrammetrie. Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung 1897) und von K. Fuchs (Das Rückwärtseinschneiden im Raum. Zeitschrift für Vermessungswesen 1906).

$$\left.\begin{array}{l} y^2 + z^2 - 2\,y\,z\,\cos\alpha = a^2 \\ z^2 + x^2 - 2\,z\,x\,\cos\beta = b^2 \\ x^2 + y^2 - 2\,x\,y\,\cos\gamma = c^2 \end{array}\right| \qquad (1)$$

Die unmittelbare Auflösung dieser Gleichungen ist umständlich; eine bequeme Bestimmung der Unbekannten erhält man durch Einführen von Näherungswerten x_0, y_0 und z_0. Setzt man

$$x = x_0 + \Delta x \qquad y = y_0 + \Delta y \qquad z = z_0 + \Delta z \qquad (2)$$

so gehen die Gleichungen (1) über in

$$(y_0 + \Delta y)^2 + (z_0 + \Delta z)^2 - 2\,(y_0 + \Delta y)(z_0 + \Delta z)\cos\alpha - a^2 = o$$
$$(z_0 + \Delta z)^2 + (x_0 + \Delta x)^2 - 2\,(z_0 + \Delta z)(x_0 + \Delta x)\cos\beta - b^2 = o$$
$$(x_0 + \Delta x)^2 + (y_0 + \Delta y)^2 - 2\,(x_0 + \Delta x)(y_0 + \Delta y)\cos\gamma - c^2 = o$$

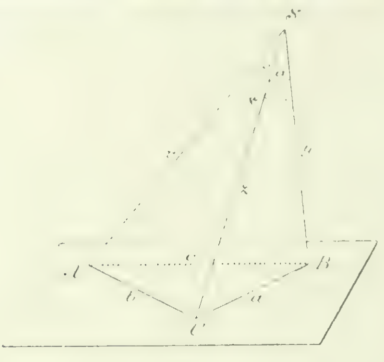


Fig. 2.

Wendet man auf diese Gleichungen den Taylorschen Satz an, und vernachlässigt man dabei die Glieder zweiter und höherer Ordnung, so findet man die neuen Gleichungen

$$(y_0^2 + z_0^2 - 2\,y_0\,z_0\cos\alpha - a^2) + 2\,(y_0 - z_0\cos\alpha)\,\Delta y + 2\,(z_0 - y_0\cos\alpha)\,\Delta z = o$$
$$(z_0^2 + x_0^2 - 2\,z_0\,x_0\cos\beta - b^2) + 2\,(z_0 - x_0\cos\beta)\,\Delta z + 2\,(x_0 - z_0\cos\beta)\,\Delta x = o$$
$$(x_0^2 + y_0^2 - 2\,x_0\,y_0\cos\gamma - c^2) + 2\,(x_0 - y_0\cos\gamma)\,\Delta x + 2\,(y_0 - x_0\cos\gamma)\,\Delta y = o.$$

Setzt man hier zur Abkürzung

$$\left.\begin{array}{l} y_0^2 + z_0^2 - 2\,y_0\,z_0\cos\alpha = a_0^2 \\ z_0^2 + x_0^2 - 2\,z_0\,x_0\cos\beta = b_0^2 \\ x_0^2 + y_0^2 - 2\,x_0\,y_0\cos\gamma = c_0^2 \end{array}\right| \qquad (3)$$

so erhält man an Stelle der nicht linearen Gleichungen (1) die linearen Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} (y_0 - z_0\cos\alpha)\,\Delta y + (z_0 - y_0\cos\alpha)\,\Delta z + \dfrac{a_0^2 - a^2}{2} = o \\ (z_0 - x_0\cos\beta)\,\Delta z + (x_0 - z_0\cos\beta)\,\Delta x + \dfrac{b_0^2 - b^2}{2} = o \\ (x_0 - y_0\cos\gamma)\,\Delta x + (y_0 - x_0\cos\gamma)\,\Delta y + \dfrac{c_0^2 - c^2}{2} = o \end{array}\right| \qquad (4)$$

aus denen man Δx, Δy und Δz und damit auf Grund der Gleichungen (2) x, y und z bestimmen kann. Die so ermittelten Werte der Unkekannten sind mit Rücksicht auf die Weglassung der Glieder höherer Ordnung bei der Entwicklung nach dem Taylorschen Satze Näherungswerte, die um so genauer sind, je kleiner Δx, Δy und Δz oder je genauer die zur Bestimmung der Unbekannten benützten Näherungswerte x_0, y_0 und z_0 sind. Lassen die Werte von Δx, Δy und Δz den erreichten Grad der Genauigkeit der Unbekannten noch nicht übersehen, oder soll die Genauigkeit eine große sein, so betrachtet man die erhaltenen Werte der Unbekannten selbst wieder als Näherungswerte, und wiederholt das Verfahren. Ein Bild von der schrittweise zu erreichenden Genauigkeit soll das folgende Zahlenbeispiel geben.

Gegeben:

$$a = 80\,mm \qquad b = 70\,mm \qquad c = 56\,mm$$

$$\alpha = 42^0\,45' \qquad \beta = 32^0\,28' \qquad \gamma = 21^0\,58'$$ [1].

Nach dem oben angegebenen Näherungsverfahren wurden für die Unbekannten x, y und z die folgenden Näherungswerte ermittelt

$$x_0 = 132\,mm \quad y_0 = 96\,mm \quad z_0 = 117\,mm.$$

Damit erhält man für die den Gleichungen (4) entsprechenden Gleichungen

$$10{,}08\,\Delta y + 46{,}50\,\Delta z + 4{,}5 = 0$$
$$5{,}63\,\Delta z + 33{,}29\,\Delta x - 76 = 0$$
$$42{,}97\,\Delta x \quad 26{,}42\,\Delta y \;\ldots = 0.$$

Löst man diese Gleichungen nach Δx, Δy und Δz auf, so findet man

$$\Delta x = -2{,}4\,mm \quad \Delta y = -4{,}0\,mm \quad \Delta z = +0{,}8\,mm$$

und damit gemäß den Gleichungen (2)

$$x = 129{,}6\,mm \quad y = 92{,}0\,mm \quad z = 117{,}8\,mm.$$

Betrachtet man diese Werte selbst wieder als Näherungswerte, so erhält man zur Bestimmung von entsprechenden Verbesserungen Δx, Δy und Δz auf Grund der Gleichungen (4)

$$5{,}50\,\Delta y + 50{,}24\,\Delta z + 12 = 0$$
$$8{,}45\,\Delta z + 30{,}21\,\Delta x + 5{,}5 = 0$$
$$44{,}28\,\Delta x - 28{,}19\,\Delta y + 4 = 0.$$

Diese ergeben

$$\Delta x = \quad 0{,}12\,mm \quad \Delta y = -0{,}04\,mm \quad \Delta z \quad 0{,}23\,mm.$$

Damit erhält man an Hand der Gleichungen (2) die folgenden Werte der Unbekannten

$$x = 129{,}5\,mm \quad y = 92{,}0\,mm \quad z = 117{,}6\,mm.$$

Bei öfterer Wiederholung der Aufgabe wird man sich für die zur Aufstellung der Gleichungen (4) erforderlichen Rechnungen ein Formular herstellen.

Das im vorstehenden angegebene Verfahren zur Auflösung der nicht linearen Gleichungen (1) ist im Grundgedanken eine Verallgemeinerung des

[1] Die Winkel wurden mit Hilfe der Sehnen im Kreis mit Halbmesser 1 [illegible] ermittelt

nach Newton benannten Verfahrens zur Auflösung einer Gleichung mit einer Unbekannten[1]).

4. Graphisch-numerische Lösung.

Der Grundgedanke dieser Lösung besteht darin, daß man für die Seitenkanten x, y und z der Pyramide S, ABC (Fig. 2) Näherungswerte x_0, y_0 und z_0 ermittelt und die an diesen entsprechend den Gleichungen

$$x = x_0 + \Delta x \quad y = y_0 + \Delta y \quad z = z_0 + \Delta z \qquad (1)$$

noch anzubringenden Verbesserungen Δx, Δy und Δz unter Beachtung gewisser geometrischer Näherungen und Anwendung eines genügend großen Maßstabes graphisch ermittelt.

Berechnet man auf Grund der Näherungswerte x_0, y_0 und z_0 die auf den Näherungspunkt S_0 sich beziehenden Dreieckswinkel BS_0C, CS_0A und AS_0B, so erhält man im allgemeinen nicht die gegebenen Werte α, β und γ, sondern von diesen abweichende Werte α_0, β_0 und γ_0; die Abweichungen zwischen diesen beiden Wertegruppen seien $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$ und $\Delta\gamma$, so daß

$$\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0 \quad \Delta\beta = \beta - \beta_0 \quad \Delta\gamma = \gamma - \gamma_0. \qquad (2)$$

Die dem Näherungspunkt S_0 entsprechenden Winkelwerte α_0, β_0 und γ_0 erhält man dabei mit Benützung des Cosinussatzes aus

$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha_0 &= \frac{y_0^2 + z_0^2 - a^2}{2\,y_0 z_0} \\ \cos\beta_0 &= \frac{z_0^2 + x_0^2 - b^2}{2\,z_0 x_0} \\ \cos\gamma_0 &= \frac{x_0^2 + y_0^2 - c^2}{2\,x_0 y_0} \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

wobei a, b und c wieder die gegebenen Seiten des Dreiecks ABC vorstellen.

Um auf Grund der Winkelabweichungen $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$ und $\Delta\gamma$ die Verbesserungen Δx, Δy und Δz bestimmen zu können, hat man zu beachten, daß der Näherungspunkt S_0 und der richtige Punkt S je durch den Schnitt von drei Kreiswulsten bestimmt sind, daß man bei kleiner Entfernung $S_0 S$ an Stelle der Wulste, deren Tangentialebenen in S_0 und S setzen kann und daß man diese näherungsweise parallel zueinander annehmen darf. Die zur Bestimmung von Δx, Δy und Δz erforderliche Zeichnung führt man nach den Regeln der Darstellenden Geometrie aus.

Nach Ermittlung der Näherungswerte x_0, y_0 und z_0 kann man die Pyramide S_0, ABC — am besten mit der Grundfläche ABC in der Horizontalebene, und z. B. der Seite BC parallel zum Grundschnitt — aufzeichnen (Taf. II[2]). Die Tangentialebenen in S_0 an die drei durch α_0, β_0 und γ_0 bestimmten Kreiswulste erhält man je mit Hilfe der beiden Tangenten in S_0 an den erzeugenden Kreis und an den Kreis, dessen Ebene senkrecht zur

[1] Vgl. C. Runge, Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften. Gleichungen.
[2] Diese Figur bezieht sich auf das später angeführte Zahlenbeispiel.

Drehachse steht; die Spuren der Tangenten ergeben sich dabei in bekannter Weise mit Hilfe der Umklappungen der Kreise in die Horizontalebene[1]).

Eine einfache Probe für die Richtigkeit der drei Tangentialebenen E_α, E_β und E_γ ergibt sich dadurch, daß ihr Schnittpunkt mit dem Punkt S_0 zusammenfallen muß.

Den im allgemeinen kleinen Veränderungen $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$ und $\Delta\gamma$ der Winkel α_0, β_0 und γ_0 entsprechen bei den erzeugenden Kreisen Parallelverschiebungen der betreffenden Kreistangenten um die Strecken v_α, v_β und v_γ, die man berechnen kann aus[2])

$$v_\alpha = \frac{\Delta\alpha}{\varrho} \cdot \frac{y_0 z_0}{a} \qquad v_\beta = \frac{\Delta\beta}{\varrho} \cdot \frac{z_0 x_0}{b} \qquad v_\gamma = \frac{\Delta\gamma}{\varrho} \cdot \frac{x_0 y_0}{c} \qquad \left(\varrho = \frac{180^{\circ}}{\pi}\right) \quad (4).$$

Durch diese Strecken v_α, v_β und v_γ sind die Parallelverschiebungen der drei Tangentialebenen in S_0 bestimmt. Verschiebt man in den Umklappungen der erzeugenden Kreise die Tangenten in $\mathfrak{T}_0$, $\mathfrak{T}_0''$ und $\mathfrak{T}_0'$ unter Verwendung eines entsprechend großen Maßstabes und unter Beachtung der Richtung[3]) parallel um v_α, v_β und v_γ[4]), so erhält man je einen Punkt der Horizontalspuren der den gegebenen Winkeln entsprechenden, zu den Ebenen durch S_0 parallelen Tangentialebenen E_α', E_β' und E_γ', und damit diese Ebenen selbst. Der Schnittpunkt der drei Ebenen E_α', E_β' und E_γ' ergibt den richtigen Punkt S.

Die an den Näherungswerten x_0, y_0 und z_0 anzubringenden Verbesserungen Δx, Δy und Δz ergeben sich dadurch, daß man von S die Lote auf S_0A, S_0B und S_0C fällt; die Abstände der Lotfußpunkte von S_0 stellen dann nach Vorzeichen und Größe die Verbesserungen Δx, Δy und Δz vor. In wahrer Größe erhält man Δx, Δy und Δz z. B. dadurch, daß man durch S die Parallelen SA', SB' und SC' zu SA, SB und SC zieht, und die Trapeze $S_0SA'A$, $S_0SB'B$ und $S_0SC'C$ um die Seiten AA', BB' und CC' in die Horizontalebene umklappt.

Nach Berechnung von x, y und z gemäß den Gleichungen (1) berechnet man zur Probe und zur Bestimmung der erreichten Genauigkeit mit Benützung der gefundenen Werte die Winkel auf Grund der Gleichungen (3); stimmen die dabei sich ergebenden Winkelwerte mit den gegebenen Werten α, β und γ nicht mit der erwünschten Genauigkeit überein, so hat man das Verfahren zu wiederholen.

Im folgenden soll der Gang der Lösung an Hand des oben benützten Zahlenbeispieles gezeigt werden.

Gegeben: $a = 80\,mm$ $b = 70\,mm$ $c = 56\,mm$,
$\alpha = 42^{\circ}\,45'$ $\beta = 32^{\circ}\,28'$ $\gamma = 21^{\circ}\,58'$

[1]) Auf Taf. II sind die erforderlichen Konstruktionen im wesentlichen angegeben.

[2]) Vgl. W. Jordan, Handbuch der Vermessungskunde. II. Bd., 7. Aufl., Seite 385.

[3]) Ist der auf den Punkt S sich beziehende Winkel {größer / kleiner} als der für den Näherungspunkt ermittelte, so muß man die Tangente nach {innen / außen} verschieben.

[4]) Bei dem der Figur auf Taf. II zugrundeliegenden Zahlenbeispiel ist zufälligerweise $\gamma_0 = \gamma$ und damit $\Delta\gamma = o$ und $v_\gamma = o$, so daß E_γ' mit E_γ übereinstimmt.

Die nach dem oben angegebenen Näherungsverfahren für die Unbekannten x, y und z ermittelten Näherungswerte sind

$$x_0 = 132\,mm \quad y_0 = 96\,mm \quad z_0 = 117\,mm,$$

damit erhält man auf Grund der Gleichungen (3)

$$\alpha_0 = 42^0\,43' \quad \beta_0 = 31^0\,56' \quad \gamma_0 = 21^0\,58',$$

die Winkelabweichungen sind somit

$$\Delta\alpha = 2' \quad \Delta\beta = 32' \quad \Delta\gamma = 0\,.$$

Mit diesen Werten findet man mit Hilfe der Gleichungen (4) für die Parallelverschiebungen v_α, v_β und v_γ der Tangenten in $\mathfrak{S}_0'$, $\mathfrak{S}_0''$ und $\mathfrak{S}_0'''$ (Taf. II) an die erzeugenden Kreise der drei Wulste

$$v_\alpha = \frac{2}{3438} \cdot \frac{96\,.\,117}{80} = 0{,}08\,mm$$

$$v_\beta = \frac{32}{3438} \cdot \frac{117\,.\,132}{70} = 2{,}05\,mm$$

$$v_\gamma = 0$$

Da α und β größer sind als α_0 und β_0, so sind die betreffenden Tangenten gegen die Kreismittelpunkte zu verschieben. Wählt man für v_α und v_β einen zehnmal größeren Maßstab als für die Grundfigur, so erhält man an Stelle der Tangentialebenen E_α und E_β durch S_0 die dazu parallelen Ebenen E'_α und E'_β. Bestimmt man den Schnittpunkt der drei Ebenen E'_α, E'_β und E_γ, so erhält man den Punkt S mit den Projektionen s und s'.

Zieht man durch S die Parallelen SA', SB' und SC' zu S_0A, S_0B und S_0C und klappt man die Trapeze $S_0SA'A$, $S_0SB'B$ und $S_0SC'C$ in die Horizontalebene um, so findet man

$$\Delta x = -2{,}4\,mm, \qquad \Delta y = -4{,}0\,mm, \qquad \Delta z = +0{,}6\,mm,$$

und damit $\quad x = 129{,}6\,mm, \qquad y = 92{,}0\,mm, \qquad z = 117{,}6\,mm.$

Berechnet man mit Benützung dieser Werte die Größen der Winkel BSC, CSA und ASB, so erhält man Werte, die sich nur um $1'$, $2'$ und $3'$ von den gegebenen Werten unterscheiden; auf eine Wiederholung des Verfahrens wurde deshalb verzichtet.

Punktkonstruktion im zweiten Hauptfall der Aufstellung.

Von Prof. Karl Fuchs in Preßburg.

Das Gerät, das hiemit beschrieben werden soll, erinnert, wenn ich recht unterrichtet bin, stark an eine Zeichenvorrichtung, die Herr Dr. Pulfrich schon vor Jahren entworfen und in Verkehr gebracht hat. Dennoch liegt keine Entlehnung vor.

Der erste Fall oder Normalfall der Aufstellung liegt vor, wenn während der photogrammetrischen Aufnahmen die Achsen der beiden Kammern normal zur Basis B gestanden haben. Der zweite Fall liegt vor (Fig. 1), wenn die

linke Kammer I um eine Strecke A aus der Basis B gerückt war. In diesem zweiten Falle wird der Normalabstand u eines Objektpunktes N von der Basis B durch folgende Gleichung bestimmt:

$$u = \frac{Bf + Ax}{p} \tag{1}$$

Hier bedeutet f die Bildweite der Kammern, x die Abszisse des Bildpunktes n auf der ersten (linken) Platte P, und p ist die Parallaxe des Objektpunktes:

$$p = x - x'$$

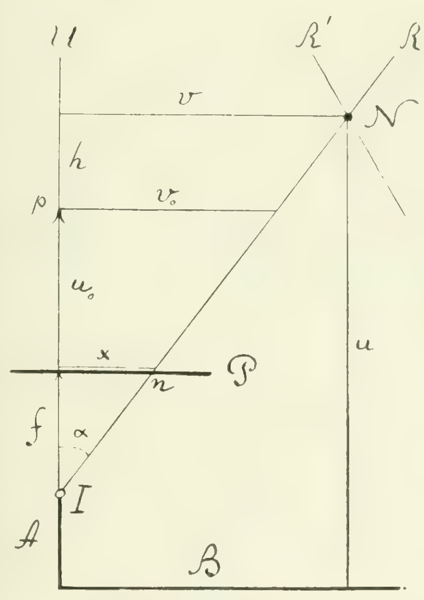


Fig. 1.

Die Parallaxe ist die Abszissendifferenz der beiden Bildpunkte.

Wenn wir in Gleichung (1) für x den Wert $x = o$ nehmen, dann gibt die Gleichung den Grundabstand u_0 des Objektpunktes N oder die größte Komponente von u an:

$$u_0 = \frac{Bf}{p} \tag{2}$$

Die Gleichung (1) kann demnach so geschrieben werden:

$$u = u_0 \left(1 + \frac{A}{B} \cdot \frac{x}{f}\right) \tag{3}$$

Der Bruch $x:f$ ist die Tangente des Elongationswinkels α des ersten Rayons R:

$$\frac{x}{f} = \operatorname{tg} \alpha \tag{4}$$

Die Gleichung (3) kann auch so geschrieben werden:

$$u = u_0 + \frac{A}{B} \cdot \frac{x}{f} \cdot u_0 \tag{5}$$

Das zweite Glied rechts ist die Ergänzung Δu_0 des Grundabstandes u_0:

$$\Delta u_0 = \frac{A}{B} \cdot \frac{x}{f} \cdot u_0 \tag{6}$$

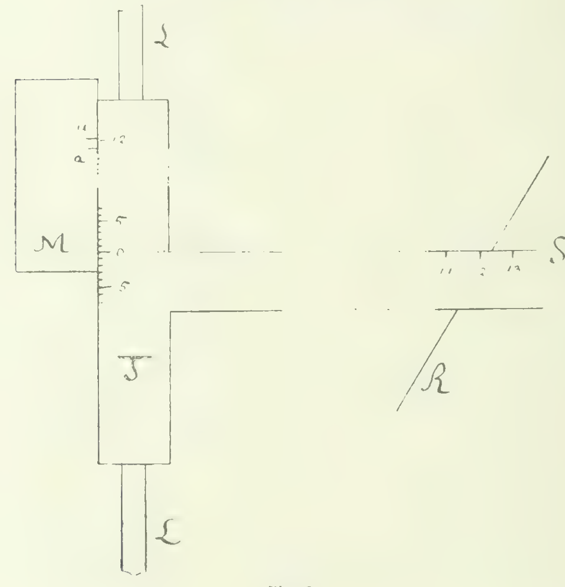


Fig. 2.

Auf der Achse U der linken Kammer tragen wir nach Gleichung (2) eine Skala der Abstände u_0 auf, dergestalt, daß jedem Millimeter der Parallaxe p ein Teilstrich entspricht. Der Nullpunkt der Skala sollte in der Basis B liegen; wir zeichnen die Skala aber verschoben auf, so daß der Nullpunkt im Standpunkte I liegt. Wenn wir vom Skalenpunkt p, der einen bestimmten Objektpunkt N entspricht eine Parallele v_0 zur Basis B bis an den Rayon R ziehen, dann ist diese Grundbreite v_0 bestimmt durch

$$v_0 = \frac{x}{f} \cdot u_0 \tag{7}$$

Aus (6) und (7) ergibt sich, daß die Grundbreite v_0 und die Abstandsergänzung Δu_0 in demselben Verhältnis stehen, wie die Basis B und die Ausrückung A.

$$v_0 : \Delta u_0 = B : A$$

In der Praxis wird also Δu_0 wohl immer mehr als dreimal kleiner sein als v_0. Wenn wir auf dem Zeichenblatt den Punkt N konstruieren wollen, dann können wir nach (6) berechnen, wie viel Millimeter lang die Ergänzung Δu_0 zu nehmen ist. Um nicht rechnen zu müssen, machen wir uns eine entsprechende homogene Skala: wenn wir sie an die Breitenlinie v_0 anlegen, dann sagt uns die Ablesung unmittelbar, wie viel Millimeter die Ergänzung Δu_0 beträgt. Wenn also B etwa viermal größer ist als A, dann sind die Grade der Breitenskala 4 *mm* lang, und wir können somit die Ergänzung Δu_0 sehr genau ablesen.

Wenn wir dann den Punkt N konstruieren wollen, dann müssen wir parallel zu v_0 in der Höhe $h = \Delta u_0 - A$ die richtige Breitenlinie v zeichnen. Wo diese den Rayon R trifft, dort ist der Punkt N. Auf dem Zeichenbrette ist die Ausrückung A praktisch nur klein, vielleicht 1 bis 2 *mm*.

Es soll nun ein Gerät beschrieben werden, das die Punktkonstruktion leicht macht (Fig. 2).

Auf dem Zeichenbrett ist parallel zur Achse U der ersten Kammer außerhalb des Zeichenfeldes eine Leitschiene L befestigt, auf der die Arme eines T-Lineales T reiten. Die Oberkante des Schaftes dient zum Ziehen der Breitenlinien v und trägt die Skala S, auf der man die Länge Δu_0 abliest. Die linke Kante der Linealarme trägt eine Millimeterskala, die nach oben und unten läuft, und deren Nullpunkt in der Verlängerung der Breitenskala liegt.

Wenn man das T-Lineal um die Strecke $\Delta u_0 - A$ nach oben verschieben will, dann bedient man sich eines rechteckigen Metallplättchens M, das zwei Marken u und a trägt. Wenn man an der Breitenskala abgelesen hat, daß Δu_0 die Länge von $+ 12{\cdot}3$ *mm* hat, dann legt man das Plättchen so an die Millimeterskala des T-Lineales, daß die Marke u an den Skalenpunkt $+ 12{\cdot}3$ zu liegen kommt. Man hält das Plättchen fest, und verschiebt das T-Lineal so, daß der Nullpunkt der Millimeterskala auf die Marke a des Plättchens zu stehen kommt. Dann ist das Lineal um $\Delta u_0 - A$ verschoben worden, und man kann am Rayon R den Punkt N markieren.

Zweckmäßig ist es, für die rechte und linke Hälfte des Zeichenfeldes gesonderte Leitschienen und besondere T-Lineale zu verwenden. Der Schaft der Lineale wird dann kürzer. Auch ist es zweckmäßig, die Abstandsskala nicht auf der Achse U aufzutragen, sondern rechts und links außerhalb des Zeichenfeldes, also zweimal.

Instrumentelle Neuerungen.

(Fortsetzung vom III. Bande.)

Von Hofrat Prof. E. Doležal.

X.

Phototheodolit der Firma R. Mailhat in Paris.

Es dürfte nicht ohne Interesse sein, einen französischen Phototheodolit aus der letzten Zeit in seiner Einrichtung kennen zu lernen; er ist in Fig. 1 dargestellt und wurde vom math.-mech. Institute R. Mailhat in Paris konstruiert.

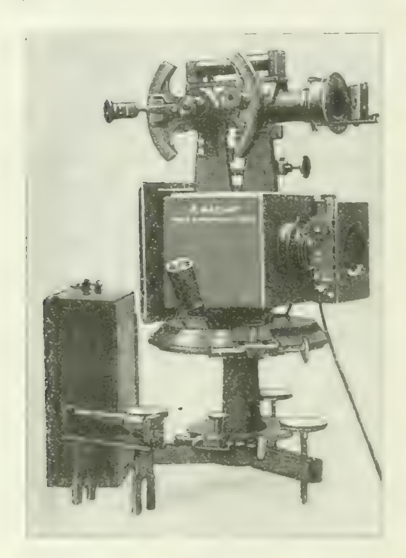


Fig. 1.

Der Unterbau des Instrumentes ist wohl genau so wie bei anderen französischen Theodoliten. Die Kamera ist prismatisch, das Objektiv fix und mit einem Momentverschluß versehen.

Die Horizontierung des Instrumentes wird in üblicher Weise mit Libellen bewirkt.

Das Orientierungsfernrohr, mit Aufsatzlibelle und Vertikalbogen versehen, ist auf Trägern, die mit der Kamera fix verbunden, kippbar angebracht und mit den üblichen Klemm- und Feineinstellschrauben versehen.

Auf einem Metallrahmen sind die Marken für den Horizont und die Hauptvertikallinie angebracht; der konstante Abstand des Horizonts von der oberen Marke ist genau bestimmt und sein Wert, eine Zahl, ist rechts oben derart angebracht, daß er photographisch auf der Platte fixiert wird. Diese Zahl nennt der Konstrukteur des Instrumentes die „Charakteristik des Phototheodolites".

Auf dem Bilde gewahrt man ein Plattenmagazin, mit dem die Apparate ausgestattet werden.

XI.

Pelletans Instrumentarium

der „Photographischen Meßkunst".

Dem Berichterstatter ist es nicht unbekannt geblieben, daß bereits auf der Brüsseler Ausstellung im Jahre 1910, auf welcher ein Kongreß für Photographie abgehalten und eine schöne Exposition verschiedener in das

Gebiet der Photogrammetrie gehörender Apparate geboten wurde. Professor der Topographie an der École des Mines in Paris, der französischen Montan-Hochschule, A. Pelletan eine ganze Kollektion von photogrammetrischen Apparaten ausgestellt hatte, die allgemein auffiel.

Nach langen Bemühungen ist es gelungen, mit dem Mitarbeiter Pelletans, dem Konstrukteur der Pariser Werkstätte für Präzisionsmechanik R. Mailhat, Ingenieur Mouronval, in Verbindung zu treten, der auf das Werk von Pelletan: Traité de Topographie, Paris 1911 verwies als die einzige Quelle über das von Pelletan erdachte und von Mouronval konstruierte photogrammetrische Instrumentarium.

Pelletan ist vor etwa zehn Jahren der Photogrammetrie nähergetreten und vertrat den Standpunkt, daß die Phototopographie für die Aufnahme des Details bei photographischen Aufnahmen große Vorteile biete, die man heute noch nicht gebührend würdige und durch welche sie manchem, bis jetzt üblichen Aufnahmeverfahren vorzuziehen sei.

Pelletan ging mit großer Gründlichkeit bei seinen Studien vor; er wandte sich zuerst der Konstruktion eines für photogrammetrische Zwecke geeigneten Objektives zu. So entstand ein Kugelobjektiv, das für einen Phototheodolit mit sphärischer Bildfläche Verwendung fand.

Die weiteren von Pelletan geschaffenen Instrumente lassen sich in nachstehende drei Gruppen teilen:

1. Photogrammetrische Apparate, umfassend:
   a) einen Zylindrographen und
   b) einen Rekonstruktionsapparat;
2. Stereophotogrammetrische Apparate, umfassend:
   a) einen Phototheodolit mit sphärischer Bildfläche und
   b) einen Rekonstruktionsapparat für Stereoaufnahmen;
3. einen Apparat für die Orientierung von stereophotogrammetrischen Ballonaufnahmen: das Photoeklimeter.

Sämtliche Instrumente sind vom Ingenieur Mouronval durchkonstruiert und von der Firma R. Mailhat in Paris ausgeführt worden; sie befinden sich in der Lehrmittelsammlung der Lehrkanzel für Topographie an der École Nationale supérieure des Mines in Paris.

1. Photogrammetrische Apparate.

Wenn eine geometrische Aufnahme eines Terrainteiles von geringerer Ausdehnung gemacht werden soll, so wird es sehr bequem sein, Panoramenaufnahmen zu machen, die auf der Mantelfläche eines Zylinders sich befinden. Zwei solcher Aufnahmen gestatten in einfacher Weise den Plan und die Koten abzuleiten. Die Rekonstruktionsarbeit kann automatisch mit Hilfe einer besonders für diesen Zweck konstruierten Vorrichtung: „Rekonstruktionsapparat für Panoramenaufnahmen" erfolgen.

Professor A. Pelletan hat zur Durchführung dieses Verfahrens nach folgendes Instrumentarium angegeben:

a) einen photogrammetrischen Panoramenapparat (Zylindrographen) und

b) einen Rekonstruktionsapparat für Panoramenaufnahmen.

Photogrammetrischer Panoramenapparat. Dieser Apparat, von Pelletan „le tour d'horizon" genannt (Fig. 2), dient zur Aufnahme eines Rundbildes, Panorama, von einer Station aus. Zu dem Zwecke ist auf der Mantelfläche eines Zylinders ein Filmband aufgerollt; vor demselben wird sukzessive im Kreise ein Objektiv gleichförmig gedreht, das auf demselben alle Punkte zur Abbildung bringt, die von der Station aus eingesehen werden.

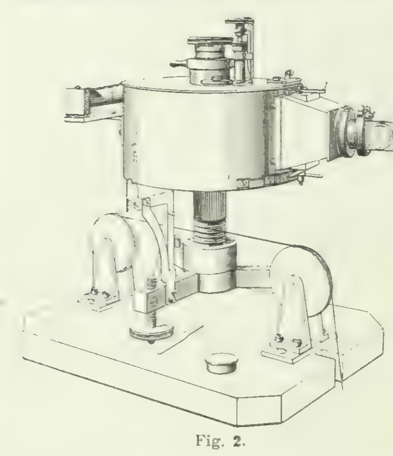


Fig. 2.

Es ist wohl leicht einzusehen, daß mit Hilfe von zwei aus den Endpunkten einer bekannten Basis aufgenommenen Panoramenaufnahmen man in der Lage ist, einen Plan zu zeichnen. Betrachten wir zwei solche Aufnahmen (Fig. 3), die sich auf zwei in geeigneter Weise orientierten Zylindern C_1 und C_2 befinden, deren Achsen O_1 und O_2 vertikal sind. Die Distanz $\overline{O_1 O_2}$ repräsentiert im Maßstabe des Planes den Abstand jener beiden Stationen, von denen aus die Panoramen aufgenommen worden sind. Unterhalb befindet sich die Zeichenebene.

Um die Lage eines Punktes P festzustellen, sucht man auf den beiden Aufnahmen die korrespondierenden Bilder von P, nämlich m_1, m_2 auf und bestimmt die Trassen $O_1 m_1$ und $O_2 m_2$ der Vertikalebenen, in welchen der Punkt P liegen muß. Die vertikale Schnittgerade gibt in der Projektion einen Punkt P, der die gesuchte Projektion darstellt. Mißt man die Distanz $\overline{O_1 P}$ und die Höhe des Bildes m_1 über dem Horizont der ersten Photographie, so kann man leicht die relative Höhe des Punktes P über der Station des ersten Punktes ableiten.



Fig. 3

Es ist wichtig zu bemerken, daß, um durch die vorerwähnte Rekonstruktion exakte Resultate zu erzielen, jedes photographisch aufgenommene Bild mit Hilfe eines Prisma umgekehrt werden muß, d. h. das Bild darf nicht ähnlich sein jenem, welches sich dem Beobachter von der Station aus bietet, wenn er ein Rundbild betrachtet, sondern es muß eine symmetrische Lage dazu haben. Wenn es anders gemacht wird, so wird der Plan

umgekehrt. Die Gegenstände, welche links sein sollten, werden sich rechts befinden und umgekehrt. Diese Schwierigkeit kann z. B dadurch beseitigt werden, daß man den Film, auf welchem die Photographie gemacht ist, umdreht.

Der von der Firma Mailhat zur Herstellung der Panoramen konstruierte Apparat (Fig. 4) hat folgende Einrichtung: C ist der Zylinder, auf welchem das Filmband aufgerollt ist; P ist ein zweiter Zylinder, welcher sich um den ersten dreht. Er trägt ein Objektiv w und ein für totale Reflexion eingerichtetes Prisma p. Dieses letztere soll das Bild umkehren, was, wie vorher erläutert, notwendig ist. Ein Schlitz f begrenzt im horizontalen Sinne das Lichtstrahlenbündel, das in das Innere der Kamera dringt. Die Distanz des hinteren Knotenpunktes des Objektives w von der Schichte (Film) soll genau so groß sein, wie der Radius des Zylinders, auf welchem sich die Schichte befindet.

Wenn diese Bedingung streng erfüllt ist und wenn die Öffnung f einige Millimeter nicht überschreitet, so ist die Aberration, welche von der Krümmung der lichtempfindlichen Schichte bedingt wird, absolut zu vernachlässigen und kommt nur als seitliche Aberration, hervorgerufen durch die Differenz der Bildweite für die Punkte am Rande des Schlitzes, eventuell in Betracht.

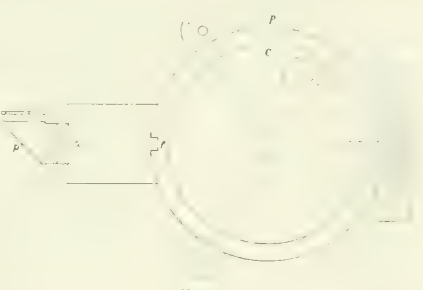


Fig. 4.

Eine Anordnung, die jener bei Kodaks gleicht, gestattet, wenn eine Aufnahme erledigt wurde, das belichtete Filmband selbsttätig aufzurollen und ein weiteres Band auf die Mantelfläche des Zylinders zu bringen, auf welches die folgende Aufnahme fixiert werden kann.

Der Antrieb, der den Apparat in Drehung versetzt, ist ein mit Glyzerin gefüllter Zylinder, dessen Kolben durch ein schweres Gewicht in Tätigkeit gesetzt wird. Ein Metallfaden, der um den Zylinder gewickelt ist und über Rollen läuft, bringt die Rotation hervor. Diese wird dank diesem Mechanismus mit einer Regelmäßigkeit ausgeführt, welche selbst die Bewegungen eines Uhrwerkes nicht erzielen können, wie es Vergleichsversuche im Atelier des Konstrukteurs gezeigt haben. Die geringste Unregelmäßigkeit, welche den Schlitz mehr oder weniger rasch bewegt, verursacht auf der Photographie mehr oder weniger dunkle Streifen.

Rekonstruktionsapparat für Panoramenaufnahmen. Um die Rekonstruktion einer Terrainpartie auszuführen, ist es stets empfehlenswert, Aufnahmen aus drei Stationen zu machen. Es seien C_1, C_2, C_3 diese drei Aufnahmen, die entsprechend gewählt und orientiert wurden. Wenn wir einen Punkt P in der Nähe der Verbindungsgeraden $O_1 O_2$ betrachten, so wird

seine Projektion durch den Schnitt der beiden Vertikalebenen $O_1 m_1$ und $O_2 m_2$ schlecht bestimmt sein, da sich die Strahlen unter einem zu stumpfen Winkel schneiden, während dieselbe durch den Schnitt von $O_2 m_2$ mit $O_3 m_3$ viel schärfer sich ergeben würde. Es sind daher drei Aufnahmen nötig, um mit Präzision alle Teile des Planes bestimmen zu können. Man ist dadurch im Besitze eines bequemen Mittels, eine Prüfung der Aufnahme vorzunehmen und eventuelle Fehler aufzuteilen. Wenn man nur jenen Plan des Terrains braucht, das vor der Basis situiert ist, so kann man sich mit zwei Aufnahmen begnügen.

Ein für die Rekonstruktion erforderlicher Apparat wurde von der Firma Mailhat für die „École des Mines" in Paris ausgeführt und derselbe war auch auf der Brüsseler Ausstellung 1910 ausgestellt (Fig. 5).

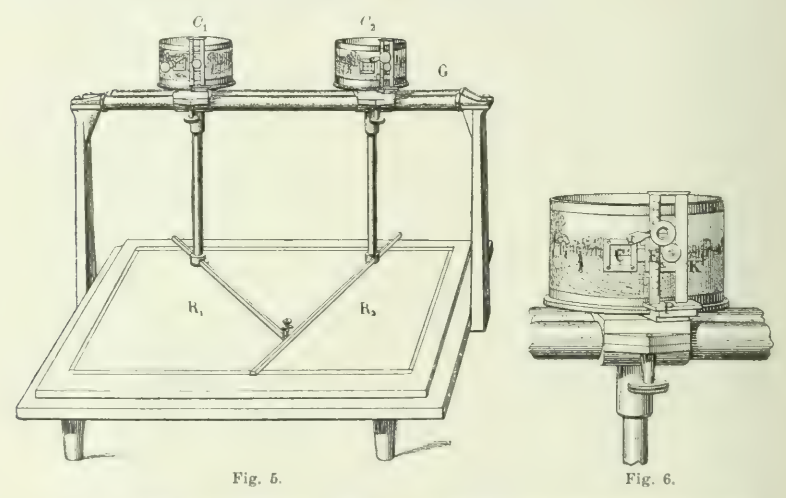


Fig. 5. Fig. 6.

Die beiden Zylinder C_1 und C_2, welche die Panoramenaufnahmen tragen, sind auf der horizontalen Gleitschiene G montiert. Man befestigt sie in einer Entfernung, welche dem Abstande der beiden Stationen (natürlich in dem gewählten Maßstabe des herzustellenden Planes) entspricht und orientiert sie mit Hilfe der beiden Lineale R_1, R_2, die auf der Zeichenebene gleiten und die auf die Stationen O_1 und O_2 im Plane eingestellt werden, während die auf den Mantelflächen der zylindrischen Trommeln angebrachten Vorrichtungen so verstellt werden, daß die Fadenkreuze auf korrespondierende Punkte der Aufnahmen zu liegen kommen.

In Fig. 6 ist einer der beiden Panoramenzylinder dargestellt.

Unterhalb eines jeden dieser Panoramenzylinder, und zwar in der Achse ist ein drehbarer Arm P, der die Höhenmeßvorrichtung trägt. Der Rahmen C, dessen innere Fläche der Mantelfläche des Zylinders angepaßt ist, gleitet auf der Photographie und trägt auf einem durchsichtigen Plättchen

ein Linienkreuz eingeritzt. Der Mittelpunkt C dieses Kreuzes wird mit dem Punkte zur Koinzidenz gebracht, dessen Lage man auf dem Plane bestimmen will. Dieser Rahmen macht nicht nur die rotierende Bewegung mit dem Arme P mit, sondern er läßt sich auch nach auf- und abwärts verstellen und mittels der Klemmschraube K fixieren; hiebei kann die Größe der Verstellung auf einer Skala abgelesen werden. Kennt man die Lesung für den Horizont, so ist es unschwer, die Ordinate y des Bildpunktes zu finden.

Jede der durch die Mitte der beiden Panoramenzylinder gehenden vertikalen zylindrischen Stangen trägt an ihrem unteren Ende ein horizontales, in der Zeichenebene gleitendes Lineal R, welches die Richtung „Om" einnimmt, wenn die Marke des Rahmens C auf das Bild m gebracht wird. Seitlich an einem dieser beiden Lineale, z. B. R_1, befindet sich eine Pikiernadel, durch welche die Projektion des Punktes auf dem Plane markiert wird. Auf demselben Lineale ist auch eine Teilung angebracht, an welcher direkt der Abstand des Punktes P von der Station abgelesen werden kann.

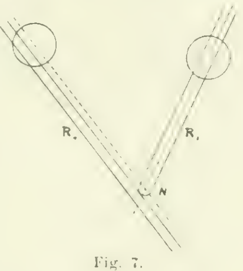


Fig. 7.

Nachfolgend sei der Vorgang geschildert, der bei der Bestimmung der Lage und Höhe eines Punktes eingehalten werden muß:

1. Man stellt durch Drehung des Armes P und Verschiebung der Rahmen mit den Linienkreuzen die korrespondierenden Bildpunkte m_1 und m_2 auf die Kreuzungspunkte C ein, fixiert die vertikalen Achsenstangen und die Lineale R in dieser Stellung.

2. Man verstellt die Pikiervorrichtung auf dem einen Lineale, bis sie das zweite Lineal berührt; hierauf drückt man die Pikiernadel in das Zeichenblatt und bezeichnet den Punkt im Plane, wodurch die Situation des Punktes bestimmt erscheint.

3. Nun liest man auf dem Lineale R_1, und zwar bei der Achse O_1 die Distanz D des Punktes P ab und auf der Höhenskala wird der Abstand h des Bildes m_1 vom Horizonte ermittelt.

Was die Höhe H des Punktes P betrifft, so ist sie gegeben durch die Formel:

$$H = K \frac{D h}{E},$$

wobei E der Maßstab des Planes und K die Konstante des Apparates darstellt.

Man sieht nun, daß die Dicke der Nadel nicht zu vernachlässigen ist: damit die Spitze auch die wirkliche Lage des gesuchten Punktes markiert, müssen die Achsen der Lineale R_1, R_2 in bezug auf ihre zylindrischen Träger entsprechend konstruiert sein (Fig. 7), und zwar einer exzentrisch, so daß die Nadel der Pikiervorrichtung nach N zu liegen kommt.

2. Stereophotogrammetrische Apparate.

a) Phototheodolit mit einem Kugelobjektive.

Hierüber schreibt Pelletan: Wenn man in der Photogrammetrie präzise Resultate erzielen will, ist es unumgänglich notwendig, ausschließlich Objektive zu verwenden, die auf die genaueste Weise bezüglich der Aberrationen korrigiert sind. Hauptsächlich ist es die Distorsion, welche beseitigt werden muß, denn sie deformiert die Bilder und verursacht eine unrichtige Lage der Bildebene. Auch die Aberrationen, welche die Bilder undeutlich machen, ohne sie zu verzerren, sind gleichfalls schädlich, weil sie nicht gestatten, Photographien mit starker Vergrößerung zu erhalten.

Man beseitigt die Abweichungen mit Ausnahme der sphärischen, indem man ein Objektiv verwendet, dessen Bestandlinsen von konzentrischen Kugelflächen begrenzt sind und indem man sphärische Platten (Kugelkalotten) verwendet, die mit den erwähnten Linsen einen identen Mittelpunkt haben.


Fig. 8

Diese Platten sind leicht herzustellen und sind ebenso praktisch wie die ebenen. Die Firma Mailhat in Paris hat eine gewisse Zahl angefertigt und sie wurden von der bekannten Firma Lumière in Lyon lichtempfindlich gemacht.

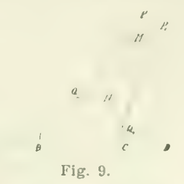
Die übrig bleibende sphärische Aberration kann mit der größten Schärfe beseitigt werden. Die Kompensation dieser Kategorie von Objektiven führt übrigens zu verhältnismäßig einfachen Rechnungen und handlichen Formeln; die Gleichung für die Aberrationen, welche vom dritten Grade ist, wird durch einen Kunstgriff auf eine vom zweiten Grade herabgedrückt. Bei einem von der Firma Mailhat gerechneten Objektive hatten die Krümmungsradien der sphärischen Bestandlinsen ungefähr 56, 31 und 20 *mm*; hiebei ergab sich als maximale Längenabweichung zwei Zehntel Millimeter.

Das Objektiv besteht aus fünf Linsen; die Linsen I und V (Fig. 8) sind divergent und aus demselben Flintglase geschnitten; ihre äußeren Krümmungen sind gleich. Die beiden Linsen II und IV sind wie die mittlere Kugel III aus gleichem Crownglas hergestellt. Man kann auch die beiden Crowngläser mit gleicher und die drei Flintgläser von verschiedenen Krümmungen wählen. Die beste Lösung hängt von der Wahl der Gläser ab.

Die beiden hemisphärischen Gruppen I, II und IV, V sind durch ein Metall-Diaphragma getrennt, welches im Zentrum eine kleine Öffnung hat, in welche sich die kleine kugelförmige Linse III einfügen läßt, deren optische Funktion weiter unten besprochen wird. Die Linsen I und II, sowie IV und V sind miteinander durch Canadabalsam verkittet. Die Kugellinse III steht mit den Innenflächen der Linsen II und IV in unmittelbarem Kontakt ohne Zwischenlage einer fremden Substanz.

Es ist klar, daß jeder Strahl, der durch das Objektiv geht, notwendigerweise auch die Kugellinse III passieren muß.

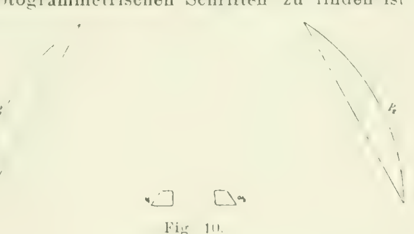
Unsere kleine zentrische Kugellinse III spielt im gewissen Sinne die Rolle eines Diaphragmas, indem sie dem Bilde eine gleichmäßige Helligkeit sichert. Betrachten wir die Wirkung der inneren Grenzfläche der Linse II. Jeder Strahl, wie MN (Fig. 9), der sie unter einem geringeren Einfallswinkel trifft, als es jener ist, bei welchem totale Reflexion eintritt, verläßt sie. Jeder Strahl, welcher sie unter einem größeren Einfallswinkel auffällt, wird zurückgeworfen. Auf diese Art werden alle Büschel, welche zur kleinen zentrischen Kugel gelangen, von einer konischen Fläche $PQ\ P_1 Q_1$ begrenzt, deren Erzeugende mit der Kugelfläche einen Winkel bilden, der gleich ist jenem der totalen Reflexion. So sieht man, daß, welches auch die Richtung sein mag, in welcher sich der lichtaussendende Punkt befindet, alle Lichtbündel dieselbe Öffnung haben und ein gleichmäßig helles Bild liefern. Unsere Erläuterung setzt voraus, daß das Lichtbündel das Diaphragma $ABCD$ nicht trifft. Um diesen Fall zu verhindern, muß man den Öffnungswinkel nahe dem rechten wählen; bei anderen Betrachtungen wird es nötig, ihn mit 60° zu begrenzen.


Fig. 9.

b) Apparat zur direkten Verwertung von stereophotogrammetrischen Aufnahmen für Lage- und Höhenbestimmung.

Bereits im Jahre 1901 hat Deville in Canada einen Versuch unternommen, der die unmittelbare Lage- und Höhenbestimmung aus stereophotogrammetrischen Aufnahmen ermöglichte. Er hat auch einen Apparat angegeben, der in der Schrift: „On the use of Wheatstone Stereoscope in Photographic Surveying", Ottawa 1902, veröffentlicht wurde und dessen Beschreibung in verschiedenen photogrammetrischen Schriften zu finden ist.

Pelletan verfolgt mit seinem „Rapporteur pour vues sphériques" analoge Zwecke. Dieser Apparat gestattet die direkte Rekonstruktion, d. h. Lage- und Höhenbestimmung, gestützt auf die stereoskopische Methode.


Fig. 10.

Denken wir uns in P_1 und P_2 (Fig. 10) die beiden sphärischen Photographien und in w_1 und w_2 die beiden in den Mittelpunkten der sphärischen Aufnahmen gebrachten Okulare, welche auf eine horizontale Unterlage, ein mit Zeichenpapier bespanntes Reißbrett aufgestellt werden. Auch ein Stereoskop wird auf diese Unterlage gebracht. Hinter demselben befindet sich ein Metallzylinder C, welcher mit einem Sockel B in Verbindung steht, der mit der Hand auf der Zeichenebene verschoben werden kann (Fig. 11).

Der Beobachter, welcher mit seinen beiden Augen in die richtig gestellten Okulare w_1 und w_2 blickt, sieht vorerst in den passend gestellten Spiegeln des Stereoskopes die reflektierten Bilder von P_1 und P_2. Er gewahrt das photographierte Terrain plastisch vor sich: Er sieht aber auch direkt in der Mitte der Landschaft den Zylinder C (Fig. 11); nun bringt er den zugespitzten Teil f des zylindrischen Stiftes t mit dem ins Auge gefaßten Punkt der Landschaft zur Deckung, so daß die Spitze t auf dem betreffenden Terrainpunkte aufgestellt erscheint und es bietet weiters keine Schwierigkeit, sowohl die Projektion als auch die Kote des betreffenden Punktes zu finden.

Fig. 11.

Die Okulare w_1 und w_2 besitzen die folgende Einrichtung (Fig. 12). Der Durchmesser der kreisförmigen Öffnung bei O beträgt etwa 2 *mm*; dieser Öffnung gegenüber befindet sich ein gleichseitiges Prisma P, dessen Seite M versilbert ist. Das Prisma verdeckt nur die Hälfte der kreisförmigen Öffnung. Wenn der Beobachter sein Auge nach O bringt, so sieht er durch Reflexion in dem Spiegel M eine der beiden Stereoaufnahmen P und durch direktes Sehen die Gegenstände, welche vor ihm liegen, besonders den Zylinder C mit den an demselben angebrachten Vorrichtungen.

Vor der Öffnung O befinden sich zwei Okulare O' und O'', die unabhängig voneinander einstellbar sind. Die äußeren Begrenzungen sind Ebenen, die inneren gehören Kugelflächen an, deren Zentren mit O zusammenfallen. Durch entsprechende Stellung dieser Okulare kann das Auge des Beobachters sowohl die reflektierten Bilder im Prisma als auch die Gegenstände gewahren, die gerade vor demselben sich befinden, insbesondere den Träger der Einstellspitze.

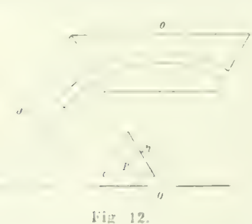


Fig. 12.

Die Aufstellung der sphärischen Platten vor den Okularen muß zu Beginn der Arbeit mit Sorgfalt gemacht werden und bleibt für die ganze Dauer der Auswertung der Platten unverändert; die Einstellung der Okulare für den direkt beobachteten Teil, die Einstellspitze, muß, je nach dem Abstande derselben, stets von neuem erfolgen.

Der Zylinder C trägt auf seinem oberen Ende einen Schieber g, der längs einer Teilung (Höhenteilung) gleitet und an dem ein Zylinder t mit einer Einstellspitze t befestigt ist. Auf dem unteren Teile des Zylinders C nimmt ein an der Unterlagsplatte B befestigter Arm einen verstellbaren zylindrischen Stift t auf, der mit seiner Achse genau in der Verlängerung der Spitze t angebracht ist.

Hat man einerseits durch Verstellung des ganzen Ständers auf der Zeichenfläche und Verschiebung des Zylinders t die Einstellspitze auf den ins Auge gefaßten Punkt im Terrainrelief gebracht, so drückt man t

sanft ins Papier ein und erhält so die horizontale Projektion des Punktes Was seine Kote betrifft, so ist dieselbe proportional der Höhe, die an der Skala des Zylinders C abgelesen wird.

Die beiden Okulare w_1 und w_2 lassen sich mittels Feinschrauben auf die Augdistanz des Beobachters einstellen, wobei auch die richtig gestellten sphärischen Platten eine entsprechende Verstellung erfahren.

Auf schwarzem Papier, das im Gesichtsfelde passend angebracht wird, hebt sich das Terrainrelief und ebenso der Zylinder t mit der Einstellspitze und der Höhenskala, die licht gelassen werden, entsprechend ab.

Was die Adjustierung der sphärischen Platten im Apparate betrifft, so bietet diese absolut keine Schwierigkeit; Pelletan gibt an, daß man nicht jener Schwierigkeit begegnet, wie bei ebenen Platten.

Handelt es sich um das Einlegen der Platten bei Ballonaufnahmen, so müssen die Zenitpunkte, das sind jene Punkte, in welchen die vertikalen optischen Kameraachsen die Bildebene schneiden, zur Einstellung benützt werden. Es genügt dann die Platte so zu drehen, daß der Rayon, welcher durch den Zenitpunkt geht, die passende Lage einnimmt, wodurch dann dasselbe Bild (Relief) erhalten wird, als ob die Kameraachsen im Raume vertikal gewesen wären.

3. Photoeklimeter,

ein Apparat zur Orientierung stereophotogrammetrischer Ballonaufnahmen.

Durch Benützung des Lenkballons bei photogrammetrischen Aufnahmen aus der Luft erhält man viel bessere Resultate als es früher möglich war. Die topographischen Aufnahmen für zivile Zwecke entstehen unter anderen Voraussetzungen als die Ballonaufnahmen des Militärs. Bei den letzteren muß man bei beschränkter Wahl der Stationen Aufnahmen aus solchen Distanzen machen, wodurch es möglich wird, den Feind zu überrumpeln; bei zivilen Aufnahmen hat der Ingenieur freie Aufstellungswahl.

Bei Ballonaufnahmen wird es wohl am praktischesten bleiben, oberhalb des aufzunehmenden Terrains die Station zu wählen und die Aufnahmen von zwei äußersten Punkten unten von der Gondel aus zu machen, mit einer Basis von etwa 25 bis 30 *m*. Bevor man operiert, muß der Motor abgestellt und gewartet werden, bis die Gondel im Gleichgewicht ist. Auf elektrischem Wege werden die beiden photogrammetrischen Apparate ausgelöst und die Aufnahme gemacht.

Für die Rekonstruktion beider Aufnahmen muß in dem Augenblicke der Aufnahme die Richtung und die Neigung der Basis (welche durch die Zentren der photographischen Objektive beider photogrammetrischen Apparate gegeben ist) bestimmt werden. Hiezu dient ein von Pelletan angegebener Apparat, das Photoeklimeter (Fig. 13).

Die Firma Mailhat hat dieses Instrument gebaut und in der umstehenden Fig. 13 ist es in der Ansicht und in Fig. 14 im Schnitte dargestellt. Das Photoeklimeter besteht aus einer photographischen Kamera C, die bei w das Objektiv mit der Brennweite von 5 *cm* besitzt, im Abstande von 10 *cm* befindet sich die Platte bei O im Formate $4\frac{1}{2} \times 6$ *cm*; seitlich

von dieser Kammer C ist eine zweite C', wobei die Kassette mit der photographischen Platte der ersten Kamera etwas in dieselbe übergreift. Durch F wird ein leuchtender Punkt dargestellt, der in unmittelbarer Nähe des Objektives w, und zwar in seiner Achse sich befindet. B stellt ein Ölbad dar, das derart angebracht ist, daß das reflektierte Bild von F in dem Bade 10 *cm* vor das Objektiv zu liegen kommt und auf die photographische Platte vom Objektive w gebracht werden kann.

Nehmen wir an, der Apparat wäre normal aufgestellt und wir brächten die Auslösevorrichtung in Funktion, so wird das Bild des Punktes F in

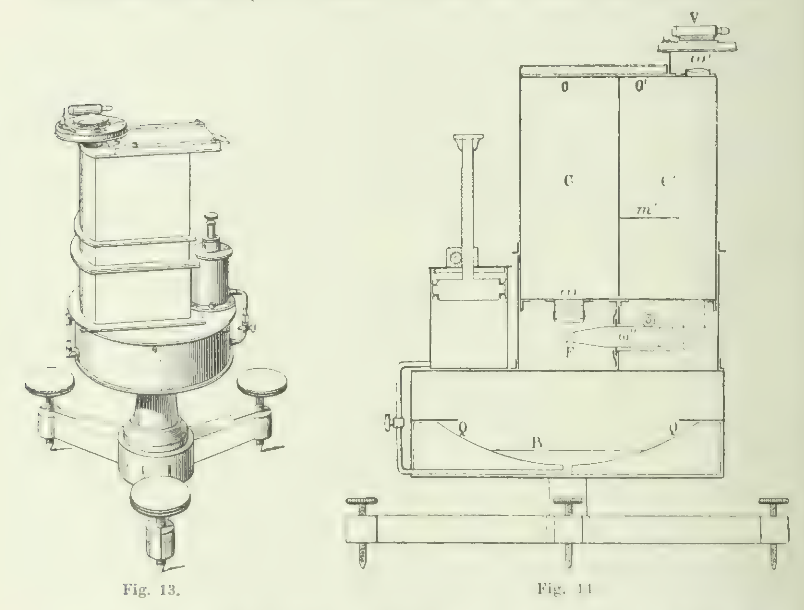


Fig. 13. Fig. 14

die Mitte der Platte zu liegen kommen. Wird aber der Apparat gegen die Vertikale um den Winkel α geneigt, so wird sich das Bild von F im Ölbade deplacieren und das photographierte Bild von F wird auf eine andere Stelle der Platte kommen; es kann der Abstand s von der normalen Lage des Bildes bestimmt werden. Der Neigungswinkel α läßt sich aus der Gleichung bestimmen:

$$tg\,2\,\alpha = \frac{s}{100},$$

wobei s in Millimetern auszudrücken ist.

Anmerkung. Man kann untersuchen, welches Profil man der Wanne Q geben muß, damit der reflektierte Punkt F unbedingt auf die Platte zu liegen kommt. Hiedurch findet man, daß die Wanne ein Rotationsparaboloid sein muß, wobei der Meridianschnitt eine Parabel darstellt, und zwar vom Parameter gleich dem Abstande des Punktes F von der

Oberfläche des Bades. Wenn die Neigung nicht ein Viertel des genannten Abstandes überschreitet, kann man in der Praxis diesem Becken eine sphärische Krümmung geben; der Mittelpunkt der Kugel liegt auf der Achse der Kamera und ihr Radius kommt der doppelten Entfernung des Punktes F vom Niveau des Bades gleich.

Der Punkt F empfängt durch eine besondere optische Einrichtung das Tageslicht. Das Objektiv w' leitet das Licht auf das Prisma, welches die Ablenkung auf das Objektiv w'' bewirkt, in dessen Brennpunkte sich F befindet. Wenn der Momentverschluß vor w' in Funktion gesetzt wird, erscheint F als leuchtender Punkt, dessen Reflexbild sich auf der Kameraplatte abbildet. Zu gleicher Zeit, als das Bild von F die Platte beeinflußt, wird das Licht von w' durch einen Spiegel m' gurückgeworfen, und zwar auf jenen Teil der Platte, der in die Kamera C' ragt und es werden Repèrepunkte photographisch fixiert.

Wenn das Instrument genau funktionieren soll, so muß es vor dem Gebrauche mit größter Sorgfalt justiert werden.

Der Apparat ist auf Stellschrauben montiert. Bei der Rektifikation ersetzt man die lichtempfindliche Platte der Kamera durch eine Glasplatte, welche in ihrer Mitte ein Okular und ein Fadenkreuz hat.

Die einzuhaltenden Operationen sind nun:

1. Aufstellung: Der Apparat ist so aufzustellen, daß die obere Platte horizontal ist;

2. Einstellung: Man regelt das Ölbad derart, daß das Bild des Fadenkreuzes vollkommen rein ist.

3. Normalstellung der optischen Achse, das ist jener Geraden, welche durch den hinteren Knotenpunkt des Objektives und den Schnittpunkt des Fadenkreuzes geht. Man beobachtet das reflektierte Bild des Fadenkreuzes, verschiebt die Fadenkreuzplatte solange, bis das Bild des Fadenkreuzes mit dem Fadenkreuze selbst sich deckt.

4. Zentrierung des Punktes F in bezug auf das Kameraobjektiv: Man verschiebt F so lange, bis sein Bild im Schnittpunkte des Fadenkreuzes erscheint.

Um die Richtung und Neigung der Verbindungsgeraden der Kamerastationen zu finden, wird die mit dem Photoeklimeter exponierte Platte entwickelt und hierauf in den Stereokomparator zur Ausmessung eingelegt. Die Orientierung erfolgt mittels der abgebildeten Repèrepunkte. Man mißt die Koordinate des Punktes O' in bezug auf O aus. Seien x, y die erhaltenen Bildkoordinatenwerte, φ das Azimut und ihre Neigung α, so hat man:

$$tg\,\varphi = \frac{y}{x}$$

$$tg\,2\alpha = \frac{x}{\cos\varphi}$$

Wenn man eine Ballonaufnahme machen will, so wird das justierte Photoeklimeter auf einer in der Mitte der Gondel angebrachten Ständerplatte aufgestellt. Diese Platte ist parallel zu jenen montiert, welche sich in den Gondeln befinden und die photogrammetrischen Apparate für die Stereoaufnahme aufnehmen. In dieser Platte sind Höhlungen, in welche die

Spitzen der Stellschrauben des Photoeklimeters passen, wodurch dieses eine solche Lage bekommt, daß dessen Achse parallel zur Verbindungsgeraden der Zentren der Objektive der beiden Aufnahmeapparate, der Basis der stereophotogrammetrischen Aufnahme, wird.

Die Auslösevorrichtung der Verschlüsse des Photoeklimeters wird von derselben elektrischen Vorrichtung betätigt wie jene der beiden stereophotogrammetrischen Instrumente.

Kleine Mitteilungen.

Ballonunglück in Fischamend. Bei der verhängnisvollen Katastrophe nächst Fischamend im Juni 1914 ist auch ein Offizier des k. u. k. Militärgeographischen Institutes in Wien, der k. u. k. Oberleutnant A. Breuer, verunglückt. Der Leiter der Mappierungsgruppe des Militärgeographischen Institutes Oberst Korzer hat einen Befehl erlassen, in dem es heißt: „Der Besten einer, Oberleutnant Adolf Breuer, hat in Ausübung seines Berufes im Verein mit seinen unglücklichen Kameraden von der Luftschifferabteilung und mit seinem Fachgenossen Ingenieur Gustav Kammerer bei Fischamend den Tod gefunden. Breuer hat durch sechs Jahre im Dienste der Landesaufnahme gestanden und hat sich als hervorragender Topograph bewährt, dem auch die schwierigsten Aufgaben übertragen werden konnten. Diesem seinem Rufe verdankte er die Einteilung zur photogrammetrischen Abteilung und schließlich seine Designierung als Vertreter des Militärgeographischen Institutes bei den vom Kriegsministerium angeordneten Versuchen mit dem aerophotogrammetrischen Verfahren nach Scheimpflug. In dieser verantwortungsvollen und schwierigen Verwendung habe ich Oberleutnant Breuer als einen besonders wertvollen Mitarbeiter schätzen gelernt; er hat hohes Interesse, Fachkenntnis, Tatkraft und selbstlose Hingebung für den neuen Dienst in hohem Maße bezeigt. Er fiel als der erste österreichisch-ungarische Aerophotogrammeter auf dem Felde der Ehre. Sein Andenken wird immer mit der jüngsten Errungenschaft der Aufnahmstechnik verbunden sein. Er war beauftragt, das neue Verfahren zu studieren und zu erproben. Er tat dies als tapferer Soldat und als Opfer der Wissenschaft. Wir zollen ihm Bewunderung; sein Name wird in der Geschichte des Militärgeographischen Institutes und der Landesaufnahme mit goldenen Lettern verzeichnet sein."

Photogrammetrische Arbeiten des k. u. k. Militärgeographischen Institutes in Wien. In dem XXXIII. Bande 1913 der „Mitteilungen des k. u. k. Militargeographischen Institutes in Wien" wird über die photogrammetrischen Arbeiten dieses Institutes nachstehendes berichtet: Die Winterarbeit 1912 13 wurde mit dem Stereoautographen Modell 1911 durchgeführt. Es wurden 109 stereophotogrammetrische Standpunkte gerechnet und auf drei Konstruktionsblättern mit den trigonometrischen Punkten aufgetragen. Diese 109 Standpunkte ergaben durch Ausarbeitung der Photostereogramme im Stereoautographen 696 km^2 Kataster und Schichtenplan; in diesem Raume wurde die Höhe von 2468 Punkten gemessen.

Die Winterarbeit erstreckte sich in Tirol über das Gebiet der Ötztaler Alpen, des Pustertales, sowie über einen Teil der Hohen Tauern. Weiters wurden auch Teile von Südtirol und Süddalmatien ausgearbeitet.

Die stereophotogrammetrische Feldarbeit wurde in der Zeit vom 10. Juli bis 2. August als Vorarbeit für die Neuaufnahmen im Pustertal und im Deffreggertale bei ungünstigen Witterungsverhältnissen fortgesetzt und mußte wegen Absturz eines Phototheodolites und wegen Vorbereitung der Delimitierungsarbeiten in Albanien vorzeitig abgebrochen werden. Es wurden 26 Standpunkte mit 66 Photostereogrammen erledigt.

Weiters wurde in Süddalmatien eine kleine stereophotogrammetrische Feldarbeit als Fortsetzung einer früheren in der Zeit vom 1. bis 9. September durchgeführt.

Delimitierungskommission in Nordalbanien. Im Herbst 1913 fanden in Nordalbanien größere Arbeiten einer Delimitierungskommission statt, bei welchen auch österreichisch-ungarische Topographen mitwirkten (Rittmeister R. Pletz und Hauptmann K. Popp) und wobei auch einige stereophotogrammetrische Feldaufnahmen ausgeführt wurden. Oberst des Generalstabskorps K. Korzer berichtet im XXXIII. Bande der „Mitteilungen des k. u. k. Militärgeographischen Institutes in Wien" in seiner verdienstvollen Abhandlung: „Die Stereoautogrammetrie im Dienste der Landesaufnahme" über diese Aufnahmen und die damit verbundene Untersuchung folgendes: „Als linker Stereostandpunkt diente ein Punkt, der durch Triangulation von mehreren schwer zu identifizierenden Fixpunkten bestimmt wurde und daher keinen Anspruch auf absolute Verläßlichkeit machen kann. Die drei Punkte 28, 29 und 30 liegen an der Wasser- (Ufer-) linie des Skutarisees. Dessen Höhe ist in der Generalkarte 37° 42', Skutari bei Mittelwasser mit 12 *m* angegeben. Die in Wien mit dem Stereoautograph Modell 1911 im Maße 1 : 75.000 ausgeführte Konstruktion ergab die in der Tabelle ersichtlichen Resultate. Die gegenseitigen Differenzen der drei

Basislänge der Stereostation in *m*	Punkt	Entfernung in *m*	Höhenmittel	Wert einer Parallaxeneinheit	Wert von 20" der Höhe	Relativer Höhenunterschied	Absolute Höhe	Höhenmittel
	28	12·045	−2° 45' 31"	2	1·2	570·5	7·0	
3147·9	29	19·410	−1° 45' 20"	5	1·8	568·0	9·5	8·1
	30	16·485	−2° 02' 48"	4	1·6	569·5	8·0	

Messungen sind derart gering, daß sie nach den Bestimmungen der „Instruktion für die militärische Landesaufnahme, II. Technischer Teil, Wien 1905", Punkt 300 noch zum „Ausgleichen" herangezogen werden können. Unter der Voraussetzung, daß die Höhe des Stereostandpunktes richtig ist, würde sich die Höhe des Skutarisees (beim damaligen Wasserstande) mit 8·1 *m* ergeben.

Bei diesem Beispiele sind die besonders großen Aufnahmsdistanzen und die große Basis bemerkenswert.

Die vorstehend angeführte Tabelle spricht für die Beurteilung des automatischen Verfahrens auch bei sehr schwierigen Verhältnissen und ist gewiß von größtem Interesse.

Ballonphotogrammetrie im Lybischen Kriege. Es ist nicht unbekannt, daß im tripolitanischen Kriege die Italiener die Flugzeuge mit Erfolg in den Dienst der Rekognoszierung gestellt haben und hiebei die Photographie mit großem Nutzen verwendeten. Hauptmann Tardivo hat in seiner Abhandlung: „Fotografia e telefotografia dall' aeroplano e dal dirigibile" Rom 1912 einen schönen Plan von Benghasi, der vom Ballon aus auf photographischem Wege hergestellt wurde, publiziert und in seinem Vortrage: „Topographie aérienne" anläßlich der „Ersten Hauptversammlung der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie" den prächtigen Plan im Originale vorgeführt. Aus der italienischen Publikation „Rendiconti delle esperienze e degli studii eseguiti nello Stabilimento di esperienze e construzioni aeronautiche del Genio" Rom II. Band, 1. Heft, sei folgendes mitgeteilt:

Zwei Lenkballons standen im Dienste, die von Beginn bis zur Beendigung des Krieges 91 Fahrten gemacht haben, wovon 46 auf dem Kriegsfelde zu Offensivzwecken unternommen wurden.

In 58 Aufstiegen wurden photographische General- und Detailaufnahmen gemacht, sowie auch Ermittlungen von Entfernungen ausgeführt, die sämtlich so

zufriedenstellend ausfielen, daß danach eine Detailkarte im Maße 1:40.000 angefertigt werden konnte, welche an der Küste von Zavia bis Sidi-Ben-Nur und gegen das Innere bis Azizia und Sbea reichte.

Von feindlichen Lagern wurden 200 Photographien angefertigt, ebenso von Oasen und einzelnen Ortschaften.

Von Wegen wurden Aufnahmen in geordneter Reihenfolge gemacht, so daß ihre planliche Darstellung eine sichere war.

Von der Oase Zanzur, gegen welche sich hauptsächlich die Truppenbewegungen richteten, wurden zahlreiche Photographien aufgenommen, aus welchen die Offizierspiloten einen sehr genauen Plan herstellten, der bis ins kleinste Detail die Straßen, die Lage von Häusergruppen und hervorragende Baulichkeiten erkennen ließ.

Auf eigenen Rekognoszierungsfahrten wurden durch geeignete Manöver, durch Anwendung von Teleobjektiven u. ä. die Verschanzungen aufgenommen, welche der Feind sowohl im Innern des Landes als auch am Meeresufer und bei den Oasen errichtete, um sich gegen den Vormarsch zu sichern.

Außerdem wurden durch Skizzen und Photographien die Stellungen der feindlichen Truppen, deren Zelte u. a. m. in Azizia ermittelt, wo das Hauptquartier des Feindes lag und wo auch dessen Magazine sich befanden.

Mit großer Pünktlichkeit wurden dem Kommandanten des Okkupationskorps die Photographien der feindlichen Lager zu Suani-Ben-Adem und Fonduc-Ben-Gashir geliefert, aus welchen man nützliche Angaben über die Veränderungen und Dislokationen der türkisch-arabischen Streitkräfte entnehmen konnte.

Das aufzunehmende Gelände war stets für die Beobachter sehr günstig, nahezu oder ganz eben (horizontal), ohne Kulturen; so konnte sich nichts dem Auge des Beobachters und dem Objetiv der Kamera entziehen.

Ballonrekognoszierung im Weltkriege. Wenn auch über die Tätigkeit der Luftschiffe und Aeroplane von den feindlichen Kriegsschauplätzen im allgemeinen naturgemäß nur recht spärliche Nachrichten einlangen, so können wohl zwei Dinge konstatiert werden:

1. daß der Kampfwert der Aeroplane gegen Truppen, Objekte etc, insbesondere bei der Unmöglichkeit, schwere und wirksame Bomben mit Apparaten mitzunehmen, kein großer ist;

2. daß alle kriegführenden Staaten die Flugzeuge als einen wichtigen Faktor der Aufklärung betrachten.

Nach fachtechnischen Urteilen wird bei dem gegenwärtigen Stande der Flugtechnik der Schwerpunkt der Tätigkeit der Luftfahrzeuge im Aufklärungsdienste bleiben; der Aeroplan wird als „Auge der Armee" von unschätzbarem Werte bleiben; in einem späteren Kriege werden die Staaten ihre militärische Macht auch nach „Luftkampfeinheiten" bemessen.

Gewiß haben Deutschland und Österreich, sowie die feindlichen Staaten, die Aufklärung in den Lüften organisiert und sich bemüht, sie wirksam in den Dienst der Armee zu stellen und daß dies gelungen ist, zeigen die großen Erfolge der Zentralmächte.

Welche prinzipielle Vorschriften insbesondere Rußland für die Aufklärung in den Lüften erlassen hat, geben wir in extenso einen Bericht eines Tagesjournals wieder, der auch jeden Photogrammeter interessieren wird.

Zur Überbringung von Nachrichten der Luftaufklärung werden in Rußland folgende Mittel angewendet:

1. Die mündliche Meldung des Fliegers, beziehungsweise dessen Beobachters, nach Rückkehr von der Erkundung;

2. die schriftliche Meldung, wozu die Mitnahme eines Passagiers unerlaßlich ist;

3. die Skizzierung des überflogenen Terrains;

4. die photographische Aufnahme wird in Rußland als die vollkommenste Form der Meldung betrachtet und wurde daher mit großem Interesse betrieben und vielen Erprobungen unterzogen.

Es wurden sowohl photographische Aufnahmen mit einzelnen Bildern, als auch kinematographische Aufnahmen erprobt.

Für das Photographieren einzelner Aufnahmen wird der photographische Apparat in einen Ausschnitt des Flügels derart eingebaut, daß Aufnahmen genau in vertikaler Richtung (bei horizontalem Flugzeug) ermöglicht sind. Der photographische Apparat wird durch Druck auf einen Ballon, der in unmittelbarer Nähe der freien Hand des Fliegers angebracht ist, aktiviert. Das Wechseln der Platte nach der Aufnahme erfolgt automatisch.

Gegenwärtig bestehen in Rußland photographische Apparate der Systeme: Leutnant Dybowski, Helgar, Oberst Potto und Oberstleutnant Uljanin. Am besten hat sich das letztere — Uljanin — bewährt, daher die russische Heeresverwaltung schon im Frieden über 300 solcher Apparate bestellt hat und damit alle Kriegsflugzeuge auszurüsten beabsichtigt. Bemerkenswert ist diese Konstruktion aus dem Grunde, weil auf jeder Aufnahme die Flughöhe automatisch verzeichnet wird, woraus ein Maßstab für die Aufnahme resultiert. Vom Moment der Aufnahme bis zur Fertigstellung des ersten Bildes sind 15 bis 20 Minuten erforderlich.

Den kinematographischen Aufnahmen wird in Rußland eine große Wichtigkeit beigemessen in der Erwägung, daß diese Aufnahmen den ganzen Weg des Flugzeugführers verzeichnen, daher die genauesten sind. Als Nachteil dieses Systems wird jedoch seine Umständlichkeit und die lange Dauer der Bilderzeugung empfunden. Letztere dauert bei dem in Rußland in Verwendung stehenden Apparate mehrere Stunden. Dieses Mittel gehört daher nach russischer Ansicht der Zukunft.

Scheimpflugs Aerophotogrammetrie und der Krieg. Wie bekannt, hat Ingenieur G. Kammerer einen Rekognoszierungsapparat gebaut, der, aus einer einzigen Kamera bestehend, derart kardanisch aufgehängt wird, daß die photographischen Aufnahmen unter einem Winkel von 30° gemacht werden können. Mittels eines dazu konstruierten Transformators werden die Aufnahmen in die Horizontale umgebildet. Das Plattenformat ist 6×12 *cm* und die Objektivbrennweite beträgt 150 *mm*.

In letzter Zeit hat die bekannte Firma Ernemann in Dresden in Verbindung mit dem Scheimpflugschen Institute in Wien die Konstruktion einer Fliegerkamera mit langbrennweitigem Objektiv für Kriegszwecke gebaut, die Aufnahmen unter jedem beliebigen Winkel auszuführen gestattet; sie hat auch einen Transformator gebaut, der für alle Aufnahmswinkel einstellbar ist. Auch wurden von militärischer Seite verschiedene Hilfsmittel geschaffen, welche die Auswertung der Fliegerbilder in erwünschter Weise durchzuführen gestatten.

Hoffentlich sind wir in Bälde in der Lage, über diese Instrumente und die damit erzielten Erfolge näheres zu bringen.

Photogrammetrische Abteilungen bei den Luftschifferkompagnien im gegenwärtigen Kriege. Die Verwendung der Photographien für militärische Zwecke, wobei der Photogrammetrie eine wichtige Rolle zufiel, wurde von Militärs der einzelnen Staaten studiert und hat besonders in Deutschland eine namhafte Vertiefung erfahren. Nach Ausbruch des furchtbaren Krieges, in den fast ganz Europa einbezogen ist, wurden „Photogrammetrische Abteilungen" geschaffen, die mit den Luftschifferkompagnien verbunden wurden, denn sie beschaffen dem Photogrammeter jenes Material, das er zu seinen Arbeiten braucht.

Verschiedene Firmen Deutschlands wetteifern in dem Bestreben, Kameras mit Einrichtungen zu versehen, welche die Neigung der Bildebene, die Lage des Horizontes, bequem zu bestimmen gestatten, Apparate werden konstruiert, die eine sichere und rasche Transformation ermöglichen, um die Photographien mit der Karte in Verbindung zu bringen. Der Photogrammeter zieht Methoden zur Lösung der ihm gestellten Probleme heran, die lange Zeit unbeachtet geblieben sind.

Wir zweifeln nicht daran, daß die messende Photographie auch ihr Scherflein zum endgültigen Siege der Zentralmächte beitragen wird.

In Österreich sind gleichfalls eigene Abteilungen für Photokartographie den Luftschiffkompagnien angegliedert, die im Dienste der Photogrammetrie stehen.

Unstreitig arbeiten die Franzosen mit den Hilfsmitteln der Ballonphotogrammetrie, welche der Hauptmann Saconney in so hohem Maße gefördert hat.

In Italien, wo die Hauptleute Ranza und Tardivo seit einem Jahrzehnt theoretisch und praktisch für die militärische Verwertung der Aerophotogrammetrie tätig waren, werden gewiß die Vorteile der Photographie ausgenützt.

Was Rußland betrifft, haben wir bereits über bezügliche Ausnützung der Fliegerphotographien berichtet.

Über England hat man nur wenig in dieser Richtung gehört; teilnahmslos sind aber die Engländer an den Vorteilen der photographischen Aufnahmen aus der Luft nicht vorbeigegangen, das zeigt die Tatsache, daß das „Aerophotogrammetrische Institut Scheimpflug" schon vor Jahren durch den Ingenieur Kammerer eine besondere Rekognoszierungskamera und einen dazu passenden Phototransformator für die englische Militärverwaltung geliefert hat.

Photogrammetrischer Raketenapparat von Ingenieur Maul im Balkankriege. Dieser Apparat hat von Anbeginn großes Interesse der militärischen Kreise hervorgerufen und es wurden auch Probeaufnahmen damit angestellt, die ganz gute Resultate ergaben. Die Bulgaren hatten im Balkankriege in den Kämpfen gegen die Türken mit großem Erfolge die Maulsche Raketenkamera verwendet. Wie bekannt, kann die an einer Rakete befestigte Kamera durch ein elektrisches Preßluftkatapult bis zu einer Höhe von 809 *m* emporgehoben werden; in der erreichten, regelbaren Höhe teilt sich die Vorrichtung in einen Fallschirm, an der die Kamera sich langsam zur Erde senkt. Aus der größten Höhe wird automatisch das Gelände mittels der Kamera photographisch fixiert.

Präzisions-Chronophotographie Hertzscher Wellen. In dem Pariser Atelier Carpentier ist nach Angabe von Abraham (siehe: „Revue Electrique" 1913 ein Galvanometer mit beweglichem System, geringer Trägheit und dauernder photographischer Registrierung, welches eine außerordentlich hohe Empfindlichkeit besitzt, gebaut worden, mit dem es gelungen ist, die Zeitsignale verschiedener Observatorien gleichzeitig aufzunehmen. Bei den verschiedenen Registrierungen konnten die Zeitmessungen auf $^1/_{100}$ Zeitsekunde genau durchgeführt werden. Zur Zeitmessung werden zwei Stimmgabeln System Koenig mit beweglichen Maßen herangezogen, deren Schwingungszahl 100, beziehungsweise 64 betrug und deren Schwingungsdauer auf einige Hunderttausendstel konstant bleibt, wenn man die Stimmgabeln einzeln verwendet, wogegen die Konstanz des Verhältnisses ihrer Schwingungsdauer auf Milliontel erhöht wird, wenn man zwei Stimmgabeln zusammendämpft. Die Registrierung der Wellenzüge kann auf $^1/_{1000}$ Sekunde genau erfolgen und daher in Verbindung mit der Zeitmessung zur direkten Bestimmung der Wellengeschwindigkeit auf der Erdoberfläche herangezogen werden. Die Messung wird dann in der Weise durchgeführt, daß abwechselnd von beiden miteinander in Verbindung stehenden Stationen Wellenzüge gesandt werden.

Kinematographie des Gesanges. Die Kinematographie ist schon und wird noch zur Lösung von Aufgaben verwendet werden, die unser Staunen erregen werden. Aus einer interessanten Abhandlung von Walter Thielmann entnehmen wir, daß im phonetischen Laboratorium des Hamburger Seminars für Sprachen ein sehr interessantes Experiment mit Erfolg gemacht wurde, das eine neuartige Verwendungsmöglichkeit der Kinematographie darstellt. Es ist auf Grund langer und mühsamer Versuche gelungen, von der Bewegung der Stimmlippen kinematographische Aufnahmen zu machen. Die kinematographischen Aufnahmen der Stimmlippen gestatten, mit Leichtigkeit die ganze Bewegung beim Sprechen und beim Gesang zu analysieren, wodurch es möglich wird, grundlegende Studien anzustellen. Auch vermag man die einzelnen Bilder wie bei jedem anderen Kinetogramm auf der weißen Leinwand des Projektionsschirmes dem Publikum zugänglich zu machen.

Es unterliegt keinem Zweifel, daß durch überlegte, planmäßig angelegte Experimente in der eingeschlagenen Richtung wertvolle Beiträge für das Studium der Sprache und des Gesanges gewonnen werden. Die besprochenen Experimente be-

rechtigen uns, von einer „Kinematographie der Sprache und des Gesanges" zu sprechen.

Historische photographische Sammlung der Bugra. Die wissenschaftliche Abteilung der Gruppe „Photographie" auf der „Internationalen Ausstellung für Buchgewerbe und Graphik Leipzig 1914" hatte eine besondere historische Sammlung eingerichtet, die interessante Objekte enthielt. Es ist gelungen, diese wertvolle Sammlung in ihrer Gänze zu erhalten; sie wird der neu zu errichtenden Buchgewerbeschule zugewiesen, die der Akademie der graphischen Kunste angegliedert wird.

Diese Tatsache muß mit Freude begrüßt werden und man muß den Männern danken, welche diese Idee gefaßt und sie so glücklich verwirklicht haben.

Photogrammetrie auf der Bugra. Der Leipziger Lehrer Karl Döhler, der seit dem Jahre 1901 im Dienste des Alpenvereines photogrammetrische Gletscheraufnahmen zum Studium der Gletscherschwankungen ausführt und zum Teil auch rekonstruiert hat, brachte auf der „Internationalen Ausstellung für Buchgewerbe und Graphik Leipzig 1914" eine Sammlung von 100 photogrammetrischen Aufnahmen von Alpengletschern zur Ausstellung; auch die topographische Karte eines solchen Gletschers, aus zwei Aufnahmen hergestellt, war beigegeben und demonstrierte in lehrreicher Weise die Methode der Rekonstruktion.

Großes Interesse erregte auch die etwa 800 Bilder umfassende Sammlung von Photographien, welche typische Landschaftsbilder der Leipziger Tieflandsbucht, ferner geologische, botanische, siedlungsgeschichtliche Aufnahmen u. dgl. darstellten. Döhler hat z. B. ungefähr 100 Bilder von den Ufern eines Leipziger Flusses gemacht, um die Veränderungen des Wasserlaufes festzulegen, eine gewiß interessante und dankbare Aufgabe.

Eine Kollektion von etwa 100 Bildern hatte den Zweck, „den Baum im Hochgebirge" vorzuführen.

Fast alle die letztgenannten „Photographie-Sammlungen", die für den Unterricht von der größten Wichtigkeit sind, hat die Stadt Leipzig für das Schulmuseum erworben.

Man muß es tief beklagen, daß durch den Ausbruch des Weltkrieges es vielen Interessenten nicht mehr möglich war, die sehenswerte und lehrreiche Ausstellung zu besichtigen.

Literaturbericht.

Bücherbesprechungen.

Zur Rezension gelangen nur Bücher, welche der Redaktion des „Archives für Photogrammetrie" zugesendet werden.

Das Zeiss-Werk und die Carl Zeiss-Stiftung in Jena, ihre wissenschaftliche, technische und soziale Entwicklung und Bedeutung von Felix Auerbach. Vierte, umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 149 Abbildungen im Text und einem Bildnis von Abbe. Jena 1914. Verlag von Gustav Fischer. Preis brosch. M. 2·40, geb. M. 3·—.

Abgesehen von der einen ausführlichen Darstellung der Carl Zeiss-Stiftung in Jena, welche Julius Pierstorff in Schmollers Jahrbuch, Leipzig 1897, unter dem Titel: „Die Carl Zeiss-Stiftung, ein Versuch zur Fortbildung des großindustriellen Arbeiterrechtes" erschienen ist, finden nur in zerstreuten Artikeln in Zeitschriften und Zeitungen eine verläßliche authentische Behandlung. Prof. Auerbach von der Universität in Jena, der bereits seit den Neunzigerjahren Gelegenheit hatte, die Entwicklung des Zeiss-Werkes aus nächster Nähe zu beobachten, sich über sein Wesen aus eigener Anschauung zu orientieren und zu den leitenden Persönlich-

keiten in nahe Beziehung zu treten, faßte den Plan, ein nach Tatsachen, Entwicklung und Motiven authentisches Gemälde der heutigen Zeissschen Werkstätte, die etwa 5300 Angestellte — darunter mehr als 45 wissenschaftliche Mitarbeiter und etwa 280 Ingenieure, Werkmeister usw. — zählt und damit unter den feinoptischen und feinmechanischen Betrieben der Welt einzig dasteht, dem Publikum zu bieten.

Dies ist Prof. Auerbach in glänzender Weise gelungen. Diese Publikation wird von jedem mit lebhaftem Interesse verfolgt, der sich für Optik und die optische Industrie interessiert, weil sie nicht nur die Geschichte und die Organisation der bedeutendsten deutschen optischen Werkstätte, sondern zugleich einen Abriß der Entwicklungsgeschichte der deutschen Optik bringt.

Der erste Teil des Werkes trägt die Überschrift: Wissenschaft und Technik, der zweite: Wirtschaft und Wohlfahrt.

Nach einer lesenswerten, anregenden Einleitung wird die neue Ära im Mikroskopbau geschildert, wobei eingehend der Bedeutung Ernst Abbes und Otto Schotts gedacht wird. Die folgenden Kapitel schildern die Ausbreitung des Werkes und seiner einzelnen Abteilungen, wobei die mikroskopische Abteilung, die Abteilung für Projektion und Mikrophotographie, die photographische Abteilung, die Astro- und Tele-Abteilung für Erdfernrohre und militärische Instrumente, die Meßabteilung, die geodätische Abteilung, die sogenannte Med- und Opto-Abteilung für medizinische und ophthalmologische Instrumente usw. eine übersichtliche Darstellung finden.

Von größtem Interesse ist das Kapitel: „Entwicklung und Organisation", welches über das räumliche Werden und Wachsen des Werkes sowie über seine, den jeweiligen Verhältnissen angepaßte Organisation Aufklärung gibt.

Der Abschnitt: „Gang durch die Werkstätten" ist so klar und treffend gegeben und mit so vorzüglichen Illustrationen ausgestattet, daß der Leser eine schöne, abgerundete Vorstellung von dem Betriebe bekommt, der eine immer steigende Entwicklung nimmt.

Der zweite Teil, der Wirtschaft und Wohlfahrt der ganz einzigartigen Schöpfung gewidmet, ist von ganz besonderem Interesse und muß in erster Linie den Sozialpolitiker ganz besonders fesseln, sind es doch die Ausführungen über die wirtschaftlichen Verhältnisse des Zeiss-Werkes. Die interessanten Besitzverhältnisse der Carl Zeiss-Stiftung, die allgemeinen Normen für die Tätigkeit der Stiftung, die Verwaltung der Stiftung und die Vorstände ihrer Betriebe, die Verhältnisse der Angestellten, die Gewinnbeteiligung, die Arbeitszeit, die besonderen Leistungen für Angestellte, die Patentfrage, die Aufwendungen für die Universität, das Volkshaus und sonstige gemeinnützige Aufwände, die da eine vorzügliche Darstellung erfahren.

Die wertvollen Beilagen, welche ein Bild über Angestellte bei Carl Zeiss, über die bauliche Entwicklung der Werkstätte, über die wichtigsten Erfindungen und Neukonstruktionen sowie soziale und Wohlfahrtseinrichtungen geben, bilden einen prächtigen Abschluß des in jeder Beziehung verdienstvollen Werkes.

Prof. Auerbach hat in seinem Buche eine meisterhafte Darstellung eines der größten optischen Institute Deutschlands und seiner Organisation gegeben, er hat ein fesselndes Bild entworfen von einer auf wissenschaftlicher Basis ruhenden industriellen Organisation, die gewaltig und imponierend dasteht und die eine planmäßige Zusammenfassung und Lenkung moralischer, geistiger, körperlicher Kräfte und technischer Behelfe zum höchsten Nutzeffekt bei geringster Verschwendung ermöglicht.

Dieses ausgezeichnete Werk wird nicht nur jene anziehen, die sich für die optische und verwandte Industrie interessieren, sondern seine Lektüre wird auch in den weitesten Kreisen dankbare Freunde finden. D.

Referat über

Fachartikel in wissenschaftlichen Publikationen.

Die Stereo-Autogrammetrie im Dienste der Landesaufnahme. Von Karl Korzer, k. u. k. Oberst des Generalstabskorps, Leiter der Mappierungsgruppe des k. u. k. Militärgeographischen Institutes. (Mit 3 Tafeln und 10 Figuren.) In „Mitteilungen des k. u. k. Militärgeographischen Institutes, XXXIII. Band 1913", Wien 1914.

Die stereoautographische Methode oder Stereo-Autogrammetrie, auch die automatische Methode der Photogrammetrie genannt, ist im k. u. k. Militärgeographischen Institut in Wien entstanden und findet dort seit 1910 eine systematische Verwendung bei den topographischen Arbeiten der Neuaufnahme der Monarchie. Die Erfahrungen, welche mit ihr gemacht worden sind, können als abgeschlossen angesehen werden.

Oberst Korzer, dem als Leiter der Mappierungsgruppe die photogrammetrische Abteilung und ihre Arbeiten unterstehen, ist wohl die berufenste Persönlichkeit, um über die Stereo-Autogrammetrie, die durch Förderung des Kommandanten Exzellenz Otto Frank im Institute in verhältnismäßig kurzer Zeit zu hoher Bedeutung gelangt ist und zur leistungsfähigsten und vollkommensten photographischen Meßmethode ausgebildet wurde, eine zusammenfassende Darstellung zu geben und um zu zeigen, welche Stellung das automatische Stereoverfahren im Rahmen der Landesaufnahme besitzt und welche Aufgabe ihm hiebei zufällt.

Nach einleitender Skizzierung der drei Arbeitsperioden:

1. einer Triangulierung niederer Ordnung;
2. einer stereophotogrammetrischen Aufnahme mit der automatischen Kartierung und
3. der topographischen Detailaufnahme oder Mappierung, welche die Gesamtvermessungsarbeiten der vierten Aufnahme der österreichisch-ungarischen Monarchie (Neuaufnahme) ausmachen, bespricht der Verfasser die stereophotogrammetrische Feldarbeit, schildert die Feldausrüstung, die Instrumente (neuen Phototheodolit) und gibt eine Darstellung des Arbeitsvorganges.

Über die Einzelheiten der erwähnten Arbeiten, die klar und treffend geschildert werden, müssen wir auf die Publikation selbst verweisen.

Der Stereoautograph Modell 1911 wird eingehend behandelt, seine Justierung ausführlich besprochen und auch seine Verwendung gezeigt.

Wir können nicht umhin, als Schluß unserer Besprechung der bedeutungsvollen Publikation das Resumé im Wortlaute anzuführen, welches Oberst Korzer in seiner Arbeit gegeben hat.

„Da eine geschlossene stereophotogrammetrische Feldaufnahme in den seltensten Fällen möglich sein wird, ist auch eine lückenlose automatische Kartierung kaum zu erreichen. Einzelne Terrainteile werden durch andere immer verdeckt sein, Waldgelände und Talsohlen entziehen sich sehr oft dem Einblick. Dem könnte in den meisten Fällen nur durch eine unverhältnismäßig große Zahl von Stereoaufnahmen mit kurzen Aufnahmsdistanzen abgeholfen werden. Das gleiche gilt vom stereophotogrammetrischen Verfahren im Flachlande. Theoretisch sind Stereo-Photogrammetrie und automatische Kartierung fast in jedem Gelände anwendbar. Für technische Aufnahmen in großen Maßstäben ist der erzielte geometrisch richtige und naturtreue Schichtenplan schon als vollwertiges Endresultat anzusehen. Bei einer militärischen Landesaufnahme muß aber immer noch ein topographisches Begehen des Aufnahmsgebietes erfolgen, sei die automatische Kartierung und der Schichtenplan auch noch so genau und lückenlos. Auch muß bedacht werden, daß viele Aufnahmen mit kurzen Aufnahmsdistanzen im Felde sehr zahlreiche trigonometrische Messungen (Stand- und Hilfspunkte), im Zimmer zeitraubende Manipulationen mit wenig ergiebigen Plattenpaaren erfordern. Der Maßstab 1 : 25.000 ist hinsichtlich der Bodenbedeckung für das Verfahren günstig; die Höhe der Feldfrucht, die

Baumhöhe bei Waldungen auf steilen Berghängen und -rücken spielen bei der automatischen Kartierung keine besondere Rolle. Anders die Bodenformen. Je weniger ausgesprochen dieselben sind, je kultivierter, bedeckter und unübersichtlicher dabei das Terrain wird, desto mehr ist die Anwendung des automatischen Verfahrens im Maße 1 : 25.000 eingeschränkt. Wo die Grenze der Rentabilität des automatischen Verfahrens bei der Landesaufnahme im Maße 1 : 25.000 liegt, kann bisher nur vermutet werden. Zwischen Flachland und Bergland mit ausgeprägten Formen (steilen Hängen) finden sich alle möglichen Abstufungen von Terraingattungen, die in den seltensten Fällen das Verfahren in großen Räumen ganz ausschließen dürften. So bieten beispielsweise im typischen Hochlande die bewaldeten steilen Talwände gute photogrammetrische Aufnahmeobjekte, während die freien ebenen Oberteile vorteilhaft meist nur durch die älteren Aufnahmsmethoden (vielleicht einmal auch aerophotogrammetrisch) zu bearbeiten sind. Aber die freien Sichten sind sowohl hier als in anderen Geländeübergangsformen, dann im Waldgebirge meist gering, die Täler tief und häufig eng. Die für den Maßstab 1:25.000 im Hochgebirge günstigen Aufnahmsdistanzen sind nicht einzuhalten. Komplikationen bei der automatischen Rekonstruktion sind dann die Folge. Die Bedeutung der automatischen Kartierung wird für eine militärische Landesaufnahme 1 : 25.000 in solchem Gelände geringer, während sie unter Umständen im selben Terrain, aber in größeren Maßstäben und für andere Zwecke am raschesten das Beste zu leisten vermag.

Für die Eigenart der Stereo-Autogrammetrie ist es bezeichnend, daß im Hochgebirge die größeren Lücken der automatischen Konstruktion auf die wichtigen Täler fallen, weil hier das neue Verfahren im Maße 1 : 25.000 schon mit mehr Umständlichkeiten anzuwenden ist.

Ebenes Gelände, welcher topographischen Beschaffenheit immer, detailliertes Flach- (Wellen-) land, besonders wenn es bewaldet ist, große Siedlungen (Städte) schließen die Anwendung der Stereo-Autogrammetrie zumeist aus.

Treffen aber die notwendigen Voraussetzungen für stereophotogrammetrische Aufnahme zu, sind dieselben nach Maßstab und Gelände leichter zu erfüllen, entspricht die Genauigkeit einer Meßtischaufnahme, handelt es sich vor allem um die Erzielung eines genauen Schichtenplanes, so kann sich die Anwendung der Stereo-Autogrammetrie als sehr ökonomisch erweisen. Da für technische Zwecke die wichtigste Forderung ein sehr genauer und ein sehr detaillierter Schichtenplan größeren Maßstabes ist, so wird es begreiflich, warum bisher das automatische Verfahren in dieser Hinsicht die größten Erfolge erzielen konnte.

Bei Aufnahmen in kleinen Maßstäben (z. B. 1: 100.000) handelt es sich nicht um die genaue Wiedergabe von vielen Details, sondern in erster Linie um die Bestimmung eines dichten Punktnetzes, zwischen welchem die wichtigsten topographischen Einzelheiten nach einer möglichst expeditiven Methode eingezeichnet werden. Die Genauigkeitsanforderungen sind noch geringer als bei den für Landesaufnahmen gebräuchlichen Maßstäben. Sind nun die allgemeinen Verhältnisse für photogrammetrische Arbeiten günstig (Sichtigkeit der Luft, sehr ergiebige Standpunkte mit sehr großen Aufnahmsdistanzen), so kann die Stereo-Autogrammetrie einen teilweisen Ersatz für die mühselige trigonometrische oder graphische Punktbestimmung (Detailtriangulierung) bieten. Sie arbeitet automatisch, daher schneller und einfacher als andere photographische Methoden, welche hiefür noch in Betracht kommen konnten. Für eine dringende Massenarbeit ist jede Beschleunigung erwünscht.

Bei einem Plattenpaar, welches versuchsweise im Maße 1 : 75.000 ausgearbeitet wurde, konnten Punktbestimmungen und einzelne Linienkonstruktionen (auch Schichtenlinien) bis auf 30 *cm* Entfernung durchgeführt werden. (Steiles, felsiges Gebirge.)

Die Stereo-Photogrammetrie mit der automatischen Kartierung stellt ein ganz neues Verfahren in den Dienst der Landesaufnahme.

Die photogrammetrischen Arbeiten des Militärgeographischen Institutes waren seit jeher als mustergültig anerkannt worden. Da die Idee zu diesem jüngsten Fortschritt ebenfalls im Institut entstanden ist, so kann erwartet werden, daß das neue Verfahren auch hier den besten Boden für die künftige Entwicklung findet. Eine Photographie, sie sei vom festen Standpunkt oder aus der Luft (Vogelperspektive) aufgenommen, kann nie das vollständige Material für eine topographische Karte geben. Daher werden die photographischen Konstruktionen im Rahmen der Landesaufnahme immer nur den Charakter einer Vorarbeit von wechselnder Bedeutung besitzen. Je nach der Ausführlichkeit dieser Vorarbeit wird auch der Einfluß derselben auf die Landesaufnahme und auf die bewährten älteren Aufnahmsmethoden ein verschiedener sein. Hierüber kann nur die Praxis Aufschluß geben. Übertriebene Erwartungen müssen zu Enttäuschungen führen. Die Praxis lehrt uns aber, daß die rationelle Ausführung der automatischen Kartierung, die Bedienung der komplizierten Präzisionsmaschine und die Verwertung des gewonnenen Materials für die topographische Detailaufnahme ein besonderes Fachwissen und sehr reiche Erfahrung erfordern.

Die Anwendung der Stereo-Autogrammetrie bei der Landesaufnahme (1:25.000) macht in weit höherem Maße als die älteren Methoden ,eine innige Vereinigung von pedantischer Kleinarbeit mit großzügiger Auffassung notwendig'.

Oberst Korzer sagt, seine Darlegungen können deshalb keinen Anspruch auf Vollständigkeit machen, weil das neue Verfahren fast nur im Hochgebirge zur Erprobung kam. Soviel ist aber schon heute klar: Eine moderne Landesaufnahme kann an der Stereo-Autogrammetrie nicht achtlos vorübergehen."

D.

Bibliographie.

1. Selbständige Werke.

Dalwigk, Dr. F. v.: „Vorlesungen über darstellende Geometrie", C. B. Teubners Verlag, Leipzig 1911 und 1914. Bd. I: Die Methoden der Parallelprojektion. Bd. II.: Perspektive, Zentralkollimation und Grundzüge der Photogrammetrie.

Großmann Dr. M.: „Darstellende Geometrie". C. B. Teubners Verlag, Leipzig 1915.

Beide Werke behandeln die Grundzüge der Photogrammetrie vom geometrischen Standpunkte.

2. Journalliteratur.

Bellak, P.: „Scheimpflugs Aerophotogrammetrie im Kriege" in „Österr. Flug-Zeitschrift", Wien 1914.

Berger J. v.: „Hauptmann Theodor Scheimpflugs Aerophotogrammetrie" in „Photographische Korrespondenz", Wien 1914.

Böheim Dr. H.: „Lösung der Aufgabe, einen Dreikant nach einem Dreiecke von gegebener Gestalt und Größe zu schneiden" in „Zeitschrift für Realschulwesen", Wien 1914.

Cles, H. Freiherr v.: „Kinematographische Aufnahme steigender Artilleriegeschosse bei Tageslicht oder bei künstlicher Beleuchtung" in „Sitzungsberichten der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien", math.-naturw. Klasse, Bd. CXXIII, Abt. II a, 1914 und in „Mitteilungen über Gegenstände des Artillerie- und Geniewesens", Wien 1914.

Dock, Dr. H.: „Studie über die Herstellung von Schichtenplänen aus stereophotogrammetrischen Aufnahmen auf Grund der Kurven gleicher Entfernung" in „Zentralblatt für das gesamte Forstwesen", Wien 1914.

Eder, Dr. J. M.: „Alphonse Bertillon", in „Photographische Korrespondenz", Wien 1914.

Eichberg, F.: „Un nouvel appareil de photographie métrique" in „Revue critique de police scientifique", Bruxelles 1914.

Korzer, K.: „Die Stereo-Autogrammetrie im Dienste der Landesaufnahme", in „Mitteilungen des k. u. k. Militärgeographischen Institutes". Bd. XXIII, Wien 1914.

Kürt, P.: „Die Aviatik im Kriege", in „Österr. Flugzeitschrift", Wien 1914.

Pulfrich, Dr. C.: „Die drehbare ‚wandernde Marke', eine Neueinrichtung am Stereokomparator" in „Zeitschrift für Instrumentenkunde". Berlin 1914.

Zenneck, J.: „Demonstration und Photographie von Strömungen im Innern einer Flüssigkeit" in „Berichte der Deutschen physikalischen Gesellschaft im Jahre 1914". Braunschweig 1914.

Vereinsnachrichten.

Sektion „Österreich" der „Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie".

Der Sektion ist beigetreten:
Die k. k. Generaldirektion des Grundsteuerkatasters in Wien I., Seilerstätte 24.

Vereinsjahr 1914.

Außer den beiden im Kalenderjahre 1914 abgehaltenen Monatsversammlungen, bei welchen der k. u. k. Major i. R. S. Truck:

„Über die Bedeutung und Anwendung der Stereophotogrammetrie als Vermessungsmethode in der Ingenieurpraxis"

und Prof. Dr. K. Zaar:

„Über ein photogrammetrisches Körpermessungsverfahren"

sprachen (wobei diese Vorträge vollinhaltlich bereits im IV. Bande des „Archives für Photogrammetrie" zur Veröffentlichung gelangten und zum Vereinsjahre 1913 fallen) fanden im Jahre 1914 keine Monatsversammlungen mehr statt.

Es brach im Sommer der europäische Krieg aus; eine größere Zahl unserer Mitglieder, die dem Offiziersstande angehört, ging ins Feld und viele von ihnen wurden zur militärischen Dienstleistung einberufen.

Der Ausschuß der Gesellschaft beschloß mit Rücksicht auf diese Verhältnisse, von der Abhaltung der Monatsversammlungen in der Kriegszeit Abstand zu nehmen.

Die ordentliche Jahresversammlung konnte naturgemäß in der üblichen statutenmäßigen Weise nicht abgehalten werden. Der Ausschuß der Gesellschaft mußte sich darauf beschränken, anläßlich einer Ausschußsitzung den von den Revisoren geprüften Kassabericht des Kassiers entgegenzunehmen.

Aus dem nachfolgenden Kassabericht pro 1914 erhält man ein Bild über den Stand der Vereinskasse.

Kassaübersicht für 1914.

Soll	K	Haben	K
Barbestand am 1. Jänner 1914	1.267·31	Manipulationsgebühren d. Postspark.	2·78
Zinsen	370·91	Transportspesen und Zoll	20·45
Unterstützungen	1.396·22	Auslagen d. Schrift- u. Kassenführers	55·68
Mitgliederbeiträge	702·—	Diener	50·—
Mai-Rente K 7000 Nominale	5.791·99	Kranzspende	32·—
K 1000 „	841·67	Buchdruckerei Fromme für Drucksachen und Archiv	2.562·—
Beitrag der Sektion Deutschland zu einer Kranzspende	16·07	Effektenankauf	841·67
Rückständige Beiträge	276·—	Rückständige Mitgliederbeiträge	276·—
	10.662·17	Effektendepot	6.633·66
		Barbestand 31. Dezember 1914	187·93
			10.662·17

Wien, am 28. Juni 1915.

Geprüft und richtig befunden:

R. Goldmann m. p. August Rost m. p.

Dem Herrn Direktor F. Neuffer wurde für die mühevolle und tadellose Führung der Kassageschäfte Dank und Anerkennung ausgesprochen, ebenso wurden auch den Revisoren, den Herren: R. Goldmann und A. Rost für ihre Mühewaltung der beste Dank zum Ausdrucke gebracht.

Da die Erledigung der satzungsmäßigen Neuwahlen in den Ausschuß nicht durchgeführt werden konnte, haben sich die für das Vereinsjahr 1914 gewählten Mitglieder des Vorstandes (siehe IV. Band, S. 277) bereit erklärt, ihre Funktionen auch für das Vereinsjahr 1915 ausüben zu wollen.

Aus den Beschlüssen des neuen Ausschusses sei besonders mitgeteilt, daß das „Archiv für Photogrammetrie" vom V. Bande an wieder in zwanglosen Heften erscheinen, und das erste Heft des V. Bandes noch im Herbste 19 5 zur Ausgabe gelangen solle. Hiedurch wird dem Wunsche einer Reihe von Mitgliedern entgegengekommen, welche durch die Herausgabe des Archives in Form eines Jahrbuches mit Recht einen zu großen zeitlichen Zwischenraum im Erscheinen befürchteten, wodurch das Interesse des Organs der Gesellschaft leide

Neben anderen, das „Internationale Archiv für Photogrammetrie" berührenden Fragen wurde auch die Änderung des Titels der Zeitschrift in Beratung gezogen und beschlossen, von Führung einer Mitarbeiterliste abzusehen und die Titeländerung der nächsten Hauptversammlung der „Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie" zu überlassen

Sektion „Deutschland" der „Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie".

Im nächsten Hefte des Archives werden Mitteilungen für die Sektion erscheinen.

Bibliothek der Gesellschaft.

Der Bibliothek sind an Geschenken zugegangen:

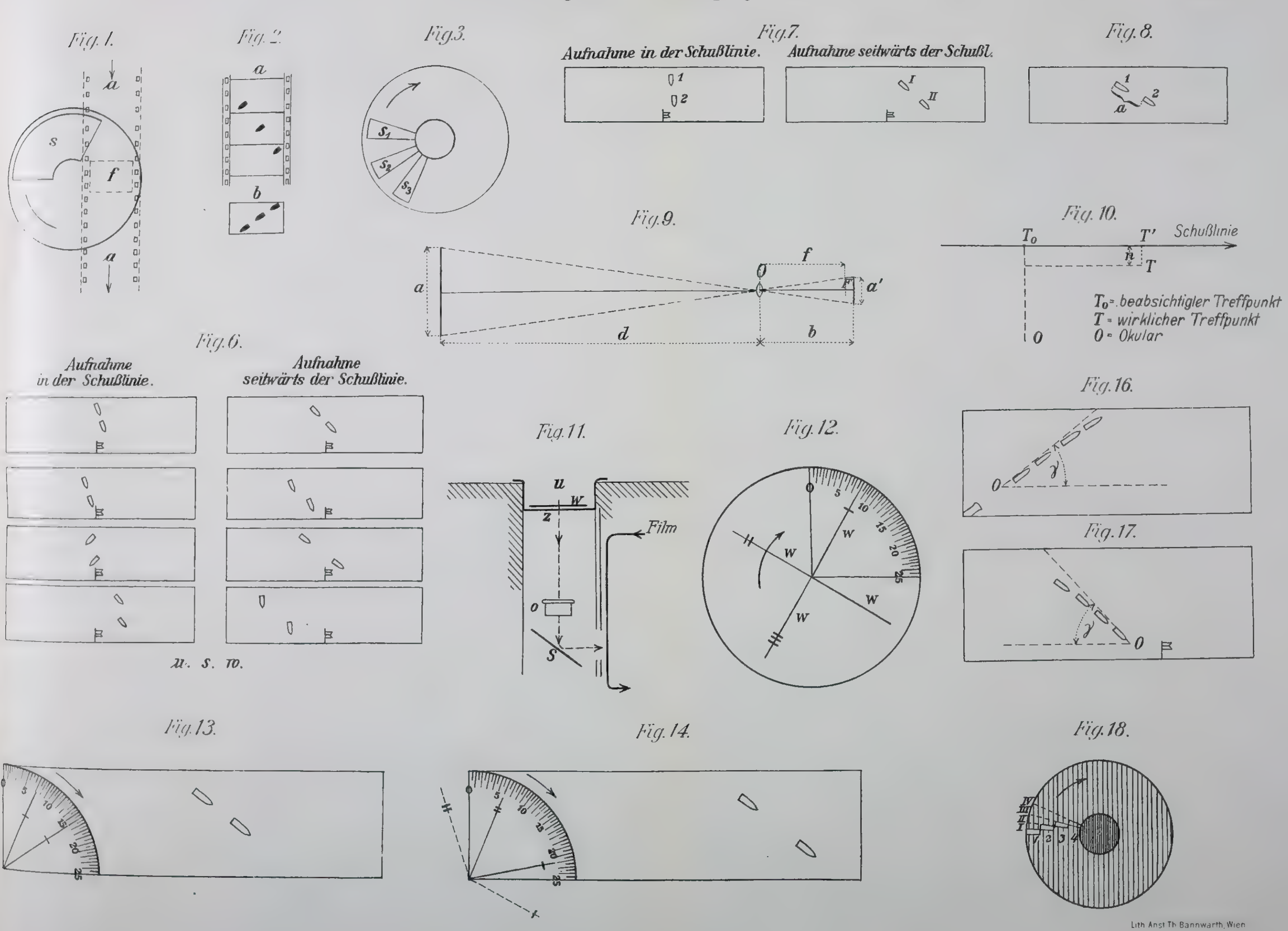
Cles H. Freiherr v.: „Kinematographische Aufnahme steigender Artilleriegeschosse bei Tageslicht oder bei künstlicher Beleuchtung, Wien 1914.

Dock Dr. H.: „Studie über die Herstellung von Schichtenplänen aus stereophotogrammetrischen Aufnahmen auf Grund der ‚Kurven gleicher Entfernung'", Wien 1914.

Korzer K.: „Die Stereo-Autogrammetrie im Dienste der Landesaufnahme", Wien 1915.

Pulfrich, Dr. K.: „Die drehbare ‚wandernde Marke'", eine Neueinrichtung am Stereokomparator, Berlin 1914.

Schluß der Redaktion Mitte September 1915


Fig. 1.
a
s
f
a
Fig. 2.
a
b
Fig. 3.
S1
S2
S3
Fig. 7.
Aufnahme in der Schußlinie.
Aufnahme seitwärts der Schußl.
1
2
I
II
Fig. 8.
1
2
a
Fig. 9.
a
0
f
F
a'
d
b
Fig. 10.
T0
T'
Schußlinie
T
n
0
T0 = beabsichtigter Treffpunkt
T = wirklicher Treffpunkt
0 = Okular
Fig. 6.
Aufnahme in der Schußlinie.
Aufnahme seitwärts der Schußlinie.
u. s. w.
Fig. 11.
u
w
z
Film
o
S
Fig. 12.
0
5
10
15
20
25
W
W
W
W
Fig. 16.
0
γ
Fig. 17.
γ
0
Fig. 13.
0
5
10
15
20
25
Fig. 14.
0
5
10
15
20
25
Fig. 18.
IV
III
II
I
1
2
3
4
Lith. Anst. Th. Bannwarth, Wien



INTERNATIONALES
ARCHIV FÜR PHOTOGRAMMETRIE

Redaktion: Hofrat Prof. E. DOLEŽAL in Wien.

V. Jahrgang. November 1916. Heft 2.

K. u. k. Oberstleutnant Sigismund Truck.



Geboren zu Grzymalow am 1. Oktober 1857. Gefallen bei Baranowitschi am 3. Juli 1916

K. u. k. Oberstleutnant Sigismund Truck.

Von Hofrat Prof. E. Doležal.

Sigismund Truck wurde am 1. Oktober 1857 zu Grzymalow in Galizien geboren. Er verbrachte eine frohe Jugendzeit im elterlichen Hause und besuchte mit frühentwickeltem Lerneifer die Volksschule seines Geburtsortes. Nach Ablegung der Maturitätsprüfung im Jahre 1876 an der Realschule in Teschen ließ er sich als Hörer der Bauingenieurschule an der Wiener Technischen Hochschule inskribieren. Nach dem ersten Studienjahre trat er den Dienst als Einjährig-Freiwilliger bei dem k. u. k. Linien-Infanterie-Regiment Freiherr v. Kellner Nr. 41 an. In diese Dienstzeit fiel der Okkupationsfeldzug in Bosnien und der Herzegowina und so ergab sich für den jungen Mann frühzeitig die Gelegenheit, zwei seiner hervorragendsten Eigenschaften zu erproben, die unerschütterliche Pflichttreue und die sichere militärische Auffassungsgabe.

Er machte mit seinem Regimente, das der Armee des Herzogs von Württemberg zugeteilt war, eine Reihe von kleineren Gefechten mit und beteiligte sich an der Erstürmung von Serajewo am 18. und 19. August 1878. Bei der Verfolgung des Feindes in südöstlicher Richtung von Serajewo kam es am 21. September 1878 zu dem scharfen Treffen von Senković-Bandin (Odžak) auf der Romanija planina, in welchem Truck sich besonders auszeichnete. Er hieb einen Insurgentenführer nieder, eroberte eine feindliche Fahne, obwohl er selbst durch einen Säbelhieb über die Brust und einen Schuß in den Unterarm verwundet worden war. Die beiden Verwundungen, welche glücklicherweise nur leichter Art waren, veranlaßten Truck, der über einen äußerst widerstandsfähigen Körper verfügte, nicht einmal zur Inanspruchnahme ärztlicher Hilfe, er beteiligte sich ohne Unterbrechung weiter an den Aktionen seines Regiments und fand so Gelegenheit, sich bei der Erstürmung von Višegrad wieder in hervorragender Weise auszuzeichnen.

Trucks mutige Tatkraft wurde durch die Verleihung der silbernen Tapferkeitsmedaille II. Klasse anerkannt, welche dem jungen Korporal vom Herzoge von Württemberg eigenhändig an die Brust geheftet wurde. Truck's Augen leuchteten auch noch nach langen Jahren, wenn er den feierlichen Augenblick schilderte, wo er in Anwesenheit des Armeekommandanten und vor dem ganzen Regimente die ihn tief erfreuende Auszeichnung erhielt.

Im Anschlusse an die bosnische Okkupation machte der junge Krieger mit seinem Regimente die Besetzung des Limgebietes im Sandschak Novipazar im Jahre 1879 mit und legte nach Abschluß der militärischen Operationen die Offiziersprüfung erfolgreich ab. Als Reserveoffizier setzte er zunächst seine Studien an der Wiener Technischen Hochschule fort.

Von der Militärbehörde aufgefordert, sich gänzlich dem Militärdienste zu widmen, ließ er sich im Jahre 1881 aktivieren und trat als Leutnant in die kaiserliche Armee ein, in der er schon so tapfer gekämpft hatte und an der er mit allen Fasern seines Herzens hing.

Sein Regiment stand in Bosnien, war bei der Säuberung der okkupierten Provinzen von Insurgenten und Räuberbanden tätig und beteiligte sich auch an der Bekämpfung der Insurrektion in der Herzegowina im Jahre 1882.

Bis zum Jahre 1888 diente er bei seinem Regimente in verschiedenen Kronländern und hatte Gelegenheit, neben der allgemeinen Bereicherung militärischen Wissens auch vielseitige Sprachkenntnisse zu erwerben, wobei ihm ein angeborenes Talent besonders zugute kam.

Als Oberleutnant wurde Truck zur Dienstleistung in das k. u. k. Militär-geographische Institut einberufen und der astronomisch-geodätischen Gruppe zugeteilt. Diese stand damals unter der Leitung des Linienschiffs-Kapitäns Alex v. Kalmár; die astronomische Abteilung leitete der bekannte Major R. Daublebsky v. Sterneck und die geodätische Abteilung der nachherige Universitätsprofessor Major H. Hartl.

Unter diesem als Fachmann und Lehrer gleich tüchtigen Offizier hatte Truck Gelegenheit, sich gründlich in die geodätischen Probleme einzuarbeiten, nachdem am Institute umfassende Arbeiten über die verschiedenen Ausgleichungen von Triangulierungen und Nivellements im Gange waren. Neben diesen theoretisch-kalkulatorischen Arbeiten sorgte Hartl dafür, daß der strebsame Oberleutnant auch eine systematische, praktische Ausbildung bei den vielseitigen zur Durchführung gelangenden geodätischen Arbeiten erhielt. Er war beim Signalbaue in Galizien und den Alpenländern beschäftigt, führte insbesondere die Stabilisierung zahlreicher Gradmessungspunkte durch, wirkte bei der Festlegung des Triangulierungsnetzes I. und II. Ordnung in Steiermark, Kärnten und dem Küstenlande mit und wurde schließlich auch selbständig mit Triangulierungen niederer Ordnung betraut.

Bei der unter Hartls Leitung durchgeführten Basismessung bei Versecz konnte Truck die erworbenen Kenntnisse bereits erfolgreich verwerten, und zwar ebenso bei der Aufsuchung der für die Messung geeigneten 4 *km* langen Basis als bei der Entwicklung der Grundlinie auf die Dreieckseite I. Ordnung Kudritzenkopf-Antija.

Neben diesen besondere Gewissenhaftigkeit und Sorgfalt erheischenden Arbeiten war Truck auch in der Ausführung von schwierigen Präzisionsnivellements und anderen Gradmessungsarbeiten tätig.

Alle diese geodätischen Feldarbeiten, welche oft im schwierigsten Gelände durchgeführt werden müssen, stellen auch an die physische Ausdauer des Operateurs harte Anforderungen, denen Trucks an Strapazen gewöhnter und planmäßig trainierter Körper jedoch ohne Schwierigkeit entsprechen konnte.

In den Jahren 1893—1895 besuchte Truck Vorlesungen der Professoren Dr. A. Schell und Dr. W. Tinter der Technischen Hochschule in Wien, um feste Grundlagen in allen Zweigen der Niederen und Höheren Geodäsie zu gewinnen.

Als in der ersten Hälfte der Neunzigerjahre Oberstleutnant H. Hartl mit der Landesvermessung von Griechenland betraut wurde, ist Truck als Observator diesen Arbeiten beigezogen worden. Er benützte diese Gelegenheit, um durch anschließende Studienreisen neben Griechenland den ganzen

Balkan, die jonischen Inseln, die europäische Türkei und Kleinasien kennen zu lernen und seine Sprachenkenntnisse zu festigen.

Mittlerweile zum Hauptmann befördert, widmete sich Truck mit Eifer verschiedenen Spezialarbeiten, zu denen ihn die erworbene Kenntnis mehrerer slawischer Sprachen befähigte. Er studierte mit unermüdlicher Ausdauer die serbischen kartographischen Arbeiten und die einschlägigen russischen Publikationen über Gradmessungen, so daß er als erster in der Lage war, in den offiziellen „Mitteilungen des k. u. k. Militärgeographischen Instituts" ausführlich über diese Materie zu referieren und seinen Namen auch in weiteren wissenschaftlichen Kreisen bekannt zu machen, wozu auch Veröffentlichungen in deutschen Fachzeitschriften wesentlich beitrugen.

Nicht lange nach der Berufung Hartls an die Universität in Wien gab Truck im Jahre 1901 nach dreizehnjähriger Tätigkeit im Militärgeographischen Institute diese Stellung auf und trat als Hauptmann in den Ruhestand, hauptsächlich von der Absicht geleitet, auch andere Zweige des Vermessungswesens gründlich kennen zu lernen und sich später der privaten geodätischen Praxis zu widmen.

Hofrat A. Broch, Direktor des staatlichen Triangulierungs- und Kalkulbureaus, gab ihm Gelegenheit, bei dieser Behörde durch ein Jahr tätig zu sein, wodurch er alle einschlägigen Detailarbeiten wie Triangulierungen, Neuvermessungen nach der Polygonalmethode, Meßtischaufnahmen nach offiziellen Instruktionen usw. kennen lernte.

Im Jahre 1902 wurde er vom Eisenbahnministerium zur Vornahme von Trassierungsarbeiten bei dem Baue von Alpenbahnen berufen und betätigte sich nun bei der schwierigen, jedoch äußerst interessanten Trassierung der Linie: Meran — Mals – Schweizer Grenze — Reschenscheideg — Landegg im Ortlergebiete.

Nach dreijähriger intensiver Tätigkeit im staatlichen Vermessungswesen legte er die „strenge praktische Prüfung" behufs Autorisierung als Zivilgeometer bei der k. k. n. ö. Statthalterei ab und wurde im Jahre 1904 beeidet.

Trucks rastlos vorwärtsstrebender Geist fand jedoch in seiner neuen Berufsbetätigung nicht volle Befriedigung, es drängte ihn, neue Bahnen auf seinem fachlichen Gebiete einzuschlagen, und so warf er sich mit Feuereifer auf die photogrammetrische Meßmethode und führte als erster Pulfrichs Stereophotogrammetrie für Ingenieurzwecke ein. Seine auf Grund mühsamer Arbeiten und Versuche erschienenen Veröffentlichungen in der deutschen „Zeitschrift für Vermessungswesen" verschafften ihm eine Reihe ehrenvoller Aufträge aus dem Auslande, er verblieb jedoch in der Heimat und übernahm 1907 die erste Stereo-Trassierung in Tirol für das Eisenbahnministerium, 1908 und 1909 Photovermessungen für die Ausnützung von Wasserkräften in Kärnten (Villach — Millstatt) und in Tirol.

Als in der folgenden Zeit in den okkupierten Provinzen der Plan des Lokalbahnbaues aktuell wurde, ergab sich infolge der schwierigen Trassenführung in dem unzugänglichen Gebirgs- und Karstgelände ein neues, ersprießliches Arbeitsfeld für das von Truck mit Liebe gepflegte Meßverfahren. Er wurde auch von der bosnischen Landesregierung zur Trassierung der neuen Linien:

Bihać—Krupa, Bugojno—Aržano, Prozor—Rama, Banjaluka—Jajce berufen und hatte so Gelegenheit, die Vorteile des stereophotogrammetrischen Verfahrens unter den gegebenen Verhältnissen auf das eindrücklichste zu erhärten.

Nach Beendigung dieser für die Zivil- wie für die Militärverwaltung der annektierten Gebiete gleich wichtigen Arbeiten wurde Truck am 16. November 1912 durch die Verleihung des Titels eines Majors ausgezeichnet.

Parallel mit seiner praktischen Wirksamkeit war Truck auch in intensivster Weise bemüht, den in Wien lebhaft entwickelten Bestrebungen zu allgemeinerer Einführung der Photogrammetrie zum Durchbruche zu verhelfen. Nach verschiedenen Vorträgen, so im „Österreichischen Ingenieur- und Architekten-Verein", im Vereine „Wiener Bauhütte", in der „k. k. Geographischen Gesellschaft" kam es im Monate Mai 1907 zur Gründung der „Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie", der ersten Vereinigung dieser Richtung, welche in der Folge international ausgestaltet wurde.

Truck wirkte auch in energischer Weise für die Vertretung der Standesinteressen der behördlich autorisierten Zivilgeometer, in deren Vereinigung er als Ausschußmitglied Ansehen genoß. Als im Jahre 1913 die Ingenieurkammern in Österreich geschaffen wurden, erhob ihn das Vertrauen seiner Kollegen zum Kammerrate und als solcher hatte er Gelegenheit, in einer Deputation an Allerhöchster Stelle zu erscheinen, wobei Seine Majestät weil. Kaiser Franz Joseph sich in besonders huldvoller Weise über die im bosnischen Feldzuge erworbenen Auszeichnungen äußerte und auch seiner Anerkennung über die vom militärischen Standpunkte höchst wichtigen geodätischen Arbeiten in Bosnien zum Ausdrucke brachte.

Eine schwere Rippenfellentzündung verhinderte den rastlos tätigen Mann an der Durchführung wichtiger, ihm von der Militärverwaltung übertragener Aufgaben in Südtirol und erst im Sommer 1914 war er soweit hergestellt, um einem Auftrage der griechischen Regierung nachzukommen und seine Kraft den Vorarbeiten für einen Bahnbau von Larissa nach dem Epirus zu widmen.

Vor Inangriffnahme dieser Arbeit traf ihn die Kunde von dem Attentate in Serajewo am 29. Juni 1914.

In Vorahnung der kommenden, welterschütternden Ereignisse eilte er sofort in die Heimat, um seine Kraft dem Vaterlande zur Verfügung zu stellen. Er wurde dem Stabe des ersten Armeekommandos Seiner Exzellenz Viktor Dankl als genauer Kenner des Operationsgebietes, seiner Sprache und Gebräuche zugeteilt; sein schneidiger militärischer Geist strebte jedoch nach aktiver Beteiligung an dem Ringen an der Front selbst und so gelang es ihm, das Kommando eines Honvedbataillons zu erlangen.

Er machte die Kämpfe bei Krasnik, Lublin, Iwangorod, den mühevollen Rückzug nach Krakau im Jahre 1914 mit, inzwischen zum aktiven Major und stellvertretenden Regimentskommandanten ernannt. Nach harter und eiserner Wacht im Winter 1914/15 an der Nida, überschritt er diese bei Beginn der großen Mai-Offensive als erster mit seinem Bataillon, nahm teil an den harten Kämpfen bei Winiarki und Hermanow, an der Er-

stürmung von Iwangorod und Brest-Litowsk, drang im Verbande der Armeegruppe des Generalfeldmarschalls Prinzen Leopold von Bayern bis gegen Pinsk vor und bezog endlich tief in Rußland das Winterquartier am Serwetsch.

Im Juli 1915 wurde er durch das Militärverdienstkreuz III. Klasse, am 1. November desselben Jahres durch die außertourliche Beförderung zum Oberstleutnant in Anerkennung hervorragender Dienstleistung vor dem Feinde ausgezeichnet.

Seine Kenntnisse als Techniker kamen ihm in äußerst zweckdienlicher Weise bei der Ausgestaltung der Schützengräben, ihrer Versicherung und Verbindung zu statten und hatte er die Befriedigung, im Februar 1916 von Seiner kaiserlichen Hoheit, dem Erzherzog Thronfolger, gegenwärtig unseren erhabenen Monarchen Kaiser Karl, für die getroffenen Einrichtungen die huldvollste Anerkennung zu erlangen.

Trucks Lebenslauf war zwischen geodätischer Arbeit und militärischer Energie geteilt und dem strebsamen Manne, der schon als Jüngling auf bosnischem Boden in blutigem Handgemenge sich das Ehrenzeichen der Tapferkeit erwerben konnte, war es beschieden, bei Baranowitschi am 3. Juli 1916 im 59. Lebensjahre an der Spitze seines Regiments, in heldenmütiger Abwehr des überlegenen Feindes, in Verteidigung der heimatlichen Erde für Kaiser und Reich sein Leben zu lassen. Nach 48stündigem Trommelfeuer hielt er mit seinen tapferen Soldaten den wütenden Angriffen einer kombinierten russisch-serbischen Division stand, behauptete im Nahkampfe, mit der Waffe in der Hand, die von ihm nach militär-technischen Grundsätzen angelegten und im schwersten Feuer erprobten Stellungen. Der wütende Feind mußte sich mit schwersten Verlusten zurückziehen, aber, von Bajonettstichen durchbohrt und von einem tödlichen Kopfschuß getroffen, hat Truck sein Leben für sein Vaterland dahingegeben. Er fand mit den Tapferen, die im letzten Kampfe an seiner Seite standen, die letzte Ruhe im Friedhofe des Infanterie-Regiments Nr. 2 bei Jessenetz.

In Anerkennung tapferen und erfolgreichen Verhaltens vor dem Feinde wurde dem auf dem Felde der Ehre gefallenen Oberstleutnant S. Truck das Ritterkreuz des Leopold-Ordens mit der Kriegsdekoration verliehen.

Trucks Wirken und Tod ist ein leuchtendes Beispiel für das heiße Streben nach ernster Betätigung auf jedem Gebiete, das ihm das wechselvolle Spiel des Lebens zuweist. Bei Verfolgung seiner Studien, bei der praktischen geodätischen Arbeit, im Tale und auf beeisten Höhen und endlich in dem fürchterlichen, nervenbezwingenden Ringen des Weltkrieges, überall hat der pflichtbewußte Mann alles getan und geschafft, was in seinen Kräften stand. Seinen Hinterbliebenen, der tiefgebeugten Witwe und der einzigen Tochter Aglaia, darf es als Trost gelten, daß in dem fernen Grabe bei Jessenetz ein ganzer Mann ruht.

Eiserner Wille in Verfolgung des gesteckten Zieles, nie erlahmende Arbeitsfreude und tatkräftige Energie zeichneten Truck aus. Was er geworden, hat er nur durch seine intensive, ehrliche Arbeit erreicht.

Die Körperschaften, denen Truck angehörte, alle, die ihn kannten, werden das Andenken des Helden stets in hohen Ehren halten!

* *

Oberstleutnant Truck hat neben einer Reihe fachwissenschaftlicher Besprechungen nachstehende Publikationen verfaßt:

1. „Die erste topographische Aufnahme des Königreichs Serbien" in den „Mitteilungen des k. u. k. Militärgeographischen Instituts in Wien", XVI. Band, 1897.

2. „Die russische Triangulierung auf der Balkanhalbinsel in den Jahren 1877—1879", ebenda, XVII. Band, 1898.

3. „Die Entwicklung der russischen Militärkartographie von Ende des 18. Jahrhunderts bis zur Gegenwart", I. Teil, ebenda, XVIII. Band, 1899.

4. „Der Jäderinsche Basismeßapparat", ebenda, XVIII. Band, 1899.

5. „Die Entwicklung der russischen Militärkartographie von Ende des 18. Jahrhunderts bis zur Gegenwart", II. Teil, ebenda, XIX. Band, 1900.

6. „Gradmessungsarbeiten in Rußland" in der „Zeitschrift für Vermessungswesen", XXXII. Band, 1903.

7. „Oberst Prof. Dr. Hartl", ebenda, 1903.

8. „Landesvermessungsarbeiten in Rußland", ebenda, 1903.

9. „Zur Kartographie der Balkanhalbinsel", ebenda, XXIII. Band, 1904.

10. „Ausgleich der russischen Gradmessungsnetze für Landesmessungszwecke", ebenda, 1904.

11. „Ein neuer Schichtenlinieneinschalter System Truck", ebenda, XXXIV. Band, 1905.

12. „Die stereophotogrammetrische Meßmethode und ihre Anwendung auf Eisenbahnvorarbeiten", ebenda, XXXV. Band, 1906.

13. „Das Pulfrich'sche Stahlmeßrohr als Distanzmeßlatte in seiner Anwendung bei stereophotogrammetrischen Aufnahmen", ebenda, XXXVII. Band, 1907.

14. „Der Rekognoszierungs-Ikonometer" (Ein Hilfsapparat für stereophotogrammetrische Ingenieuraufnahmen), ebenda, XXXVIII. Band, 1909.

15. „Die theoretischen und praktischen Grundprinzipien bei Durchführung stereophotogrammetrischer Aufnahmen für Ingenieurzwecke", Referat in der „Österr. Vierteljahresschrift für Forstwesen", 1909.

16. „Durchführung der Rekognoszierungen und Auswahl der Standlinien bei stereophotogrammetrischen Terrainaufnahmen für Ingenieurzwecke" in der „Zeitschrift für Vermessungswesen", XXXVIII. Band, 1909.

17. „Stereophotogrammetrie für Ingenieurzwecke" im „Zentral-Organ der behördl. autor. Ziviltechniker in Österreich", 1909.

18. „Die Stereophotogrammetrie in der Architektur und in der bildenden Kunst" in der „Wiener Bauhütte", 1909.

19. „Die Bedeutung und Anwendung der Stereophotogrammetrie als Vermessungsmethode" im „Internat. Archiv für Photogrammetrie", IV. Band, 1914.

20. „Geodäsie für Geographen" (Als Manuskript gedruckt). Wien 1907.

21. „Rundschau für Stereophotogrammetrie" als Beiblatt des „Zentral-Organs der behördl. autor. Ziviltechniker in Österreich", Wien, 2 Bände, 1910 und 1911.

Die Abstandstafel.

Von Prof. Karl Fuchs in Preßburg.

Wenn man ein photogrammetrisches Plattenpaar graphisch aufarbeiten will, dann zieht man auf Grund der gegebenen Abszisse x auf dem Zeichenblatte vom linken Standpunkte l aus den Rayon R, auf dem der zu bestimmende Objektpunkt N liegen muß; darauf konstruiert man auf Grund der Parallaxe p (und der Abszisse x) den Abstand u des Objektpunktes N von der Standlinie B, und gewinnt so auf dem Rayon R einen Schnittpunkt, der der gesuchte Punkt N ist.

Die Abstandstafel, die beschrieben werden soll, ist eine gesonderte quadratische Tafel von etwa 20 cm Seitenlänge, auf der man den Abstand u leicht und sicher bestimmt, so daß man auf dem Zeichenblatte nicht zu konstruieren braucht und u direkt auftragen kann. Es folge nun die Theorie dieser Tafel.

1. Im zweiten Hauptfalle der photogrammetrischen Kammeraufstellung wird der Abstand u eines Objektpunktes N von der Basis B bestimmt durch die Basis B, die Ausrückung A, die Bildweite f, die Abszisse x und die Parallaxe p:

$$u = \frac{Bf - Ax}{p} \tag{1}$$

In der Praxis bearbeitet man in der Komparatorarbeit in der Regel durch längere Zeit nur ein beschränktes Gebiet des Geländes und innerhalb dieses Gebietes zeigen die Parallaxen p nur mäßige Abweichungen Δp von einem gewissen Mindestwerte p_0, so daß man in der Formel (1) p durch $p_0 + \Delta p$ ersetzen kann. Dann kann die Formel auch so geschrieben werden:

$$u = \frac{Bf}{p_0} \cdot \frac{1 - \frac{A}{Bf}x}{1 + \frac{\Delta p}{p_0}} \tag{2}$$

wofür man kürzer schreiben kann:

$$u = K \frac{1 - ax}{1 + q}$$

Die Abstandstafel dient dem Bruche

$$t = \frac{1 + a\,x}{1 + q}$$

der graphisch gedeutet werden soll.

Auf einem Zeichenblatt zeichnen wir ein Achsenkreuz (Fig. 1) mit dem Ursprunge O und konstruieren den Punkt n_0, der die Koordinaten $y_0 = 1$ und $z_0 = 1$ hat. Durch n_0 als Ursprung legen wir ein sekundäres Achsenkreuz und

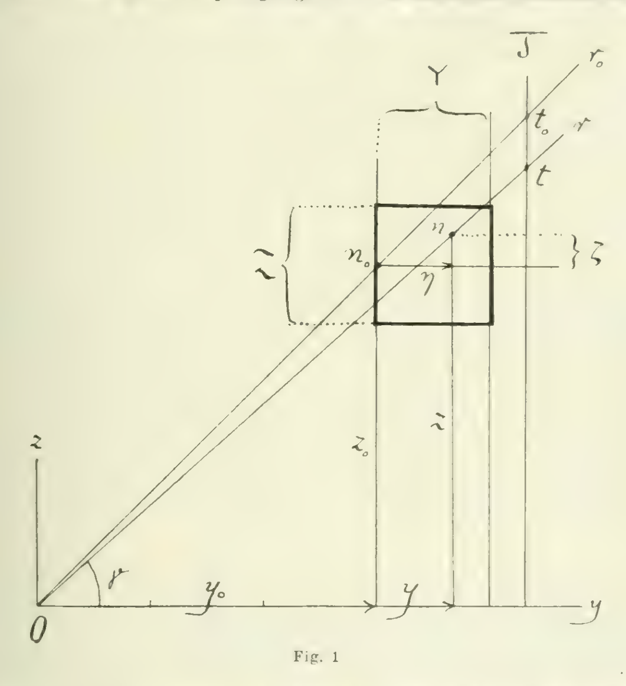


Fig. 1

konstruieren in diesem Kreuze den Punkt n von den sekundären Koordinaten $\eta = q$ und $\zeta = a\,x$. Wenn wir dann von O aus durch n einen Rayon r ziehen, dessen Richtungswinkel γ ist, dann ist t die Tangente von γ und diese Tangente kann auf einer Nebenachse T abgelesen werden Der Abstand u ist dann dieser Tangente t proportional: $u = K\,t$. Nach dieser Darstellung muß der Maßstab für t so gewählt werden, daß der Schnittpunkt des Strahles r den Wert $t_0 = 1$ zeigt.

Da es sich aber um lauter Proportionalitäten handelt, kann man in der Praxis jede der drei Größen $y\,z\,t$ mit einem ganz beliebigen Maßstabe messen. Man kann die Maßstäbe so wählen, daß die drei Größen $y_0\,z_0\,t_0$ nicht durch die Zahlen $y_0 = 1$ $z_0 = 1$ $t_0 = 1$, sondern etwa durch die Zahlen $y_0 = 12$

$z_0 = 571$, $t_0 = 14·38$ ausgedrückt werden. Die Wahl der Maßstäbe ändert lediglich den Zahlenwert der Proportionalitätskonstanten K.

Die Abstandstafel ist nun nichts anderes als der stark umrissene quadratische Teil des Konstruktionsfeldes, auf dem aus Koordinaten η und ζ Punkte n bestimmt werden. Die Tafel soll beschrieben werden.

2. Die erste Beschreibung sei schematisch. Um im handlichen Ausmaße zu bleiben, nehmen wir die Quadratseite Y und Z etwa 20 *cm* lang. Die Koordinaten y_0 und z_0 wählen wir 60 *cm* lang. Auf der Achse T tragen wir irgend eine Skala auf und ziehen auf der Tafel Rayone r, die den Teilstrichen dieser Skala entsprechen. Wir wählen die Schritte der Skala so lang, daß die divergenten Rayone auf der Tafel nicht zu eng und nicht zu weit liegen, so daß die schätzungsweise Interpolierung leicht und sicher erfolgen kann. Diese Strahlenschar wird auf der Tafel ein für allemal gezeichnet und der Skala entsprechend numeriert.

Auf der rechten oder linken Quadratseite Z wird eine ζ-Skala aufgetragen, die nicht ein für allemal gezeichnet wird, sondern einem bestimmten Plattenpaare entspricht, denn sie soll für dieses Plattenpaar den Wert

$$z = Bf - Ax$$

darstellen. Man konstruiert die Skala auf folgende Weise: Die Strecke z_0 setzt man numerisch gleich Bf, d. h. man denkt sich auf z_0 eine Skala aufgetragen, die bei n_0 die Zahl Bf weist. Sodann berechnet man den Wert $x = x'$, der $Ax = Bf$ macht. Die Schritte (Grade) der ζ-Skala werden nun so bemessen, daß x' Schritte die Länge Bf oder z_0 geben.

Drittens macht man auf der unteren Seite Y der Tafel eine Parallaxenskala. Wenn man Objektpunkte konstruieren will, deren Parallaxen p nicht viel größer sind als etwa 8 *mm*, dann gibt man der Parallaxenskala auf Y eine solche Schrittlänge, daß die Strecke y_0 als Länge $p = 8$ erscheint. Die Y-Skala reicht dann von $p_1 = 8$ bis

$$p_2 = \frac{4}{3} p_1 = 10\frac{2}{3}$$

Die Tafel kann dann für alle Parallaxen von $p_1 = 8$ bis $p_2 = 10·67$ benützt werden. Es ist klar, daß man für jedes Parallaxenintervall $p_1 - p_2$, in dem man arbeiten will, eine besondere Parallaxenskala braucht.

Endlich muß man noch zu jeder Parallaxenskala auch eine Abstandsskala oder u-Skala zeichnen. Der Rayon r_0, der durch den Nullpunkt n_0 der Tafel geht, soll die Nummer $t = 200$ tragen. Der Punkt n_0 entspricht der Parallaxe $p = p_1$, also in unserem Beispiel dem Werte $p = 8$, und der Abszisse $x = o$. Wir berechnen nach Gleichung (1) für diese Werte $p = p_1$ und $x = o$ den Abstand $u = u_1$: das mag etwa $u_1 = 5743$ *m* sein. Wir machen uns daraufhin eine Abstandskala im Maßstabe der zu entwerfenden Landkarte. Die Länge, die im Maßstabe der Karte 5743 *m* vorstellt, teilen wir in 200 Teile, entsprechend der Nummer des Rayons von n_0, so daß die Länge u_1 auf der Abstandskala als Länge 200 erscheint. Diese Skala führen wir dann auch noch ein Stück über u_1 hinaus weiter.

Auf Grund der beschriebenen vier Skalen können wir jetzt den Abstand u eines Objektpunktes N, der durch die Parallaxe $p = p_1 + \Delta p$ und

die Abszisse x bestimmt ist, auf folgende Weise finden. Auf der Tafel suchen wir den Punkt n, der die Abszisse $\eta = \Delta / p$ hat und dessen Ordinate ζ durch den Teilpunkt x der z-Skala auf Z gegeben ist. Wenn dieser Punkt n auf dem Rayon von der Nummer 173 liegt, dann wird der Abstand u auf der Abstandskala durch den Teilstrich 173 gegeben.

3. Es soll nun die technische Durchführung des Entwurfes besprochen werden.

Zur Ausrüstung der Abstandstafel gehört eine Reihe von Parallaxenskalen, deren jede die Länge Y, also etwa 20 *cm* hat. Aus dem Anfangswert p_1 einer Skala berechnet man in unserem Falle den Endwert p_2 nach der Formel:

$$p_2 = \frac{4}{3} p_1$$

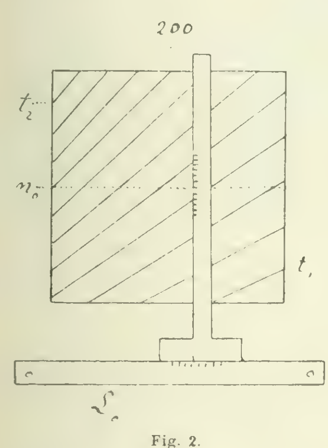


Fig. 2.

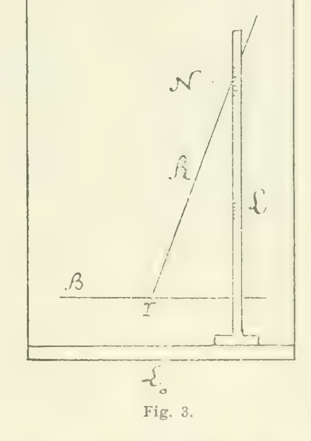


Fig. 3.

Für diese Skalen, die der Tafel ein für allemal beigegeben werden und die darum in Metallstreifen geritzt sind, empfehlen sich die folgenden übereinandergreifenden Parallaxenintervalle:

$p_1 =$	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	21	24	27	30
$p_2 =$	$6^2/_3$	8	$9^1/_3$	$10^2/_3$	12	$13^1/_3$	16	$18^1/_3$	$21^1/_3$	24	28	32	36	40

Die Skala, die mit $p_1 = 5$ beginnt, nennen wir die Parallaxenskala 5 usw. Die Skala 6 von 20 *cm* Länge entspricht 2 *mm* der Parallaxenskala des Komparators; 0·01 *mm* der Komparatorskala erscheint also in der Skala 6 in hundertfacher Vergrößerung, d. h. in der Länge von 1 *mm*. Daraus erkennt man, daß die Abstandstafel sehr genaue Arbeit ermöglicht.

Der Hauptbestandteil der Abstandstafel ist das Quadrat mit dem Rayonsystem (Fig. 2). Unterhalb des Quadrates befindet sich eine Führungsleiste L_0, auf der man mittels zweier Zapfen bequem die gerade erforderliche Parallaxenskala befestigen kann. An der Führungsleiste gleitet ein T-förmiges

Lineal L, dessen Schaft die z-Skala trägt. Diese Skala muß für jedes Plattenpaar besonders gemacht werden. Man findet auf der Tafel einen Punkt n, indem man die Fußmarke des T-Lineals auf die Parallaxe p des gesuchten Objektpunktes N einstellt, und den Skalenpunkt x der z-Skala oder Abszissenskala auf der Tafel notiert. Wenn dieser Punkt n auf den Rayon 273 fällt, dann wird der richtige Abstand u durch den Skalenstrich 273 der entsprechenden Abstandskala gewiesen. Diese Abstandskalen sollen nun besprochen werden.

Auf dem Zeichenblatte ist parallel zur Basis B (Fig. 3) der Aufstellung eine Führungsleiste L_0 befestigt, an der ein ⊥-förmiges Lineal L gleiten kann. Der Schaft dieses Lineals trägt wenigstens zwei Skalen. Der Nullpunkt jeder Skala fällt in die Standlinie B. Den Skalenpunkt, der dem Rayon 200 entspricht, nennen wir den Hauptpunkt der Skala, und wie man für eine bestimmte Parallaxenskala den Hauptpunkt der entsprechenden Abstandskala bestimmt, das ist schon besprochen worden. Die Rayonnummern gehen von einem niedersten Wert t_1 bis zu einem höchsten Wert t_2, je nach den Dimensionen der Tafel. Eine Abstandskala setzt man vom Hauptpunkte aus nach unten und oben nur bis zu Werten t_1 und t_2 fort, da nur dieses Intervall gebraucht wird. So kommt es, daß man auf dasselbe Lineal L mehrere Abstandskalen, so etwa entsprechend den Parallaxenskalen 6, 12, 24 erhält. Jeder Parallaxenskala entspricht eine Abstandskala, die aber nur für das eine vorliegende Plattenpaar gültig ist.

Die Abstandstafel hat den Zweck, die unangenehmen, nicht-homogenen Reziprokenskalen entbehrlich zu machen.

Herstellung von Skalen.

Von Prof. Karl Fuchs in Preßburg.

In der Photogrammetrie wie auch in anderen Zweigen der Technik braucht man oft Skalen von den verschiedensten Schrittwerten mit größeren oder kleineren Ansprüchen an die Genauigkeit. Es sollen verschiedene Verfahren beschrieben werden, nach denen man solche Skalen herstellen kann. Es soll angenommen sein, daß die Schrittwerte der Skalen im allgemeinen nicht weniger als 1 *mm* und nicht mehr als 2 *mm* beträgt.

1. Für die Herstellung von Hilfsskalen oder Interimsskalen, die nicht sonderlich genau zu sein brauchen, ist die Konvergententafel (Fig. 1) geeignet. Von einem Konvergenzpunkt O aus sind divergente Strahlen gezogen, die symmetrisch zum Mittelpunkt M liegen. Jede Normale N des Mittelstrahles erscheint dann als homogene Skala, wenn die Normale N_0, der entsprechend die Strahlen gezeichnet sind, eine homogene Skala ist. Die günstigsten Schnitte erhalten die Normalen in der Nähe des Mittelstrahles.

Da man nicht selten auch 30 *cm* lange Skalen braucht, so wird eine vollständige Konvergententafel unhandlich. Man denkt sich daher die Tafel

in fünf oder zehn Streifen zerlegt; in Wirklichkeit macht man aber übereinandergreifende Streifen, wie in $I—V$ angedeutet ist.

Wenn man eine Skala von bestimmter Schrittweite herstellen will, dann legt man einen Papierstreifen entsprechend auf die Tafel. Der Rand des Papierstreifens entspricht einer Normalen N und man kann die Schnittpunkte aus freier Hand auf dem Papier markieren. Man kann so jede beliebige Skala unmittelbar der Tafel entnehmen, wenn die engste Normale N_1 etwa eine Schrittweite von 1 *mm*, die weiteste Normale N_2 aber eine doppelt so große Schrittweite zeigt, da man ja auch jeden zweiten oder jeden dritten Strahl

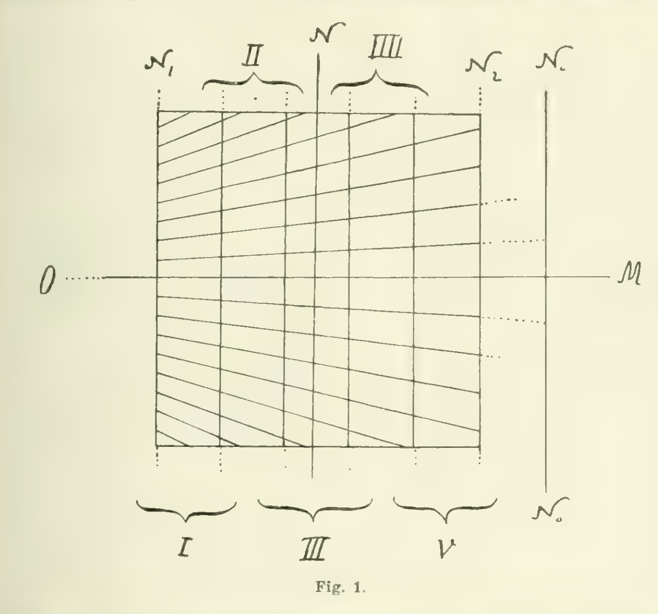


Fig. 1.

benützen kann. Von der Verwendung solcher improvisierten Skalen soll noch gesprochen werden.

2. Im allgemeinen gewinnt man eine gewünschte Skala, indem man eine gegebene Skala von größerer Schrittweite auf eine Gerade projiziert. Ein Projizierapparat soll beschrieben werden, und zwar zunächst schematisch.

Es sei eine Skala S_0 (Fig. 2) von einer Schrittweite s_0 von etwa 2 *mm* gegeben und man will aus ihr eine Skala S von einer anderen kleineren Schrittweite s:

$$s = s_0 \cos \alpha$$

ableiten. Wenn man in diesem Falle die Gerade S einen Winkel α mit S_0 bilden läßt, dann hat man den Vorteil, daß die projizierenden Strahlen r senkrecht auf S stehen, was gute Schnitte gibt.

Technisch kann man den Gedanken so ausführen (Fig. 3). An Stelle der Skala S_0 hat man ein Lineal L_0, das ähnlich einer Säge Kerben von 2 *mm* Schrittweite hat. Längs dieses Lineals kann ein Schlitten L gleiten, der an

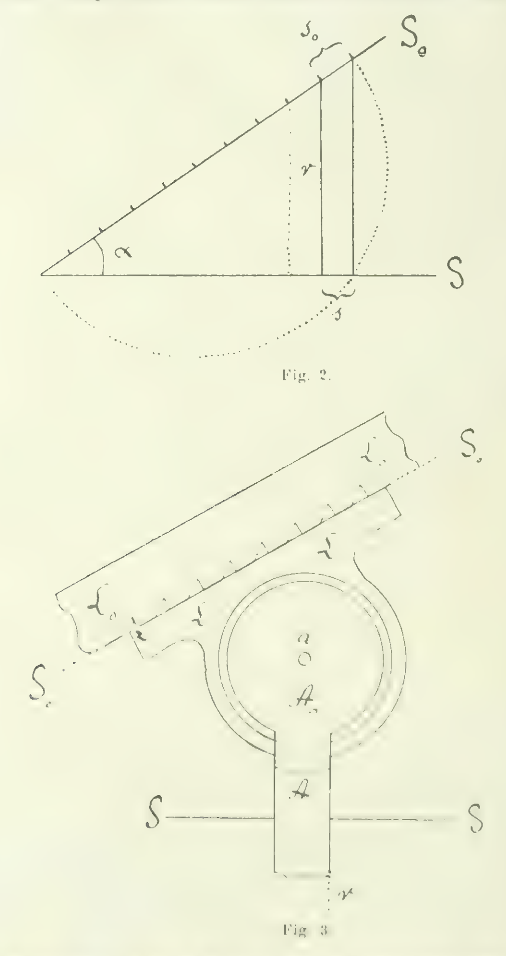


Fig. 2.

Fig 3

einem Ende einen Zahn z hat. Man kann also den Schlitten sehr leicht und genau um Schritte von 2 *mm* Länge vorbringen.

An den Schlitten ist mittels eines Zapfens a ein Lineal A angelenkt, dessen Kante die projizierenden Strahlen r vertritt. Die Gelenkverbindung wird sehr sicher, wenn man die Schlittenbucht, die den Zapfen a trägt,

tellerförmig macht, so daß die Scheibe A_0 des Lineals A nur dem Rande des Tellers aufliegt und mittels eines Schraubenkopfes K fixiert werden kann. Eine Gradeinteilung am Schlittenteller macht es möglich, den Arm A auf einen bestimmten Winkel α angenähert einzustellen. So oft man den Schlitten um einen Zahn, d. h. um die Strecke s_0 vorträgt, wird die Kante des Armes A um eine Strecke $s = s_0 \cos\alpha$ vorgetragen und man kann die Skala S sehr bequem mit normalen Schnitten zeichnen. Wenn die Kerben des fixen Lineales L_0 auf 0·01 *mm* genau sind, dann wird die Skala S fast ebenso genau ausfallen.

Nur die erste angenäherte Einstellung des Armes A erfolgt auf Grund des Winkels α. Die genauere Einstellung erfolgt so, daß man auf der Geraden S etwa die Skalenpunkte 0 und 100 markiert und den Arm diesen Endmarken entsprechend einstellt.

3. Beliebig genaue Skalen kann man mit dem Auftragekreuz herstellen. Dieses Kreuz besteht aus der fixen Bahn B_0 und der beweglichen Brücke B. Die Bahn ist ein Lineal von 20 bis 30 *cm* Länge und etwa 3 bis 4 *cm* Breite. Die Oberseite der Bahn ist etwas schräg gerieft, so daß sie an eine abgerollte Schraubenmutter von genau 1 *mm* Ganghöhe erinnert. Die Brücke B wird quer über die Bahn gelegt und ist den Bahnriefen entsprechend an ihrer Unterseite ebenfalls gerieft. Die Schiefe der Riefen hat zur Folge, daß eine große Verschiebung b der Brücke (in der Querrichtung der Bahn) eine kleine Vorrückung Δl der Brücke (in der Längsrichtung der Bahn) zur Folge hat. Eine Vorrückung $\Delta b = 1$ *mm* soll eine Verschiebung der Brücke um $b_0 = 20$ *mm* erfordern. Wir nennen diese Verschiebung b_0 die Spanne der Brücke und teilen sie in zehn Teile ein. Jeder 2 *mm* lange Schritt dieser Brückenskala entspricht also einem Vortrag der Brücke um $\Delta l = 0·1$ *mm*.

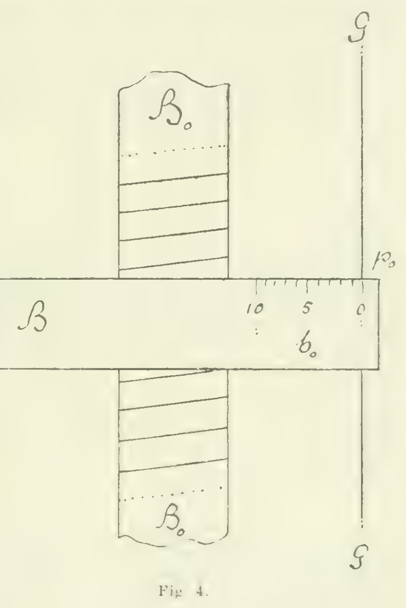


Fig. 4.

Die Brücke ist an ihrer Unterseite nicht der ganzen Länge nach gerieft. Weil die Brückenskala doch dem Zeichenpapier aufliegen muß, ist das rechte Ende der Brücke, der Kopf, so dick, daß er dem Papier aufliegt. Das hat zur Folge, daß man die Brücke nur so weit nach links verschieben kann, bis der Kopf unten an die Bahn anstoßt. Dann ist die Brücke in ihrer Nullstellung.

Es sei unsere Absicht, auf einer Geraden G, die irgendwo auf dem Zeichenblatt gegeben ist, von einem gegebenen Punkt p_0 aus eine Strecke l, etwa $l = 143{\cdot}27$, aufzutragen. Man bringt dann die Brücke in die Nullstellung und legt die Bahn B_0 parallel zur Geraden G auf das Papier, und zwar in einem solchen Abstand, daß der Nullpunkt der Brückenskala auf die Gerade G, speziell auf den Punkt p_0 fällt.

Nachdem man so das Kreuz in die Nullstellung gebracht hat, verlegt man die Brücke um 143 Zähne, also um 143 *mm* nach oben und verschiebt sie in der Querrichtung so, daß der Teilpunkt 2·7 ihrer Skala auf die Gerade G zu liegen kommt. Dann hat die Brückenkante den gewünschten Abstand $l = 143{\cdot}27$ *mm* von der Grundstellung und man kann auf G den Punkt p markieren.

Wenn man nicht eine einzelne Länge l, sondern eine Skala mit der Schrittweite s auf G auftragen will, dann verwickelt sich das Verfahren. In den meisten Fällen liegt s zwischen 1 *mm* und 2 *mm*, so daß man setzen kann

$$s = 1 + \lambda$$

Es soll das Beispiel behandelt werden, daß $s = 1{\cdot}3728$ *mm* ist. Dann gilt in Millimetern

$$\lambda = 0{\cdot}3728$$

und 100 Schritte dieser Skala haben die Länge von $100\,s = 137{\cdot}28$ *mm*. Wenn man auf G den n-ten Skalenstrich markieren will, dann muß man die Brücke B aus der Nullstellung um die Strecke ns:

$$n\,s = n + n\,\lambda$$

vortragen. Das Vortragen der Brücke um n Millimeter ist einfach: Man trägt sie um n Zähne vor. Es gilt nun ein einfaches Verfahren anzugeben, wie man einfach den Zuwachs λ_n:

$$\lambda_n = n\,\lambda$$

für $n = 1, 2 \ldots$ bestimmen kann.

Zunächst macht man sich eine Hilfsskala (Fig. 5) von der Schrittweite λ; man kann sich diese Hilfsskala H_1 genügend genau mittels der Konvergententafel machen. Wenn man diese λ-Skala an eine Millimeterskala H_0 anlegt,

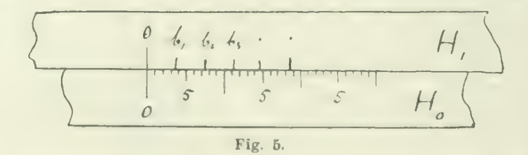


Fig. 5.

so daß die Nullpunkte beider Skalen zusammenfallen, dann fällt jeder λ-Strich in irgend einen Zentimeter der Skala H_0, und so möge der n-te λ-Strich im entsprechenden Zentimeter der Skala H_0 auf 2·74 *mm* zeigen. Dann wissen wir, daß wir bei der Markierung des n-ten Skalenstriches die Brückenskala auf $b = 2{\cdot}74$ stellen müssen, d. h. wir müssen die Brücke so nach rechts

verschieben, daß ihr Skalenpunkt 2·74 auf die Gerade G fällt. So können wir auf Grund der Skala H_1 und der anliegenden Skala H_0 nacheinander auf G die Skalenstriche 1, 2, ... auftragen. Um wieviel Zähne wir jedesmal die Brücke vorzutragen haben, das brauchen wir nicht zu berechnen, denn das sehen wir ja unmittelbar beim Markieren der Skalenstriche auf G.

In unserem Beispiele $\lambda = 0{\cdot}3728$ ergeben sich für die Vielfachen $\lambda_n = n\,\lambda$ die folgenden Zahlenwerte:

$\lambda_1 =$	$\lambda_2 =$		$\lambda_9 =$	$\lambda_{10} =$	
0·3728	0·7456	...	3·3552	3·728	(1)

Die ganzen Millimeter von λ_n kümmern uns nicht, denn Vorträge um ganze Millimeter werden nicht durch Verschiebung der Skala nach rechts, sondern durch Vorsetzen der Brücke um ganze Zähne erzielt. Es ergeben sich also aus der Zahlenreihe (1 die folgenden Brückenverschiebungen b für die einzelnen Skalenstriche:

$b_1 =$	$b_2 =$		$b_9 =$	$b_{10} =$	
3·73	7·46	...	3·55	7·28	(2)

Nach diesen Angaben können wir die zehn ersten Skalenstriche auf G markieren.

Jetzt müssen wir scheinbar vom Gedankengang abspringen. Wir stellen uns die Aufgabe, auf der Geraden G nur jeden zehnten Skalenstrich, also die Striche 10, 20, 30 ... zu zeichnen. Dann müssen wir entsprechend die Vorträge λ berechnen. Im Anschluß an (1) ergibt sich:

$\lambda_{10} =$	λ_{20} ...	$\lambda_{100} =$	
3·728	6·456	37·28	(3)

Da für die Brückenwege b nur die Dezimalen der λ gelten, so ergeben sich die folgenden entsprechenden Brückenwege:

$b_{10} =$	$b_{20} =$ ...	$b_{100} =$	
7·28	4·56	2·80	(4)

Auch diese zehn Brückenwege bestimmen wir am bequemsten nicht durch Rechnung, sondern mittels einer Hilfsskala H_2 von der Schrittweite $b_{10} = 7{\cdot}28\,mm$ und einer angelegten Millimeterskala H_0. Die Skala H_2 stellen wir wieder mittels der Konvergententafel genügend genau her. Wenn die Nullstriche der beiden Skalen H_2 und H_0 zusammenfallen, dann mißt der zweite Strich von H_2 laut (4) auf 4·56 mm im entsprechenden Zentimeter von H_0 usw.

Wir haben früher auf G die Skalenstriche 1, 2, ... 10 markiert. Es gilt nun fortzufahren und die Skalenstriche 11, 12, 13, ... 20 zu markieren. Für die entsprechenden Brückenwege b_{11} b_{12} ... brauchen wir keine neue Hilfsskala. Es gilt offenbar beispielsweise

$$b_{12} = b_{10} + b_2$$

Dementsprechend brauchen wir nur die alte Hilfsskala H_1 um eine Strecke $b_{10} = 7{\cdot}28$ nach rechts zu verschieben, so daß ihr Nullpunkt auf den Punkt 7·28 der H_0-Skala fällt. Wenn das geschehen ist, dann weisen uns die Striche von H_1 nicht mehr die Werte b_1, b_2 ..., sondern die Werte b_{11} b_{12} ...

Ganz ähnlich verfahren wir, wenn wir auf G die Skalenpunkte 21, 22, ... 30 markieren wollen. Wir stellen den Nullpunkt der Skala H_1 laut (4) auf $b_{20} = 4{\cdot}56$ ein, und dann weisen uns die Striche von H_1 unmittelbar die Brückenwege b_{21} b_{22} ... usw.

Auf diese Weise können wir ohne besondere Sorgfalt dennoch sehr genaue Skalen auf G gewinnen. Das Vorbringen der Brücke um ganze Millimeter erfordert gar keine besondere Sorgfalt, da die Brücke ja von selbst in die Zähne (Riefen) der Bahn einschnappt; ein Fehler Δb des Brückenweges aber erscheint auf der Skala auf G zwanzigmal kleiner. Wenn wir die Spanne der Brücke nicht 20, sondern 30 *mm* lang machen, dann überträgt sich auf G nur der dreißigste Teil eines Fehlers Δb.

Das bisher Gesagte gilt für die ersten 100 Skalenstriche auf G. Wenn man die Skala weiterführen und auch ein zweites oder drittes Hundert von Strichen markieren will, dann verfährt man folgendermaßen. Es gilt beispielsweise:

$$b_{130} = b_{100} + b_{30}.$$

Dementsprechend verschiebt man die Skala H_2 um $b_{100} = 2{\cdot}80$ nach rechts, so daß die Striche 0, 1, 2 ... der Skala H_2 nunmehr die Werte:

$$b_{100} \qquad b_{110} \qquad b_{120} \ldots b_{200}$$

weisen. Ferner gilt beispielsweise:

$$b_{103} = b_{100} + b_3.$$

Daraus ersieht man, daß man zunächst die Skala H_1 um b_{100} verschieben muß, um die Werte

$$b_{101} \qquad b_{102} \ldots b_{110}$$

zu erhalten. In ähnlicher Weise findet man die Brückenwege b auch für das dritte Hundert von Teilstrichen usw. Man kann sich auch eine Hilfskala H_3 bilden, deren Striche die Werte

$$b_{100} \qquad b_{200} \qquad b_{300} \ldots b_{1000}$$

weisen.

Das Auftragkreuz kann man sehr gut auch als Längenmeßinstrument verwenden und man kann es zu einer Schublehre umformen.

Mitunter ergeben sich Vorteile, wenn man nicht mit positiven, sondern mit negativen Brückenwegen $-b$ arbeitet. Auch bringt es Vorteile, wenn die Ganghöhe der Riefen der Bahn nicht 1 *mm*, sondern 1·5 *mm* beträgt. Mit solchen Varianten verhält es sich aber wie mit manchen Rechenvorteilen: man lobt sie, wendet sie aber nicht an.

Im Mittelstreifen der Bahn kann man die Riefen wegschleifen und dort eine Millimeterskala auftragen, um die Brücke leichter richtig auflegen zu können.

Über die Herstellung von Schichtenplänen aus stereophotogrammetrischen Aufnahmen auf Grund vertikaler Profile gleicher Parallaxe.

Von Dr. Hans Dock, Professor an der Höheren Forstlehranstalt in Mährisch-Weißkirchen.

I. Allgemeines.

Wenn man auf das Zeichenbrett Z des Stereokomparators (Fig. 1) ein Blatt Papier auflegt, die Meßmarke der Reihe nach auf Parallaxen einstellt, die in bestimmten Intervallen abgestuft sind und sodann bloß durch Betätigung der Seiten- und Höhenverschiebung die Geländeoberfläche im Bildfelde des Stereokomparators befährt, so zeichnet der Zeichenstift S ein zentralperspektivisches Bild der Verschneidungskurven zwischen den vertikalen (Profil-) Ebenen gleicher Parallaxe und der Geländeoberfläche. Weil jede dieser Kurven beim Normalfalle in einer vertikalen Ebene gleicher Parallaxe, also gleicher Normalentfernung, liegt, so können wir sie kurz als „Kurve gleicher Entfernung" bezeichnen.

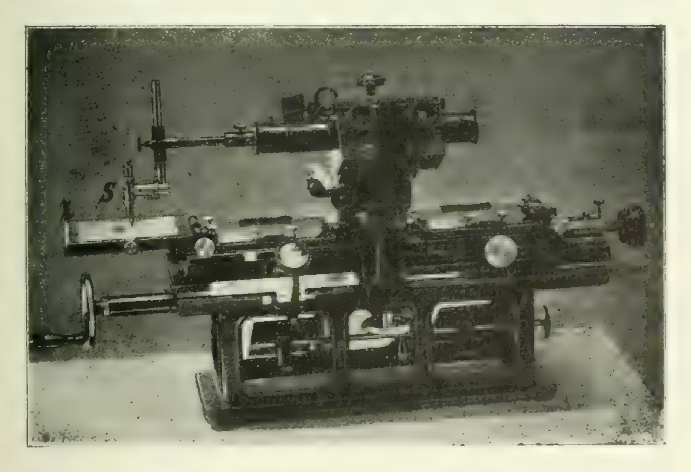


Fig. 1.

Jeder Kurve entspricht eine Parallaxe: a und eine Entfernung: $E = \frac{B \cdot f}{a}$.

Beginnen wir mit einer beliebigen, zum Beispiele möglichst nahen Entfernung: E_1 so ist: $E_1 = \frac{B \cdot f}{a_1}$.

Die nächsten Kurven liegen in immer weiter zurücktretenden, parallelen Vertikalebenen.

Es entspricht der

Kurve 1 . . . . die Entfernung: $E_1 = \frac{B.f}{a_1}$

Kurve 2 . . . . die Entfernung: $E_2 = \frac{B.f}{a_2}$

. . .

. . .

Kurve n . . . . die Entfernung: $E_n = \frac{B.f}{a_n}$.

Zur konstruktiven Verwertung des Kurvenblattes ist es unerläßlich, daß das photogrammetrische Achsenkreuz darauf ersichtlich ist.

Die Vertikallinie entsteht durch Einstellung der Meßmarke auf die obere oder untere Lochmarke des linken Bildes und Verschiebung des Zeichenstiftes S durch Antrieb der „Höhenverschiebung" (Höhenschraube).

Die Horizontallinie entsteht durch Einstellung der Meßmarke auf die „Horizontmarke" (am linken Bildrande) und Verschiebung des Zeichenstiftes S durch Antrieb der „Seitenverschiebung".

Das Ergebnis der angedeuteten Arbeit ist ein Kurvenblatt in der Größe der auswertbaren Bildfläche des linken Bildes, das mit dem Achsenkreuz versehen ist. Zu jeder Kurve wurde der zugehörige Parallaxenwert hinzugesetzt (Fig. 2).

II. Auswertung des Kurvenblattes.

1. Transformierte Kurven.

Wir denken uns das Kurvenblatt so auf die Zeichenebene (Tisch oder Zeichenbrett) aufgelegt, daß die „Vertikallinie" des Achsenkreuzes in die Hauptachse zu liegen kommt und der Abstand des Kreuzungspunktes des photogrammetrischen Achsenkreuzes vom Drehpole des Schwenklineals gleich der Brennweite: f ist.

Wir zeichnen sodann die „Ebenen" gleicher Parallaxe. Dadurch entsteht eine Schar von Parallelen, deren Abstände mit zunehmender Entfernung (Raumtiefe) bekanntlich zunehmen.

Wenn wir uns das Kurvenblatt aus der Zeichenebene um seine Horizontallinie bis zur Vertikalstellung emporgekippt denken, so können wir uns leicht die Projektion jeder Kurve auf die zugeordnete Ebene gleicher Parallaxe vorstellen.

Durch diese Projektion erfährt jede Kurve eine Größenänderung im Verhältnisse der Entfernung zur Brennweite.

Es vergrößert sich daher die

Kurve 1 . . . . im Verhältnisse: $\frac{E_1}{f}$ oder $\frac{B}{a_1}$

Kurve 2 . . . . im Verhältnisse: $\frac{E_2}{f}$ oder $\frac{B}{a_2}$

. .

. .

. .

Kurve n . . . . im Verhältnisse: $\frac{E_n}{f}$ oder $\frac{B}{a_n}$

Wir könnten also z. B. mit Hilfe eines Pantographen an den Kurven des Kurvenblattes in der angedeuteten Weise Größenänderungen vornehmen.

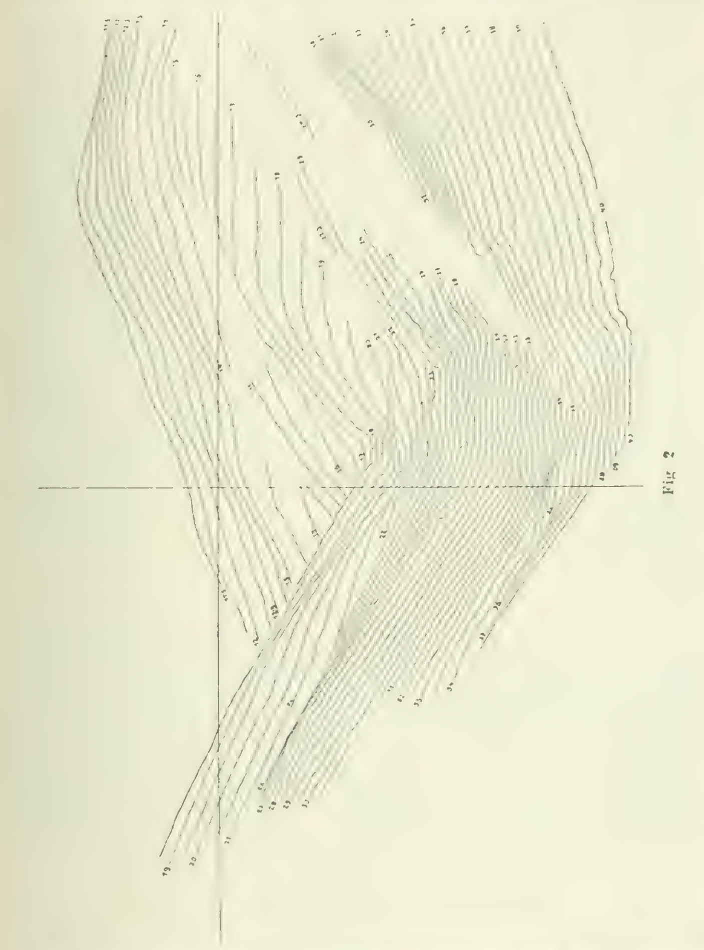


Fig. 2

Es gelänge dann durch kulissenartige Anordnung der aus Karton ausgeschnittenen Profile in ihren Ebenen gleicher Parallaxe das Profilgerippe für ein räumliches Modell des Geländes herzustellen [1]).

[1]) Neue stereoskopische Methoden und Apparate von Dr. C. Pulfrich, Jena. Berlin. Springer 1912, S. 38.

Da die Vergrößerungszahlen die Basis, deren Maßstabgröße das Verjüngungsverhältnis des Planes bestimmt, enthalten, so erschiene das Geländemodell in einem bestimmten Maßstabe dargestellt.

Wir können weitergehen und ein Profil nach dem anderen durch horizontale Parallele schneiden. Wir brauchen bloß die Abstände der Parallelen untereinander gleich und in der Größe des gewünschten Schichtenkurvenabstandes zu wählen. Dann stellen die Schnittpunkte der Parallelen, deren Abstände für alle Raumtiefen gleich bleiben, mit den die Geländeoberfläche vorstellenden Kurven die Durchstoßpunkte der Schichtenkurven vor. Wir fällen diese Punkte auf den „Horizont" eines jeden Profils, der in der Zeichenebene liegend gedacht wird. Verbinden wir nun Punkte gleicher Höhe, die auf verschiedenen Geraden gleicher Parallaxe liegen, sinngemäß miteinander, so entsteht die Horizontalprojektion der Schichtenkurven, also ein Schichtenplan.

Der geschilderte Weg ist nicht ohneweiters für konstruktive Zwecke gangbar. Das Ziel, einen Schichtenplan abzuleiten, ist nur auf dem Umwege einer mühsamen Transformation jeder einzelnen Kurve erreichbar. Alle transformierten Kurven müssen sodann wieder auf einem Blatte gesammelt werden, wodurch ein zweites Kurvenblatt entsteht.

Die weitere Arbeit wäre allerdings sehr einfach und hätte zu umfassen:

1. Schnitt der transformierten, nunmehr parallelperspektivisch dargestellten Kurven gleicher Entfernung durch äquidistante Parallele, deren gegenseitiger Abstand dem gewählten Schichtenkurvenabstande entspricht.

2. Fällung der entstehenden Schnittpunkte auf die zugeordneten Geraden gleicher Parallaxe.

3. Verbindung der Punkte gleicher Höhe, wodurch ein Schichtenplan zustandekommt.

2. Unveränderte Kurven.

Wir wollen versuchen, uns mit der zentralperspektivischen Darstellung der Kurven gleicher Entfernung, die auf dem Zeichenbrettchen des Stereokomparators entsteht, abzufinden. In diesem Falle müssen wir jede Kurve durch zum Horizonte parallele Gerade schneiden, deren Abstände für eine und dieselbe Kurve gleich bleiben, für verschiedene Kurven jedoch einen mit wachsender Raumtiefe abnehmenden Wert besitzen, der bei $E = \infty$ auf O degeneriert.

Denken wir uns z. B. das auf die Ebene gleicher Parallaxe (Ebene 1) projizierte Profil durch wagrechte Schnitte vom Abstande Δh in Schichten zerlegt, so erkennen wir die Beziehung:

$$E_1 : \Delta h = f : \Delta h'_1.$$

Daher:

$$\Delta h'_1 = \frac{\Delta h}{B} \cdot a_1$$

$$\Delta h'_2 = \frac{\Delta h}{B} \cdot a_2$$

$$\vdots$$

$$\Delta h'_n = \frac{\Delta h}{B} \cdot a_n$$

Daraus lassen sich die Werte von Δh für jede Kurve rechnen.

Verbinden wir die Schnittpunkte sinngemäß miteinander, so ergibt sich auf dem Kurvenblatte eine zentralperspektivische Darstellung der Schichtenkurven.

Die perspektivisch dargestellten Schichtenkurven (Taf. I, Fig. 3) können wir auf das Papierpositiv des linken Bildes übertragen; wir verfügen dann über eine ähnliche Darstellung der Schichtenkurven auf dem Bilde, wie sie auf automatischem Wege bei der Arbeit am Stereoautographen als Nebenprodukt zustandekommt. (Taf. I, Fig. 4.)

Es ist selbstverständlich möglich, durch Umkehrung des Vorganges aus der perspektivischen Darstellung der Schichtenkurven die perspektivische Darstellung der Profile auf dem linken Bilde, sowie die wahre Größe der Profile abzuleiten. Doch ist diese Tatsache ohne Interesse.

Gelänge es, die oben angedeutete Idee der Ableitung eines Schichtenplanes aus dem Urbilde der Kurven gleicher Parallaxe konstruktiv verwertbar zu machen, so sprächen folgende Umstände zugunsten des Verfahrens:

1. Die Arbeit am Komparator ist wesentlich vereinfacht (automatisiert) und von der Erhebung numerischer Daten befreit.

2. Sie erfordert außer dem ohnedies vorhandenen Zeichenbrettchen des Komparators keine besonderen Einrichtungen.

3. Gleichzeitig mit der Konstruktion des Schichtenplanes entsteht eine perspektivische Darstellung der Schichtenkurven.

Demgegenüber haben wir mit folgenden weniger vorteilhaften Tatsachen zu rechnen:

1. Die Darstellung der Kurven gleicher Parallaxe erfolgt auf einem kleinen Formate (Plattenformat: $9 \times 12\ cm$ oder $16 \times 18\ cm$).

2. Man arbeitet daher bei der Konstruktion des Schichtenplanes „aus dem Kleinen ins Große".

Diesen letzten Umstand können wir jedoch hinsichtlich seines schädlichen Einflusses namhaft einschränken, wenn wir vom Kurvenblatte eine genaue zwei- oder dreifache Vergrößerung (auf photographischem Wege) herstellen lassen. Dann arbeiten wir nicht mehr „aus dem Kleinen ins Große", sondern vielmehr umgekehrt „aus dem Großen ins Kleine", was einer relativen Genauigkeitssteigerung gleichkommt.

Die Vergrößerung des Kurvenblattes bildet keineswegs in diesem Maße eine Quelle der Ungenauigkeit, als dies bei Verwendung des kleineren Urbildes der Fall wäre. Bei den bisherigen Versuchen hat sich eine zweifache Vergrößerung des Kurvenblattes als zweckmäßig erwiesen; doch halten wir dafür, daß man bis zu dreifacher Vergrößerung gehen kann.

Die auf Taf. II, Fig. 5 ersichtliche Anordnung des Kurvenblattes auf der Zeichenebene sowie die Verwendung des doppelarmigen Schwenklineals haben sich als zweckmäßig erwiesen. Über die drehbare Höhenschichtenteilung ist mit Bezug auf Fig. 6 folgendes zu bemerken.

Das Teilungsintervall der Höhenschichtenteilung entspricht dem Schichtenkurvenabstande. Für die erste Kurve von der Parallaxe a_1 gilt Δh_1 (wobei Δh für 1 : 2000 und 10^m Kurvenabstand 5^{mm} beträgt).

Daher gelten allgemein:

$$\Delta h_1 = \frac{\Delta h}{B} \cdot a_1$$

$$\Delta h_2 = \frac{\Delta h}{B} \cdot a_2$$

$$\vdots$$

$$\Delta h_n = \frac{\Delta h}{B} \cdot a_n.$$

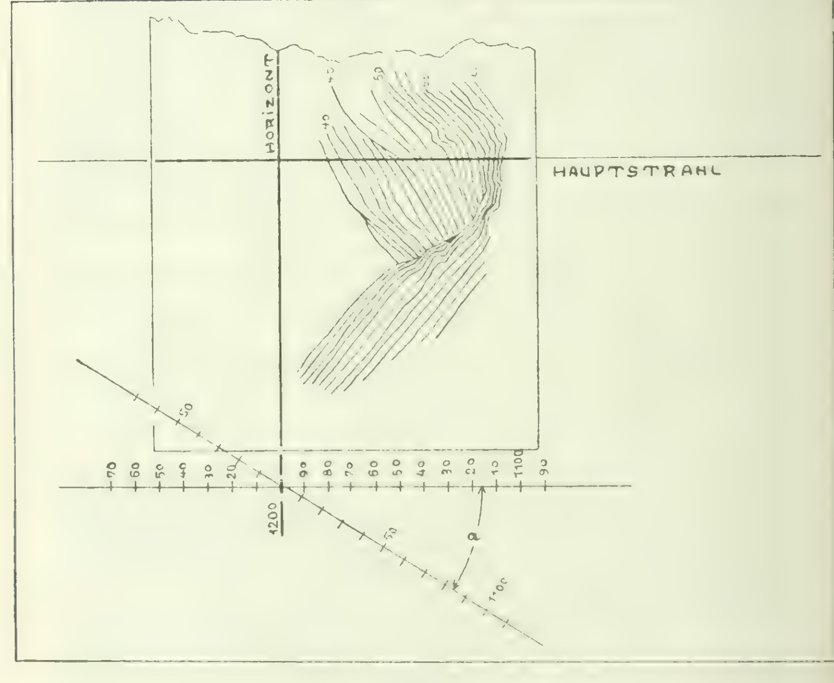


Fig. 6.

Die Verkürzung der Teile nimmt also im Verhältnisse:

$$\frac{\Delta h_2}{\Delta h_1} = \frac{a_2}{a_1} = \cos \alpha_2$$

$$\vdots$$

$$\frac{\Delta h_n}{\Delta h_1} = \frac{a_n}{a_1} = \cos \alpha_n \text{ zu.}$$

Die für die Parallaxe: a_1 konstruierte Teilung (auf einem Streifen Pauspapier) muß also um die Winkel $\alpha_2, \alpha_3 \ldots \alpha_n$ gedreht werden, damit die Projektion der Höhenschichten auf die Vertikallinie des Kurvenblattes den Werten $\Delta h_1, \Delta h_2 \ldots \Delta h_n$ entspricht.

Die Winkel α trägt man mit einem Transporteur auf und fertigt hierauf in der auf Taf. II, Fig. 5 ersichtlichen Weise die Teilung an.

Will man nun z. B. die Kurve der Parallaxe a_{12} mit den Höhenschichten zum Schnitt bringen, so hat man die drehbare Höhenschichtenteilung auf 12 einzustellen und hierauf die Kurve durch zum Bildhorizonte parallele Gerade, welche die Teilungspunkte der Höhenschichtenteilung enthalten, zu schneiden.

Als Drehpunkt der Höhenschichtenteilung gilt selbstverständlich jener Punkt der Teilung, welcher der M-Höhe der linken Station (Objektivhöhe) entspricht.

Die Auswertung einer stereophotogrammetrischen Aufnahme nach der von uns betrachteten Methode umfaßt daher folgende Arbeiten:

1. Berechnung der Entfernungen der Ebenen gleicher Parallaxe, Auftragung derselben auf dem Zeichentische und Feststellung des Drehpunktes des Schwenklineals.

2. Aufkleben des n-fach vergrößerten Kurvenblattes im Abstande $n \cdot f$ links vom Drehpunkte des Schwenklineals (bei entsprechenden Größenverhältnissen allenfalls auch rechts vom Drehpunkte).

3. Berechnung des Schichtenkurvenabstandes für die erste Ebene gleicher Parallaxe.

4. Berechnung der Winkelwerte für die Drehung der Höhenschichtenteilung.

5. Konstruktion:

a) Einstellung der Höhenschichtenteilung auf den Teilstrich einer bestimmten Parallaxe.

b) Schnitt der zugeordneten Kurve auf dem Kurvenblatte durch Parallele zum Horizonte, welche die Teilungspunkte der Höhenschichtenteilung enthalten.

c) Fällung dieser so entstandenen Schnittpunkte auf den Horizont des Kurvenblattes.

d) Übertragung dieser Fällungspunkte mit Hilfe des doppelarmigen Schwenklineals auf die zugeordnete Gerade gleicher Parallaxe.

Hat dieser Vorgang an mehreren Kurven stattgefunden, so sind wir bereits in der Lage, eine Anzahl von Punkten gleichen Höhenwertes miteinander zu verbinden. Der Schichtenplan beginnt zu entstehen.

Die Genauigkeit des Schichtenplanes ist unter anderem [1]) wesentlich von der Größe der Parallaxenabstufung, welche für jeden Fall individuell zu bestimmen ist, abhängig. Wollte man im Interesse eines in allen Teilen des Planes einigermaßen gleichbleibenden Genauigkeitsgrades die Abstände der Geraden gleicher Parallaxe einander gleichmachen, so wäre es nötig,

[1]) Je steiler die Profilkurven, umso günstigere Schnitte.

die Parallaxen, auf die im Komparator einzustellen ist, vorauszuberechnen, was sich wohl selten lohnen dürfte.



Fig. 7.

Der Geübte kann durch einen Blick in den Komparator leicht beurteilen, ob der Raumtiefenunterschied zweier Profile mit Rücksicht auf den angestrebten Genauigkeitsgrad und den Maßstab des Planes entspricht. Man

stuft dann die Parallaxen nicht mehr von 1^{mm} zu 1^{mm}, sondern zu $0·5^{mm}$ oder zu $0·25^{mm}$ ab.

Es ist klar, daß man mit der Verringerung des Abstandes der Ebenen gleicher Parallaxe nur bis zu einer gewissen Grenze gehen kann. Daraus folgt, daß ein nach unserer Methode hergestellter Schichtenplan nicht jenen Detailreichtum in dem Verlauf der Kurven aufweisen kann, wie dies bei Arbeiten der Fall ist, die aus dem Autographen hervorgehen. Die Folge dessen ist, daß sich das geschilderte Verfahren für Maßstäbe eignet, die etwa 1 : 4000 oder kleiner sind. Diese Überlegung erscheint durch die Resultate beigefügter Versuchsarbeit erhärtet.

Auch empfiehlt es sich den Originalplan größer zu konstruieren. (Etwa doppelt so groß wie den gewünschten Plan.) Nach erfolgter Fertigstellung ist er zu verkleinern.

Über die Herstellung des Situationsplanes ist nichts Neues hinzuzufügen. Sie vollzieht sich vor oder nach Konstruktion des Schichtenplanes auf derselben Zeichenfläche in bekannter Art.

Bloß der Umstand ist hervorzuheben, daß man die Lage eines beliebigen Punktes dadurch annähernd genau feststellen kann, daß man ermittelt, in welcher Ebene gleicher Parallaxe (oder zwischen welchen Ebenen) er liegt, ihn sodann auf den Horizont des Kurvenblattes fällt und mit dem Schwenklineale auf die zugeordnete Gerade gleicher Parallaxe (oder in ein Zwischenfeld) überträgt.

III. Auswertungsversuch.

Nachstehend wird ein praktisch durchgeführter Auswertungsversuch dargelegt. Die Aufnahme (Čupetlovo, Bulgarien) (Fig. 7) stammt aus dem stereophotogrammetrischen Institute „Stereographik", Wien. Aufnahme sowie Vergleichsplan wurden uns von dem Leiter des Instituts, Herrn v. Orel, in entgegenkommender Weise zur Verfügung gestellt. Auch die Komparatorarbeit erfolgte in dem genannten Institute.

Der Schichtenplan wurde im Maßstabe 1 : 2000, Kurvenabstand 5^{m}, hergestellt. (Verkleinerte Wiedergabe auf Taf. II, Fig. 5) und sodann auf 1 : 4000 verkleinert. (Taf. III, Fig. 8.)

Als Vergleichsunterlage diente der in der „Stereographik" auf automatischem Wege hergestellte Plan im Originalmaßstabe 1 : 2000 (Kurvenabstand 2^{m}). Die für den Vergleich in Frage kommenden Teile dieses Planes wurden ebenfalls auf 1 : 4000 verkleinert und wurden gleichzeitig die 5-Meterkurven durch Interpolation ermittelt. Dieser Plan ist neben dem von uns hergestellten Versuchsplane zur Darstellung gebracht. (Taf. III, Fig. 9.)

Berechnung der Entfernungen der Ebenen gleicher Parallaxe.

Standpunkt: I. (normal),
Basis: $63·04^{m}$ . . . . . . (1 : 2000 . . . . $31·52^{mm}$),
Objektivhöhe: $1199·07^{m}$ ü. M.,
Instrumentshöhe: $1·27^{m}$,
Kamera II. (360-Teilung),
Brennweite: $193·015^{mm}$.

a^{mm}	E^{mm}	a^{mm}	E^{mm}	a^{mm}	E^{mm}
40	152·1	30	202·8	20	304·2
39·5	154·0	29·5	206·2	19·5	312·0
39	156·0	29	209·8	19	320·2
38·5	158·0	28·5	213·5	18·5	328·9
38	160·1	28	217·3	18	338·0
37·5	162·2	27·5	221·3	17·5	347·6
37	164·4	27	225·3	17	357·9
36·5	166·7	26·5	229·6	16·5	368·0
36	169·0	26	234·0	16	380·2
35·5	171·4	25·5	238·6	15·5	392·5
35	173·8	25	243·4	15	405·6
34·5	176·3	24·5	248·4	14·5	419·6
34	179·0	24	253·5	14	434·6
33·5	181·6	23·5	258·9	13·5	450·7
33	184·3	23	264·5	13	468·0
32·5	187·2	22·5	270·4	12·75	477·2
32	190·2	22	276·5	12·50	486·7
31·5	193·1	21·5	283·0	12·25	496·7
31	196·3	21	289·7	12	507·0
30·5	199·5	20·5	296·8	11·75	517·8
				11·50	529·0

Das Kurvenblatt ist nicht genau doppelt vergrößert, sondern um ein Geringes kleiner als die doppelte Vergrößerung. Es ist daher der Abstand des Kreuzungspunktes des photogrammetrischen Achsenkreuzes bis zum Drehpunkte des Schwenklineals etwas zu verringern, und zwar um den Betrag : v.

a tatsächliche Größe (linear)

b theoretisch verlangte Größe.

Es ist also: $b : 2f = (b - a) : v$.

Daher: $v = \dfrac{2f(b-a)}{b}$; nach Einsetzung der bezüglichen Abmessungen:

$$v = 3·005 \doteq 3^{mm}.$$

Berechnung des Schichtenkurvenabstandes.

Allgemeine Formel: $\Delta h'_n = \dfrac{\Delta h}{B} \cdot a_n$.

Weil $\Delta h = 5^{mm}$ und $B = 31·52^{mm}$ ist, so folgt: $\Delta h'_{40} = 6·452^{mm}$.

Der Höhenschichtenmaßstab muß im selben Maße sich verkürzen als das Kurvenblatt von der zweifachen Vergrößerung abweicht.

$$d h = \Delta h \left(1 - \frac{v}{2 \cdot f}\right) = 6·388^{mm}.$$

Die Berechnung der Winkelwerte für die Drehung der Skala bleibt hievon unberührt.

Weil die Höhe des Bildhorizontes 1199·07^{m} ü. M. beträgt, muß die Schichte 1200 ü. M. um den Betrag 0·592^{mm} oder 0·6^{mm} auf dem Urblatte über den Bildhorizont gehoben werden. Auch dieser Wert ist mit dem

Korrektionsfaktor: $(1 - \frac{v}{2 \cdot f})$ zu multiplizieren, wodurch er sich jedoch nicht wesentlich ändert.

Winkelwerte für die Drehung der Höhenschichtenteilung.

$$\frac{\Delta h_2}{\Delta h_1} = \cos \alpha = \frac{a_2}{a_1}$$

a	Winkel	a	Winkel	a	Winkel
40 *mm*	00° 00′	30 *mm*	41° 24′	20 *mm*	60° 00′
39·5	09 05	29·5	42 29	19·5	60 50
39	12 52	29	43 31	19	61 38
38·5	15 44	28·5	44 34	18·5	62 27
38	18 10	28	45 35	18	63 16
37·5	20 21	27·5	46 34	17·5	64 03
37	22 20	27	47 33	17	64 51
36·5	24 08	26·5	48 31	16·5	65 39
36	25 50	26	49 27	16	66 25
35·5	27 26	25·5	50 24	15·5	67 12
35	28 57	25	51 19	15	67 58
34·5	30 24	24·5	52 14	14·5	68 45
34	31 47	24	53 08	14	69 31
33·5	33 08	23·5	54 01	13·5	70 16
33	34 24	23	54 54	13	71 02
32·5	35 40	22·5	55 46	12·75	71 25
32	36 53	22	56 38	12·50	71 48
31·5	38 03	21·5	57 29	12·25	72 10
31	39 12	21	58 20	12	72 32
30·5	40 18	20·5	59 11	11·75	72 55
				11·50	73 17

Zum räumlichen Rückwärtseinschneiden.

Von Prof. A. Klingatsch in Graz.

Für die Bestimmung des Ortes einer von einem Flugzeug bewirkten photogrammetrischen Aufnahme soll für die Anwendung die räumliche Lage von drei auf der Photographie dargestellten Punkten bekannt sein, da es sich ohne diese Bekanntgabe um die Ermittlung der perspektivischen Lage zweier sphärischen Fünfecke handeln würde, eine Aufgabe, deren praktische Lösung nahezu aussichtslos ist.

Sind A, B, C die drei gegebenen, S der zu bestimmende Punkt — das Kameraobjektiv —, so sind die drei Winkel $BSC = \alpha$, $CSA = \beta$, $ASB = \gamma$ durch die innere Orientierung der Aufnahme gegeben, während die Seiten $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ aus der räumlichen Lage der drei Punkte folgen.

Die geometrische Aufgabe besteht also in dem Schnitt des gegebenen Dreikantes mit der Spitze S nach einem Dreiecke mit den Seiten a, b, c.

Es liegen bereits mehrere Lösungen dieser Aufgabe vor [1]. Vom Ver-

[1] Finsterwalder, Die geometrischen Grundlagen der Photogrammetrie. Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung 1899.

K. Fuchs, Das Rückwärtseinschneiden im Raum. Zeitsch. f. Verm. 1906.

fasser wurde ein allgemeineres Orientierungsproblem[1]) auf die Bestimmung der Lage eines gegebenen Dreieckes, dessen Ecken auf drei windschiefen Geraden liegen, zurückgeführt, aus welchem Problem das räumliche Rückwärtseinschneiden als Sonderfall hervorgeht.

Daß die strenge Lösung bei dieser Punktbestimmung im allgemeinen nicht befriedigt, beweist die neuerliche elegante Behandlung dieses Falles durch Finsterwalder[2]). Zur Anwendung gelangt dort die optisch-mechanische Projektion Th. Scheimpflugs, dieses um die Ausbildung der Luftphotogrammetrie hochverdienten und viel zu früh heimgegangenen Forschers.

Der rechnerischen Lösung liegen bekanntlich, wenn als Unbekannte die drei Abstände $AS = x$, $BS = y$, $CS = z$ eingeführt werden, die drei Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} a^2 &= y^2 + z^2 - 2\,y\,z\cos\alpha \\ b^2 &= z^2 + x^2 - 2\,x\,z\cos\beta \\ c^2 &= x^2 + y^2 - 2\,x\,y\cos\gamma \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots 1)$$

zugrunde.

Eine unmittelbare Konstruktion von x, y, z, diese letzteren als räumliche Punktkoordinaten aufgefaßt, ergibt sich, wenn man die dann durch 1) gegebenen drei Zylinderflächen nach den Regeln der darstellenden Geometrie zum Schnitt bringt.

Dr. Werkmeister gibt in dieser Zeitschrift[3]) zwei andere Lösungen, von welchen die eine ebenfalls die Methoden der darstellenden Geometrie heranzieht.

Eine Berechtigung für die Verwendung eines gemischten graphisch-rechnerischen Verfahrens ist zweifellos vorhanden und soll ein solches auch hier mitgeteilt werden. Wir sind jedoch der Ansicht, daß es zweckmäßiger sei, die graphische Behandlung auf die Ebene zu beschränken. Je weniger Linien zum Ziele führen, desto geringere Einbuße erleidet die Genauigkeit.

Setzt man in 1)

$$y = u\,x,\quad z = v\,x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 2)$$

so erhält man aus 1)

$$x^2 = \frac{a^2}{u^2 + v^2 - 2\,u\,v\cos\alpha} = \frac{b^2}{1 + v^2 - 2\,v\cos\beta} = \frac{c^2}{1 + u^2 - 2\,u\cos\gamma} \quad \cdot\ 3)$$

Damit ergeben sich für u, v als Unbekannte die beiden Gleichungen

$$u^2 + m\,.\,v^2 + n\,u\,v + p\,v + s = 0 \quad \ldots\ldots 4)$$

$$u^2 + m'\,.\,v^2 + p'\,v + q'\,u + s' = 0 \quad \ldots\ldots\ldots 5)$$

wo zur Abkürzung

$$m = \frac{b^2 - a^2}{b^2},\ n = -2\cos\alpha,\ p = \frac{2\,a^2\cos\beta}{b^2},\ s = -\frac{a^2}{b^2} \quad \cdots 6)$$

[1] Klingatsch, Die geodätische Orientierung zweier Punktfelder. Sitzungsberichte der kais. Akad. d. Wiss. Wien 1911.

[2]) Finsterwalder, Eine neue Lösung der Grundaufgabe der Luftphotogrammetrie. Sitzungsberichte der königl. bayrischen Akad. d. Wiss. München 1915.

[3] Dr. Werkmeister, Einfaches Rückwärtseinschneiden im Raum mit Hilfe von Positionswinkeln. Intern. Archiv für Photogrammetrie, V. Bd., 1915.

$$m' = -\frac{c^2}{b^2},\ p' = \frac{2\,c^2 \cos\beta}{b^2},\ q' = -2\cos\gamma,\ s' = \frac{b^2 - c^2}{b^2} \quad \cdots \quad 7)$$

gesetzt wurde.

Der graphische Teil der Lösung ist damit auf die Bestimmung des Schnittes der beiden durch 4) und 5) bestimmten Kegelschnitte zurückgeführt, wodurch sich in den Koordinaten u, v die gesuchten Verhältniszahlen ergeben.

Aus einer der Gleichungen 3) erhält man dann x und aus 2) die beiden anderen Unbekannten y, z.

Wir behandeln vorerst die Bestimmung des durch 5) gegebenen Kegelschnittes, welcher, wie leicht zu ersehen ist, stets eine Hyperbel bedeutet.

Nimmt man u als Ordinaten, v als Abszissen, so erhält man mit

$$u = u_0 + u',\ v = v_0 + v' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 8)$$

die Mittelpunktskoordinaten

$$u_0 = \cos\gamma,\ v_0 = \cos\beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 9)$$

Sind nun u', v' die Achsen der Hyperbel der Lage nach, so wird, je nachdem $c \sin\beta \gtrless b \sin\gamma$ ist, die Länge der auf u' gelegenen

halben $\left\{\begin{matrix}\text{Hauptachse}\\ \text{Nebenachse}\end{matrix}\right. = \frac{1}{b}\sqrt{c^2 \sin^2\beta - b^2 \sin^2\gamma}$,

hingegen die Länge der auf v' gelegenen

halben $\left\{\begin{matrix}\text{Nebenachse}\\ \text{Hauptachse}\end{matrix}\right. = \frac{1}{c}\sqrt{c^2 \sin^2\beta - b^2 \sin^2\gamma}$.

Der Winkel φ der Asymptoten mit u' ist dann bestimmt durch

$$\tan\varphi = \frac{b}{c}.$$

Diese Hyperbel kann daher leicht konstruiert werden.

Für den zweiten durch 4) bestimmten Kegelschnitt gibt die Transformation auf den Mittelpunkt nach 8), wenn zur Abkürzung

$$\sqrt{b^2 \sin^2\alpha - a^2 \sin^2\beta} = k,\ \sqrt{b^2 \sin^2\alpha - a^2} = l \quad \ldots\ldots \quad 10)$$

gesetzt wird,

$$u_0 = \frac{a^2 \cos\alpha \,.\, \cos\beta}{l^2},\ v_0 = -\frac{a^2 \cos\beta}{l^2} \quad \ldots\ldots \quad 11)$$

Sind wieder u' v' die Koordinaten von 4) bezogen auf ein System, dessen Ursprung im Mittelpunkt des Kegelschnittes 4) liegt und dessen Achsen parallel zu den früheren u, v sind, so ist es einfacher, auf die Bestimmung der Achsen zu verzichten und in dem System u', v' konjugierte Durchmesser zu rechnen.

Da 4) die Form annimmt,

$$u'^2 + m v'^2 + n u' v' + s = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 12)$$

wo, wegen 6)

$$s = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \frac{b^2 \sin^2\alpha - a^2 \sin^2\beta}{a^2 - b^2 \sin^2\alpha} \quad \ldots\ldots \quad 13)$$

ist, so ergibt sich

$$\frac{d u'}{d v'} = -\frac{2\, m v' + n u'}{2\, u' + n v'} \quad \ldots\ldots \quad 14)$$

Die Schnittpunkte des Kegelschnittes 12) mit der Achse u' folgen mit $v' = o$ aus 12) und 13) mit Rücksicht auf 6) und 10)

$$u' = \pm \frac{a}{b} \left(\frac{k}{l}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 15)$$

Die Berührungspunkte u_1', v_1' der zu u' parallelen Tangenten ergeben sich aus 14) wegen

$$2\,u' + n\,.\,v' = 0$$

mit Benützung von 12), 6) und 10) mit

$$u_1' = \pm\, a \cos \alpha\,.\left(\frac{k}{l^2}\right),\; v_1' = \mp\, a \left(\frac{k}{l^2}\right) \quad \ldots\ldots \quad 16)$$

Ebenso erhält man für den Schnitt von 12) mit der Achse v' wegen $u' = 0$

$$v' = \frac{a}{\sqrt{b^2 - a^2}} \left(\frac{k}{l}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 17)$$

während die zu v' parallelen Tangenten die Berührungspunkte

$$u_2' = \pm \frac{a \sqrt{b^2 - a^2}}{b} \left(\frac{k}{l^2}\right),\; v'_2 = \pm \frac{a\,b \cos \alpha}{\sqrt{b^2 - a^2}} \left(\frac{k}{l^2}\right) \quad \ldots \quad 18)$$

ergeben, woraus schließlich die Beziehung

$$u'_1\, v'_1 = u'_3\, v'_2$$

als Rechnungskontrolle folgt.

Durch 15), 16), 17), 18) sind daher für den Kegelschnitt 12), respektive 4) zwei Paare konjugierter Durchmesser der Lage und der Länge nach gegeben, wodurch Kontrollen gewonnen sind.

Je nachdem $b \sin \alpha \gtreqless a$ ist, bedeutet 4) eine Ellipse, eine Parabel oder eine Hyperbel. Ist der Kegelschnitt eine Ellipse, so sind k und l reell, da dann auch $b > a$ ist. Im Falle der Hyperbel sind zwei Fälle zu unterscheiden.

Ist $b \sin \alpha > a \sin \beta$,

so ist l imaginär, hingegen k reell. Die Gleichung 15) gibt imaginäre, 16) aber reelle Werte. Je nachdem hiebei $a \gtrless b$ ist, gibt 17) $\left\{\begin{matrix}\text{reelle}\\ \text{imaginäre}\end{matrix}\right.$ und 18) $\left\{\begin{matrix}\text{imaginäre}\\ \text{reelle}\end{matrix}\right.$ Werte.

Ist $b \sin \alpha < a \sin \beta$,

so sind l und k imaginär. Man erhält aus 15) reelle, aus 16) imaginäre Werte. Je nachdem wieder $a \lessgtr b$ ist, gibt 17) $\left\{\begin{matrix}\text{imaginäre}\\ \text{reelle}\end{matrix}\right.$ und 18) $\left\{\begin{matrix}\text{reelle}\\ \text{imaginäre}\end{matrix}\right.$ Werte.

Den Fall der Parabel behandeln wir gesondert.

Sind nun für a, b, c, α, β, γ Zahlenwerte gegeben, so werden vorerst die Logarithmen von a, b, c und jene der $\sin$ und $\cos$ für α, β, γ aufgeschlagen, wodurch sich die Konstruktionselemente der durch 5) gegebenen Hyperbel unmittelbar bestimmen.

Für den zweiten Kegelschnitt 4) beginnt die Rechnung mit der Auswertung der Hilfsgrößen k, l nach 10). Damit folgen aus 11), 15), 16), 17), 18) alle zur Konstruktion erforderlichen Angaben.

Wir benützen das von Dr. Werkmeister benützte Beispiel, setzen also

$$a = 80\,mm,\; b = 70\,mm,\; c = 56\,mm$$

$$\alpha = 42^0\,45',\; \beta = 32^0\,28',\; \gamma = 21^0\,58'.$$

Aus 9) folgt dann

$$u_0 = 0{\cdot}92740, \quad v_0 = 0{\cdot}84570$$

endlich

$$\varphi = 51^0\,20'.$$

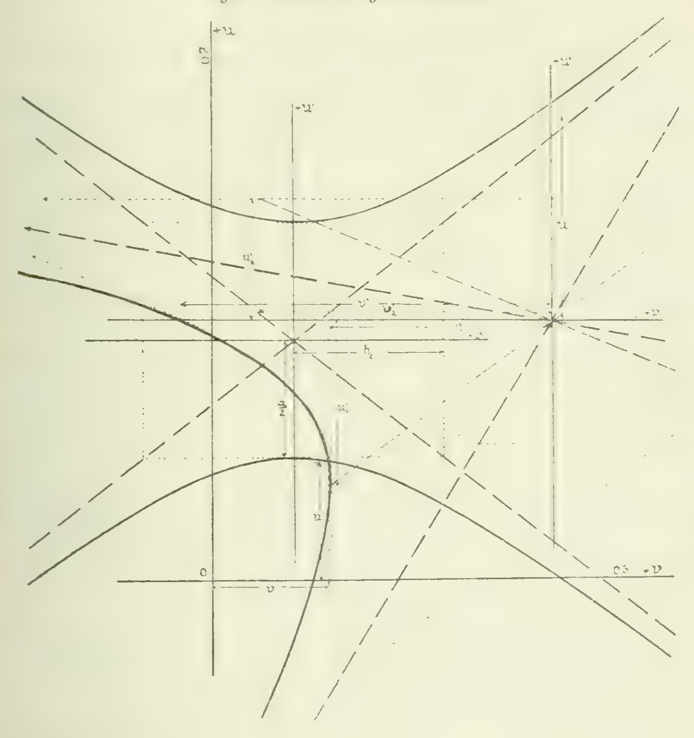
Es wird die halbe Länge der

Hauptachse $= 0{\cdot}21095$, der Nebenachse $= 0{\cdot}26368$,

die erstere auf u', die letztere auf v' gelegen.

Aus 10) hat man ferner

$$\log k = 1{\cdot}30825, \quad \log l = 1{\cdot}80862.$$



Somit wird aus 11)

$$u_0 = 0{\cdot}95725, \quad v_0 = 1{\cdot}3036.$$

Die Gleichungen 15), 16), 17), 18) geben der Reihe nach

$$u' = 0{\cdot}36110, \quad u_1' = 0{\cdot}28840, \quad v_1' = 0{\cdot}39274$$

$$v' = 0{\cdot}65264, \quad u_2' = 0{\cdot}21729, \quad v_2' = 0{\cdot}52125.$$

Mit Rücksicht auf die obigen Zahlenwerte und Gleichung 14) haben u_1', v_1' gleiche, u_2', v_2' ungleiche Vorzeichen.

Auf Grundlage einer Skizze wurde als Maßstab für die Konstruktion der Kegelschnitte die Einheit der zweiten Dezimalstelle mit 4 *mm* angenommen, wobei den Achsen u, v, um kürzere Abstände zu erhalten, die Werte 0·7, beziehungsweise 0·5 beigelegt wurden.

Die beiden Hyperbeln sind lediglich in der Nähe des in Betracht kommenden Schnittpunktes durch eine entsprechende Zahl von Punkten zu bestimmen. Man erhält mit Rücksicht auf die den Achsen u, v beigelegten Werte
$$u = 0{\cdot}7098,\; v = 0{\cdot}9078.$$

Aus der ersten der Gleichungen 3) folgt dann

$x = 129{\cdot}50\,mm$ und aus 2) $y = 91{\cdot}93\,mm$, $z = 117{\cdot}57\,mm$.

Die Figur zeigt in entsprechend verkleinertem Maßstabe die gegenseitige Lage der beiden Hyperbel für dieses Beispiel.

Es erübrigt noch, den Parabelfall zu erledigen, für welchen also $b \sin\alpha = a$, oder wegen 6)
$$n^2 - 4\,m = 0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 19)$$
ist.

Mit dem aus 19) folgenden Werte von m erhält man dann aus 4)
$$\left(u + n\,.\,\frac{v}{2}\right)^2 + p\,v + s = 0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \; 20)$$

Setzt man
$$u + n\,.\,\frac{v}{2} = \lambda,$$
wo λ einen Parameter bedeutet, so kann man an Stelle von 20) die beiden folgenden Gleichungen setzen:
$$u = v\,.\,\cos\alpha + \lambda \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 20^1)$$
$$v = -\frac{s + \lambda^2}{p} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 20^2)$$

Die Parabel 4), respektive 20) ergibt sich daher im Schnitt eines Parallelstrahlenbüschels 20^1) mit dem Richtungskoeffizienten $\cos\alpha$ mit einem ebensolchen zur Achse u parallelen Büschel 20^2). Jedem angenommenen Werte λ entspricht nach der ersten Gleichung ein Strahl, dessen Schnitt mit dem aus der zweiten folgenden demselben Parameterwerte λ entsprechenden Strahle einen Parabelpunkt gibt.

Für die Anwendung wird dieser Fall kaum eintreten, hingegen könnten die aus 11) folgenden Mittelpunktskoordinaten der Ellipse oder der Hyperbel so groß ausfallen, daß die Konstruktion auf Schwierigkeiten stößt.

Wir geben daher noch eine allgemein verwendbare Konstruktion des Kegelschnittes 4), welche unabhängig von der Transformation auf den Mittelpunkt und den bezüglichen Formeln 15) bis 18) ist.

Zu diesem Zwecke geben wir 4) die Form
$$(u^2 + v^2) + [n\,u + (m - 1)\,v + p]\,.\,v + s = 0.$$

Wird
$$n\,u + (m - 1)\,v + p = \lambda$$
gesetzt, wo wieder λ einen Parameter bedeutet, so kann man 4) in die beiden folgenden Gleichungen spalten:

$$u = -\frac{m-1}{n} v + \frac{\lambda - p}{n} \quad \text{. . . . . } 4^1)$$

$$u^2 + \left(v - \frac{\lambda}{2}\right)^2 = \frac{\lambda^2 - 4s}{4} = \varrho^2 \quad \text{. . . . . . . } 4^2)$$

Die erste bezeichnet wieder ein Parallelstrahlenbüschel mit $-\frac{m-1}{n}$ als Richtungskoeffizienten, die zweite eine Kreisschar, deren Mittelpunkte auf der Achse v im Abstande $-\frac{\lambda}{2}$ vom Ursprung liegen und deren Halbmesser ϱ sich aus

$$\varrho = \frac{1}{2}\sqrt{\lambda^2 - 4s}$$

ergeben.

Jedem angenommenen Werte von λ entspricht nach 4^1) eine bestimmte Gerade und aus 4^2) ein zugehöriger Kreis: die Schnittpunkte geben zwei Punkte des Kegelschnittes 4). Einige Punkte von 4) genügen dann, um mit Hilfe der bereits gezeichneten Hyperbel 5) die Gegend des in Betracht kommenden Schnittpunktes festzustellen und in dieser Gegend mehrere Punkte nach dem obigen allgemeinen Verfahren scharf zu bestimmen.

Mit dem Vorstehenden ist also die Auflösung der Gleichungen 4), 5) auf die Konstruktion des Schnittes zweier Kegelschnitte zurückgeführt.

Die vollständige Lösung des räumlichen Rückwärtseinschneidens erfordert noch die Berechnung der Koordinaten des zu bestimmenden Punktes S aus jenen der gegebenen Punkte A, B, C.

Wir nehmen nunmehr eine Änderung in der Bezeichnung in der Weise vor, daß wir die früheren Unbekannten x, y, z, also die nunmehr bekannten Abstände AS, BS, CS, beziehungsweise mit s_1, s_2, s_3 bezeichnen, während x, y, z die gesuchten Koordinaten des Punktes S bedeuten sollen. Die gegebenen Koordinaten von A, B, C wären bezüglich $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3$.

Zur Bestimmung von x, y, z hat man dann die drei Gleichungen

$$s_1^2 = (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2$$
$$s_2^2 = (x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2$$
$$s_3^2 = (x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2.$$

Setzt man

$$x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = d_1^2,\ x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 = d_2^2,\ x_3^2 + y_3^2 + z_3^2 = d_3^2,$$

so ergeben sich aus den obigen drei Gleichungen leicht die folgenden beiden

$$(x_1 - x_2)\,x + (y_1 - y_2)\,y + (z_1 - z_2)\,z = \frac{1}{2}(s_2^2 - s_1^2 + d_1^2 - d_2^2)$$

$$(x_2 - x_3)\,x + (y_2 - y_3)\,y + (z_2 - z_3)\,z = \frac{1}{2}(s_3^2 - s_2^2 + d_2^2 - d_3^2),$$

aus welchen y und z durch x ausgedrückt werden können. Eine der drei obigen Gleichungen gibt dann x, womit die Koordinaten von S gefunden sind.

Zur Orientierung photographischer Aufnahmen.

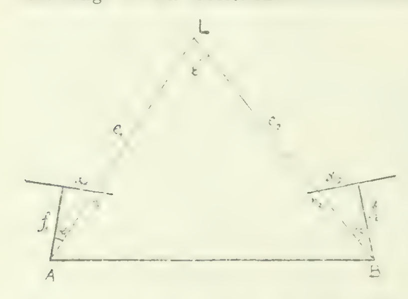
Von Prof. A. Klingatsch in Graz.

Vom Verfasser wurde unlängst ein Verfahren zur Bestimmung der Lage unzugänglicher Punkte angegeben, welches im wesentlichen auf einer indirekten Winkelmessung beruht [1].

Stellen nämlich in A und B zwei in telephonischer Verbindung stehende Beobachter den Längsfaden des Fernrohres ihrer Theodolite gleichzeitig auf denselben unendlich fern gelegenen Punkt S und sodann auf einen Zielpunkt L ein, so sind durch die Kreisablesungen die Winkel $SAL = \alpha$ $SBL = \beta$ gegeben, deren Unterschied den Winkel ε bei L gibt.

Zu demselben Ergebnis könnte man wohl auch durch Peilung der beiden Richtungen AL, BL mit einem Bussoleninstrument gelangen, doch soll einerseits die geringe Genauigkeit, anderseits die Abhängigkeit von eisenfreier Umgebung die Verwendung eines derartigen Instrumentes für den vorliegenden Zweck ausschließen.

Das Anwendungsgebiet der a. a. O. behandelten Punktbestimmung ist nicht allzu beschränkt, da sich auf diese eine neue Methode der Punkteinschaltung in ein bestehendes Dreiecksnetz gründen läßt; in diesem Falle ist jedoch die Ermittlung von ε schärfer, nämlich mit Rücksicht auf die Erdkrümmung vorzunehmen.



Unter Hinweis auf die übrigen in dem angeführten Aufsatze angedeuteten Anwendungen möge hier noch eine weitere angegeben werden, welche sich auf die Orientierung von unter besonderen Verhältnissen vorgenommenen photographischen Aufnahmen bezieht.

In der Figur mögen A und B zwei Punkte bezeichnen, deren gegenseitige Entfernung und Sicht nicht gegeben ist.

Es werde vorausgesetzt, daß die Bestimmung des Winkels ε für einen von A und B aus sichtbaren Leitpunkt L zu einer Zeit erfolgt sei, wo Sonnen- oder Sterneinstellungen möglich waren.

Bei den photographischen Apparaten wird lediglich vorausgesetzt, daß die Lage der Hauptvertikalen und jene des Horizonts auf der Platte ersichtlich ist.

Die Orientierung der Aufnahmen in A und B, beziehungsweise jene einer ganzen Gruppe von Aufnahmen aus diesen Punkten gelingt ohneweiters, wenn diese Aufnahmen den Leitpunkt L enthalten, und die Messung der Entfernungen $AL = e_1$, $BL = e_2$ mit einem geeigneten genaueren Entfernungsmesser erfolgte, wodurch eben das Dreieck ABL bestimmt ist.

Sind bei der vorausgesetzten vertikalen Lage der Bildebenen x_1, x_2

[1] Über die Bestimmung der Lage unzugänglicher Punkte. Österr. Zeitschrift für Verm. 1916, Nr. 6.

die Abstände der Bildpunkte p_1, p_2 von L von den betreffenden Hauptvertikalen, f_1, f_2 die Bildweiten, so erhält man mit

$$tg\, v_1 = \frac{x_1}{f_1},\quad tg\, v_2 = \frac{x_2}{f_2}$$

die Abstände

$$A\,p_1 = \frac{x_1}{sin\, v_1} = \frac{f_1}{cos\, v_1},\quad B\,p_2 = \frac{x_2}{sin\, v_2} = \frac{f_2}{cos\, v_2}.$$

Zieht man daher um A und B als Mittelpunkte Kreise mit den Halbmessern f_1, f_2, so geben die Tangenten von p_1, p_2 an diese Kreise die Lage der zu ihnen normalen optischen Achsen der Aufnahmsapparate, womit der Grundriß der Aufnahme gegeben ist.

Da unter Verwendung eines Periskopes die photographischen Aufnahmen, zu welchen nach dem obigen gewöhnliche photographische Apparate dienen können, bei gedeckter Aufstellung dieser letzteren vorgenommen werden können, so ist damit auch die Herstellung eines Planes für ein Vorfeld unter den obwaltenden Verhältnissen gegeben.

Die Messungen der Entfernungen $A L_1$ $B L_1$ und die Ermittlung von ε werden im allgemeinen wohl nicht lediglich für zwei Punkte A, B, sondern für eine Gruppe von erkundeten Aufstellungspunkten $A\,B\,C\,D$ . . ., zu welchen die Leitpunkte L_1 L_2 . . . gehören, erfolgen, um für die späteren Aufnahmen die nötige geodätische Grundlage zu erhalten. Es wird hiebei auch zweckmäßig sein, mehrere Leitpunkte für die Aufnahmen aus demselben Standpunkte zur Verfügung zu haben.

Die planmäßige Vorbereitungsarbeit, betreffend die Ermittlung der Winkel ε an den Leitpunkten aus den in telephonischer Verbindung befindlichen, gegenseitig nicht sichtbaren Aufnahmspunkten $A\,B\,C\,D$ . . . ist im allgemeinen mit dem Theodolit gedacht. Dieselbe könnte jedoch auch aus gleichzeitigen Sonnenaufnahmen mit den photographischen Apparaten hergeleitet werden, soferne sich auf je zwei korrespondierenden Bildern dieselben Leitpunkte vorfinden, da daraus ebenfalls die in Betracht kommenden Winkel gewonnen werden können.

Bei der Vorausgesetzten vertikalen Lage der Bildebene ist man dann ohne besondere Einrichtungen naturgemäß auf kleine Sonnenhöhen angewiesen und ist die Verwendung von zwei winkelmessenden Instrumenten für die betreffenden Vorarbeiten zweckmäßiger.

Aus dem Vorhergehenden ist ersichtlich, daß die aus zwei gegenseitig nicht sichtbaren und bezüglich ihrer Entfernung unbekannten Aufnahmspunkten A B gewonnenen Aufnahmen in Verbindung mit den Distanzmessungen $A\,L$, $B\,L$ für einen auf beiden Aufnahmen dargestellten Leitpunkt L mit der Kenntnis des Winkels ε die Herleitung eines Lage- und Höhenplanes ermöglichen.

Es handelt sich schließlich noch darum, die Aneinanderreihung der Aufnahmen $(A\,B\,L)$, $(B\,C\,L')$, $(C\,D\,L'')$ . . . zu bewirken.

Da Winkelmessungen zwischen den Aufnahmspunkten als ausgeschlossen vorausgesetzt werden, so müssen die Aufnahmen in B für die Gruppe $(A\,B\,L)$ und jene aus demselben Standpunkt für die Gruppe $(B\,C\,L')$ wenigstens einen gemeinsamen Punkt als Orientierungspunkt enthalten, wodurch der Anschluß der zweiten Gruppe an die erste unmittelbar gegeben ist.

Präzisions-Photogrammetrie.

Von Prof. J. Adamczik in Prag.

In meiner Schrift „Präzisions-Stereophotogrammetrie", welche in den Sitzungsberichten der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien, IIa, 124. Bd., 10. Heft, 1915 aufgenommen erscheint, habe ich eine strenge Theorie der stereophotogrammetrischen Punktbestimmung, bei überschüssigen Messungen, durch Ausgleichung nach bedingten Beobachtungen gegeben. Die Stereophotogrammetrie ist zwar nur ein spezieller Fall der allgemeinen Photogrammetrie, doch nimmt sie in der photogrammetrischen Praxis eine ausgesprochene Sonderstellung ein. Ihre spezielle Theorie zeichnet sich durch große Einfachheit aus und die ihr allein eigenen Parallaxenmessungen erhöhen die Genauigkeit.

Ich will nun diese strenge Theorie in ihrer Erweiterung auch auf die allgemeine, photogrammetrische Punktbestimmung ausdehnen.

In der beigegebenen Fig. 1 bedeuten O und O' die Horizontalprojektionen der perspektivischen Zentren, B und H die Elemente der Standlinie OO', also die Horizontaldistanz und den Höhenunterschied und f ist die Bildweite, ω und ω' sind die Orientierungswinkel der Kameraachsen. Alle die bisher angeführten Größen B, H, f, ω und ω' sind grundlegende Bestimmungsstücke, welche allen Einzelpunkten der ganzen Aufnahme stets gemeinsam sein und bleiben müssen. Diese Größen können daher nicht in eine Ausgleichung einbezogen werden, die sich auf Einzelpunkte bezieht, sondern sie müssen zu allererst mit solcher Genauigkeit gemessen werden, daß sie für die punktweisen Ausgleichungen sodann als fehlerfrei gelten können. Es muß also zunächst ein hiezu geeignetes Instrumentarium verwendet werden und ferner müssen die Messungsmethoden entsprechend ausgesucht werden. Bei Messungswiederholungen werden diese Größen schon von selbst als ausgeglichene Größen hervorgehen.

Die Bildweite f wird ja stets aus überschüssigen Messungen durch Ausgleichung bestimmt, und im vertikalen Standliniendreieck können B und H mehrfach gemessen werden. Es kann aber auch der Neigungswinkel ν der Standlinie gemessen werden, oder bei kurzen Standlinien kann auch noch die schiefe Standlinie selbst gemessen werden, was alles Gelegenheit zu einer selbständigen Ausgleichung gibt. Den ersten Fall habe ich in der angeführten Schrift „Präzisions-Stereophotogrammetrie" behandelt, den zweiten Fall in meiner Abhandlung „Der Pythagoräische Lehrsatz als Bedingungsgleichung" in der Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart 1907, XXXVI. Bd., S. 97. Was schließlich noch die Orientierungswinkel ω und ω' anlangt, so muß eben der photogrammetrische Apparat zur genauen Messung, beziehungsweise Einstellung der scharf gemessenen Orientierungswinkel eingerichtet sein. Bei größeren Aufnahmen können die gewählten Standpunkte in ein Triangulierungsnetz einbezogen werden, wodurch sich bei Ausgleichung des Netzes auch diese Orientierungswinkel sehr scharf bestimmen lassen werden.

Mit der Annahme der Fehlerfreiheit aller dieser Stücke sind also im Prinzipe durchaus nicht mehr fehlerfreie Größen der punktweisen Ausgleichung zugrunde gelegt, als bei der Präzisions-Stereophotogrammetrie. Bei der Stereophotogrammetrie sind eben die Orientierungswinkel als strenge **90° betragend gedacht.**

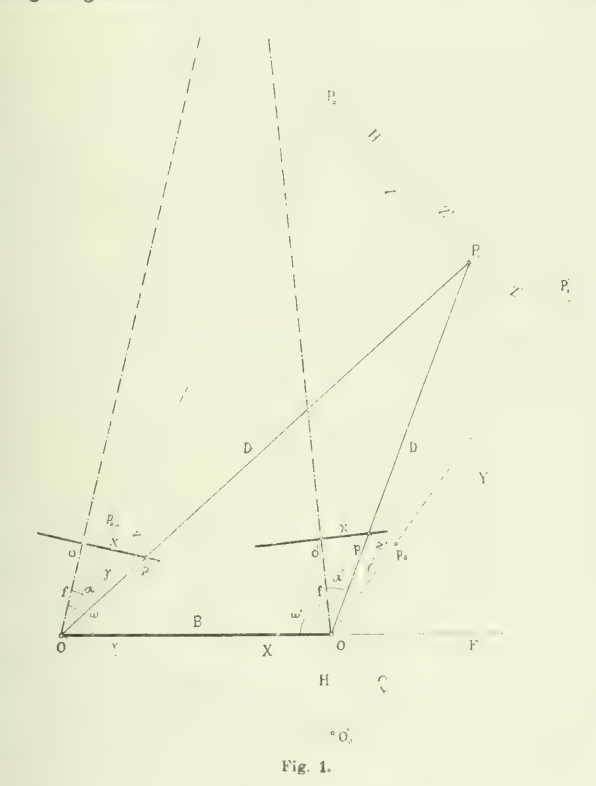


Fig. 1.

I. Bildkoordinatenmessung.

Werden nun zur Bestimmung eines Raumpunktes der Aufnahme die vier Bildkoordinaten x, z im linken und x', z' im rechten Bilde gemessen, so bleiben nur diese vier Größen als die zu verbessernden Beobachtungen übrig. Da die Raumkoordinaten des Punktes P ganz ähnlich, wie bei der Stereophotogrammetrie, Vergrößerungen der gemessenen Bildkoordinaten sind, so ist leicht einzusehen, daß sich eben auch hier die unvermeidlichen Messungsfehler in den Bildkoordinaten, sehr vergrößert in den berechneten Raumkoordinaten äußern müssen, so daß tatsächlich eine Ausgleichung der

Bildkoordinaten am dringendsten erscheint. Die beiden Bildabszissen x und x' legen die Horizontalprojektion P_1 fest, die Bildordinate z würde sodann zur Bestimmung von P ausreichen, durch z' kommt also eine überschüssige Beobachtung hiezu, welche zu einer Bedingungsgleichung führen muß. Diese Bedingungsgleichung lautet, wie aus der Figur deutlich zu ersehen ist:

$$Z = H - Z'.$$

Z und Z' sind die Höhenunterschiede des Punktes P gegen die beiden Aufnahmshorizonte.

Bevor wir jedoch auf diese Bedingungsgleichung weiter eingehen, wollen wir noch die Messung der Bildkoordinaten näher besprechen. Wenn es sich hier um Präzisionsmessungen handelt, so wird man zur Erhöhung der Genauigkeit bei der Ausmessung der Photogramme das Hugershoff-Heydesche Photomikrometer verwenden können, welches die Bildkoordinaten auf 0·01 *mm* zu messen gestattet. (Siehe „Intern. Archiv für Photogrammetrie", IV. Bd., S. 216.) Um aber die sich dadurch steigernde Genauigkeit in den Punktbestimmungen zu sichern, wird man dann ebenfalls auch die Bildweite f schärfer als bisher bestimmen müssen. Dies kann sehr leicht dadurch geschehen, daß man zunächst auch die zur Berechnung von f verwendeten Bildstrecken natürlich auch mit diesem Mikrometer auf 0·01 *mm* genau mißt. Man wird aber auch noch leicht eine Verfeinerung in den zugehörigen Horizontalwinkelmessungen erzielen können, wenn man, statt diese Winkel einfach zu messen, dieselben in allen Kombinationen mißt und sodann für sich ausgleicht. Hat man z. B. vier Zielstrahlen, also drei Winkel, so ergeben sich sodann $\binom{4}{2} = 6$ Kombinationen, welche auf bekannte Art auszugleichen kommen. (Siehe Jordan, Handbuch der Vermessungskunde, I. Bd., 5. Aufl., S. 280.) Hiebei gilt die Regel: Um einen dieser Winkel endgültig zu berechnen, nimmt man seine unmittelbare eigene Messung mit doppeltem Gewichte und dazu mit einfachem Gewichte alle diejenigen Werte des Winkels, welche man aus den übrigen Messungen durch Subtraktion oder Addition von je zwei Winkeln bilden kann und berechnet das allgemeine arithmetische Mittel. Diese so ausgeglichenen Horizontalwinkel können dann zur Vereinfachung der weiteren Berechnung von f sicherlich als fehlerfrei beibehalten werden, da ja die Bildweite ohnehin nur klein ist, also für die Punktverschiebungen in der Bildebene auch nur sehr kurze Strahlen zu berücksichtigen sind. Dies vereinfacht sodann die eigentliche Ausgleichsrechnung für die Bildweite selbst.

Wir denken uns also mit Bezug auf Fig. 2 die Winkel α in der Natur zwischen den Zielstrahlen nach den Raumpunkten in allen Kombinationen gemessen und bereits für sich ausgeglichen, also sodann fehlerfrei. Die Bildstrecken S mit dem Photomikrometer auf $^1/_{100}$ *mm* genau gemessen; allen S wird das gleiche Gewicht zukommen. Die allen auftretenden Dreiecken gemeinsamen Stücke m und q sind dann die zu berechnenden Elemente.

$$S = \frac{m \cdot \sin \alpha}{\sin (q + \alpha)}$$

Da diese Gleichung aber nicht linear ist, so brauchen wir zunächst Näherungswerte.

$$\left. \begin{aligned} m &= m_0 + d\,m \\ \varphi &= \varphi_0 + d\,\varphi \end{aligned} \right|$$

Die gemessenen, unverbesserten Strecken wollen wir mit (S) bezeichnen.

$$\left. \begin{aligned} (S_1) \,.\, sin\,(\varphi_0 + \alpha_1) &= m_0 \,.\, sin\,\alpha_1 \\ (S_2) \,.\, sin\,(\varphi_0 + \alpha_2) &= m_0 \,.\, sin\,\alpha_2 \end{aligned} \right|$$

$$(S_1) \,.\, (sin\,\varphi_0 \,.\, cos\,\alpha_1 + cos\,\varphi_0 \,.\, sin\,\alpha_1) = sin\,\alpha_1$$

$$(S_2) \,.\, (sin\,\varphi_0 \,.\, cos\,\alpha_2 + cos\,\varphi_0 \,.\, sin\,\alpha_2) = sin\,\alpha_2$$

$$sin\,\varphi_0 \,[(S_1)\, sin\,\alpha_2 \,.\, cos\,\alpha_1 - (S_2)\, sin\,\alpha_1\, cos\,\alpha_2] = cos\,\varphi_0 \,.\, sin\,\alpha_1\, sin\,\alpha_2\, [(S_2) - (S_1)]$$

A B C D E

Fig. 2.

$$tg\,\varphi_0 = \frac{(S_2) - (S_1)}{(S_1)\, cotg\,\alpha_1 - (S_2)\, cotg\,\alpha_2}\,;\ \varphi_0$$

$$m_0 = \frac{(S_1)\, sin\,(\varphi_0 + \alpha_1)}{sin\,\alpha_1}$$

$$(S) + v = \frac{m_0\, sin\,\alpha}{sin\,(\varphi_0 + \alpha)} + \frac{sin\,\alpha}{sin\,(\varphi_0 + \alpha)} \cdot d\,m - \frac{m_0\, sin\,\alpha\,.\, cos\,(\varphi_0 + \alpha)}{sin^2\,(\varphi_0 + \alpha)}\,\frac{d\,\varphi}{\varrho}$$

$$v = \frac{sin\,\alpha}{sin\,(\varphi_0 + \alpha)} \cdot d\,m - \frac{m_0\, sin\,\alpha\, cotg\,(\varphi_0 + \alpha)}{\varrho\, sin\,(\varphi_0 + \alpha)} \cdot d\,\varphi - \left| (S) - \frac{m_0\, sin\,\alpha}{sin\,(\varphi_0 + \alpha)} \right|$$

Dies ist also die Verbesserungsgleichung in allgemeiner Form und es wären nur mehr die entsprechenden Indizes den Größen v, α und (S) anzuhängen. Wenn wie oben die Bildstrecken (S_1) und (S_2) zur Berechnung der Näherungswerte m_0 und φ_0 benützt werden, so entfallen natürlich in den zwei ersten Verbesserungsgleichungen die zuletzt angeschriebenen Absolutglieder.

Man hätte demnach allgemein:

$$v_n = a_n \,.\, d\,m + b_n \,.\, d\,\varphi - l_n$$

Normalgleichungen:

$$\left.\begin{array}{l}[a\,a]\,d\,m + [a\,b]\,d\,\varphi - [a\,l] = 0 \\ [a\,b]\,d\,m - [b\,b]\,d\,\varphi - [b\,l] = 0\end{array}\right\}\begin{array}{l}d\,m \\ d\,\varphi\end{array}$$

$$f = m\,.\,sin\,\varphi = (m_0 - d\,m)\,.\,sin\,(\varphi_0 + d\,\varphi)$$

Zur Bestimmung des Hauptpunktes:

$$a\,o = m\,.\,cos\,\varphi$$

Die hier zur Vereinfachung vorgeschlagene Trennung der Ausgleichungen in den Horizontalwinkeln und den Bildstrecken halte ich aber auch für logisch begründet. da es sich doch tatsächlich um zwei voneinander sehr verschiedene Messungsoperationen, um die in der Natur gemessenen Winkel α und die im Bilde gemessenen S handelt.

Daß eine Verschärfung der Bildweitebestimmung als Folge der Verschärfung der Bildkoordinatenmessungen nötig ist, ergibt folgende Betrachtung, indem wir untersuchen, welche Richtungsänderungen infolge eines Bildabszissenfehlers und infolge eines Fehlers in der Bildweite f entstehen.

$$tg\,\alpha = \frac{x}{f}\,;\quad \frac{d\,\alpha}{cos^2\,\alpha} = \frac{f\,d\,x - x\,d\,f}{f^2} = \frac{d\,x}{f} - \frac{x}{f}\cdot\frac{d\,f}{f}$$

$$d\,\alpha = \frac{cos^2\,\alpha}{f}\cdot d\,x - cos^2\,\alpha\,.\,tg\,\alpha\cdot\frac{d\,f}{f}$$

$$\frac{\Delta\,\alpha''}{\varrho''} = \frac{cos^2\,\alpha\,.\,f\,.\,tg\,\alpha}{f}\cdot\frac{\Delta\,x}{x} - sin\,\alpha\,cos\,\alpha\cdot\frac{\Delta\,f}{f}$$

$$\Delta\,\alpha'' = \frac{\varrho''}{2}\,sin\,2\,\alpha\left(\frac{\Delta\,x}{x} - \frac{\Delta\,f}{f}\right)$$

Man sieht also, daß die beiden Größen x und f den Richtungsfehler in gleicher Weise nach Maßgabe ihrer relativen Fehler beeinflussen. Man wird also stets trachten müssen, beide relative Fehler möglichst gleich zu halten. Bei einer halben Plattenbreite von 10 *cm* wird nun

$$\frac{\Delta\,x}{x_{max}} = \frac{0{\cdot}01}{100} = \frac{1}{10{,}000}$$

Wenn nun nach Hartner-Doležal, II. Bd., 10. Aufl., S. 603, bisher die Bildweite mit einem relativen Fehler

$$\frac{\Delta\,f}{f} = \frac{1}{1000}$$

angenommen werden kann, so würde sich da ein Mißverhältnis ergeben. Man wird also danach streben müssen, auch

$$\frac{\Delta\,f}{f} = \frac{1}{10.000}$$

zu machen, also bei einer Bildweite von 200 *mm* wird diese auf 0·02 *mm* sicher bestimmt werden müssen. Es ist sodann für den Plattenrand:

gerade so wie $$\frac{\Delta\,f}{f} = \frac{2\,\Delta\,x}{2\,x_{max}}$$

ist. Bei gleichen Vorzeichen von Δx und Δf wird dann der Richtungsfehler gleich Null, da sich beide Fehler in ihrer Wirkung gleichmäßig wieder aufheben und den Zielstrahl nur ein wenig parallel vorschieben.

Nun können wir wieder zu der Bedingungsgleichung:

$$Z = H + Z'$$

zurückkehren. Nach Fig. 1 ergeben sich aus den in den Horizont niedergelegten Dreiecken O, P_1, P_0 und O', P_1, P_0' die Gleichungen:

$$Z = D \, . \, tg\,\gamma \text{ und } Z' = D' \, . \, tg\,\gamma'$$

$$D \, . \, tg\,\gamma = H + D' \, . \, tg\,\gamma'; \quad \frac{D \, . \, z}{\sqrt{x^2 + f^2}} = H + \frac{D' \, . \, z'}{\sqrt{x'^2 + f^2}}$$

$$D \, . \, z \sqrt{x'^2 + f^2} - D' \, . \, z' \, . \sqrt{x^2 + f^2} = H \, . \sqrt{x^2 + f^2} \, . \sqrt{x'^2 + f^2} \quad . \; 1)$$

$$D = \frac{B \, . \, \sin(\omega' + \alpha')}{\sin(\omega + \omega' - \alpha + \alpha')} = \frac{B \, . \, \sin(\omega' + \alpha')}{\sin(\sigma - \alpha + \alpha')} \quad . \; . \; . \; . \; 2)$$

$\omega + \omega' = \sigma$ ist eine fehlerfreie Größe.

$$D' = \frac{B \, . \, \sin(\omega - \alpha)}{\sin(\sigma - \alpha + \alpha')} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 3)$$

Nun ist:

$$\sin\alpha' = \frac{x'}{\sqrt{x'^2 + f^2}} \text{ und } \cos\alpha' = \frac{f}{\sqrt{x'^2 + f^2}}$$

daher

$$\sin(\omega' + \alpha') = \sin\omega' \frac{f}{\sqrt{x'^2 + f^2}} + \cos\omega' \frac{x'}{\sqrt{x'^2 + f^2}} \quad . \; . \; . \; 4)$$

$$\sin(\sigma - \alpha + \alpha') = \sin\sigma \cos\alpha \cos\alpha' - \sin\alpha \cos\sigma \cos\alpha' + \sin\alpha' \cos\sigma \cos\alpha + \sin\sigma \sin\alpha \sin\alpha'$$

$$\sin(\sigma - \alpha + \alpha') = \sin\sigma \frac{f}{\sqrt{x^2 + f^2}} \cdot \frac{f}{\sqrt{x'^2 + f^2}} - \cos\sigma \frac{x}{\sqrt{x^2 + f^2}} \cdot \frac{f}{\sqrt{x'^2 + f^2}}$$

$$+ \cos\sigma \frac{x'}{\sqrt{x'^2 + f^2}} \cdot \frac{f}{\sqrt{x^2 + f^2}} + \sin\sigma \frac{x}{\sqrt{x^2 + f^2}} \cdot \frac{x'}{\sqrt{x'^2 + f^2}} \quad . \; 5)$$

$$\sin(\omega - \alpha) = \sin\omega \frac{f}{\sqrt{x^2 + f^2}} - \cos\omega \frac{x}{\sqrt{x^2 + f^2}} \quad . \; . \; . \; . \; 6)$$

Setzt man die Werte aus den Gleichungen 2), 3), 4), 5) und 6) in die Gleichung 1) ein, so ergibt sich:

$$B\,[(\sin\omega' f + \cos\omega' x')\,z - (\sin\omega\, f - \cos\omega\, x)\,z'] = H\,[\sin\sigma\, f^2 + \cos\sigma\, f\,(x' - x) + \sin\sigma\, x\, x']$$

Wir setzen

$$\frac{H}{B} = tg\,\nu = n$$

und führen für alle Werte, welche der ganzen Aufnahme zugrunde liegen, also für alle Einzelpunkte gemeinsam bleiben, abgekürzte Bezeichnungen ein:

$$\sin\omega \, . \, f = l, \; \sin\omega' \, . \, f = m, \; \cos\omega = u, \; \cos\omega' = q, \; n \, . \, \sin\sigma = r, \; n \, . \cos\sigma \, . \, f = s,$$
$$n \, . \, \sin\sigma \, . \, f^2 = r \, . \, f^2 = t$$

$$(m + q\,x')\,z - (l - u\,x)\,z' - t - s\,(x' - x) - r\,x\,x' = 0 \quad . \; 1)$$

Wenn man bedenkt, daß in dieser Bedingungsgleichung für die zu verbessernden Bildkoordinaten eines Einzelpunktes nur die vier Bildkoordinaten x, z, x' und z' jedesmal andere Werte annehmen, während alle übrigen Größen für eine und dieselbe Aufnahme ein- für allemal vorher berechnet werden können, so erscheint eine praktische Anwendung dieser Gleichung, wenigstens für besonders wichtige Punkte der Aufnahme, wegen allzugroßer Kompliziertheit keineswegs ausgeschlossen.

Setzt man die gemessenen Bildkoordinaten in diese Gleichung I) ein, so wird sich ein Widerspruch w ergeben, welcher alle Irrtümer sowohl in der Punktidentifizierung, als auch in den Bildkoordinaten aufdeckt, falls er zulässige Grenzen überschreitet. Ganz ähnlich wie bei der Höhenkontrolle, doch mit dem Vorteile, daß weder die Entfernungen, noch die Höhen der Punkte jedesmal zuvor erst berechnet werden müßten. Dies wird also schon in dieser Hinsicht die Arbeit lohnen. Bezeichnen wir nun die gemessenen Bildkoordinaten mit dem Index Null, so werden diesen die zu suchenden Verbesserungen anzufügen sein:

$$x_0 + v_1 = x, \quad z_0 + v_2 = z, \quad x'_0 + v_3 = x' \text{ und } z'_0 + v_4 = z'$$

Der Widerspruch w berechnet sich nach der Gleichung:

$$w = (m + q x'_0) z_0 \; [illegible] \; (l - u x_0) z'_0 - t \; [illegible] \; s (x_0 - x'_0) - r x_0 x'_0 \quad . \text{ II)}$$

Da die Gleichung I) keine lineare Form hat, indem Produkte der Bildkoordinaten auftreten, so muß durch Anwendung von partiellen Differentiationen eine lineare Form für die Bedingungsgleichung der Verbesserungen gesucht werden. Die partielle Differentiation nach x wird den Koeffizienten a_1 von v_1 ergeben usf.

$$\left.\begin{array}{l} a_1 = s + u z'_0 - r x'_0 \\ a_2 = m + q x'_0 \end{array}\right| \qquad \left.\begin{array}{l} a_3 = -q z_0 - s - r x_0 \\ a_4 = l - u x_0 \end{array}\right|$$

$$a_1 v_1 + a_2 v_2 + a_3 v_3 + a_4 v_4 + w = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \text{ III)}$$

Da die gemessenen Bildkoordinaten alle das gleiche Gewicht haben, so lautet die Normalgleichung:

$$[aa] K + w = 0; \quad K = -\frac{w}{[aa]}; \quad v_i = a_i K$$

Mit diesen verbesserten Bildkoordinaten kann nun die Berechnung der Raumkoordinaten erfolgen. Wir wählen hiebei O als Ursprung, den Aufnahmshorizont von O als Grundebene und die Basisrichtung als X Achse

$$tg\,\alpha = \frac{x}{f}; \quad tg\,\alpha' = \frac{x'}{f}; \quad D = \frac{B \sin(\omega + \alpha')}{\sin(\omega \; [illegible])}$$

$$X = D \cos(\omega \; [illegible]), \quad Y = D \sin(\omega \; [illegible]), \quad Z = D \; [illegible]$$

Zur Rechnungskontrolle:

$$D = \frac{B \sin(\omega - \alpha)}{\sin(\omega \; [illegible])}$$

$$X = B + D' . \cos (180 - \omega' - \alpha'), \quad Y = D' . \sin (180 - \omega' - \alpha')$$

$$Z = H + D' \frac{z'}{\sqrt{x'^2 + f^2}}$$

Betrachten wir den speziellen Fall, daß

$$\omega' = (180 - \omega)$$

sei, dann wird

$$\sigma = 180^0, \; l = m \text{ und } u = -q$$

und die Gleichung I) lautet sodann:

$$(l - u x') z - (l - u x) z' - n f (x - x') = 0 \quad . \; . \; . \; . \; \text{IV})$$

denn $s = -n f, \; r = 0$ und $t = 0$.

Dieser Fall bildet eigentlich einen Übergang zur Stereophotogrammetrie, da die Kameraachsen parallel geworden sind. Wäre dabei ω nahe bei 90^0, so hätte man den Fall gleichmäßig verschwenkter Achsen.

Setzt man nun weiter

$$\omega = \omega' = 90^0,$$

so wird

$$l = f \text{ und } u = 0$$

und daher übergeht die Gleichung IV) in:

$$f (z - z') - n f (x - x') = 0,$$

also in die bekannte Parallaxengleichung:

$$(z - z') - n (x - x') = 0, \text{ oder } \delta - n \Delta = 0,$$

wenn Δ die Horizontal- und δ die Vertikalparallaxe bezeichnen. Man sieht also durch welche Einfachheit sich in theoretischer Beziehung die Stereophotogrammetrie auszeichnet, wozu noch hinzukommt, daß diese Parallaxen in sehr scharfer Weise leicht gemessen werden können. Zum Schlusse sei nur noch erwähnt, daß bei großen Entfernungen D und D' an den berechneten Höhen der Punkte die Korrektionen wegen Erdkrümmung und Refraktion in bekannter Weise, wie beim trigonometrischen Höhenmessen anzubringen sein werden. Die Bildkoordinaten z und z' können durch die Refraktion in meßbarer Weise wegen der kleinen Bildweite nicht entstellt sein.

Zu erwähnen ist nur noch, daß das Objektiv als völlig frei von Verzeichnungen gedacht ist und daß eine streng vertikale Lage der Plattenebenen bei der Aufnahme vorausgesetzt wurde.

II. Bildwinkelmessung.

Es können auch Fälle vorkommen, bei welchen infolge der lokalen Bodenverhältnisse von der vertikalen Lage der Bildebenen Abstand genommen werden muß. Man muß dann die Aufnahme mit gegen die Horizontalebene geneigten Platten besorgen. Dann ist aber die Auswertung der Bildkoordinaten rechnerisch bedeutend erschwert. (Siehe Doležal, Anwendung der Photographie in der praktischen Meßkunst, Halle a. S. 1896, S. 10.) Diese um-

ständlichen Berechnungen der Horizontal- und Höhenwinkel aus den Bildkoordinaten lassen sich aber durch das Verfahren der Bildwinkelmessung von Koppe umgehen (siehe Photogrammetrie und internationale Wolkenmessung von Dr. C. Koppe, Braunschweig, Vieweg, 1896). Koppe sagt S. 15: „Setzt man die entwickelte und fixierte photographische Platte genau in derselben Stellung wieder in die Kamera ein, welche sie bei der Aufnahme hatte, so werden, da Bild und Gegenstand sich entsprechen, die vom Bilde ausgehenden Strahlen das Objektiv unter denselben Winkeln und gegenseitigen Neigungen verlassen, unter denen sie eintraten. Ein vor dem Objektiv der Kamera befindliches Auge wird alle Teile des Bildes in derselben scheinbaren Größe, beziehungsweise unter denselben Gesichtswinkeln sehen, wie die zugehörigen Objekte selbst; man hat somit in bezug hierauf den Anblick der Natur in die Kamera verlegt und kann nun durch das Objektiv hindurch die Winkel direkt messen. Für genügende Helligkeit des Bildes kann durch entsprechende Beleuchtung leicht gesorgt werden, zumal wenn man von vornherein darauf Bedacht nimmt, die Platten durchsichtig zu halten und nicht zu dicht zu entwickeln."

Koppe hat nun zur Verwertung dieses Gedankens den Phototheodoliten selbst zur direkten Ausmessung der Platten eingerichtet (siehe Taf. 2 a. a. O.).

Koppe hat auch noch in seiner Abhandlung „Das photographische Messungsverfahren" in der Zeitschrift „Prometheus", Verlag Mückenberger, Berlin 1907, Nr. 911, Jahrg. XVIII, S. 420, seinen Phototheodolit aus der Werkstatt Günther und Tegetmeyer in den Abbildungen 247 bis 253 vorgeführt. Er erklärt, daß auf diese Weise auch bei astronomischen Messungen sehr genaue Resultate zu erreichen sind und daß dies der beste Weg sei, die Photogrammetrie zur Präzisionsmessung zu gestalten (siehe S. 423 a. a. O.).

Jedenfalls bietet dieses Verfahren für geneigte Bildebenen große Vorteile.

Bezeichnen wir also die auf solche Art gemessenen Horizontal- und Vertikalwinkel (Bildwinkel) im linken Bilde mit α und γ und im rechten Bilde mit α' und γ', so haben wir es dann eigentlich bei der Bestimmung des Raumpunktes mit einem räumlichen Vorwärtsabschneiden zu tun. Eine Aufgabe, welche in ganz gleicher Weise auch auf dem Felde in der Geometerpraxis vorkommen kann, wenn man von den Endpunkten einer Standlinie aus die Horizontal- und Höhenwinkel nach einem Zielpunkte mißt. Da die Winkel α und α' die Horizontalprojektion P_1 (Fig. 1) festlegen und sich durch γ der Raumpunkt P ergibt, so liegt eine überschüssige Messung γ' vor, welche zu einer Winkelbedingungsgleichung führen muß. Vor Einsetzung der Vertikalwinkel in diese Gleichung müssen aber die Höhenwinkel γ wegen Refraktion korrigiert werden. Bezeichnen wir also den gemessenen mit der Refraktion behafteten Winkel mit (γ_n) und mit r den Refraktionswinkel, so kommt in die Rechnung einzusetzen:

$$\gamma_n = (\gamma_n) - r = (\gamma_n) - \varrho \frac{K D}{2 R},$$

wobei K den mittleren Refraktionskoeffizienten bedeutet. Die Horizontalentfernung D muß allerdings genähert bekannt sein oder könnte leicht graphisch ermittelt werden.

Die Bedingungsgleichung lautet wieder:

$$Z = H + Z'.$$

$$D \,.\, tg\,\gamma = H + D'\, tg\,\gamma'$$

$$B \,.\, sin\,(\omega' + \alpha') \,.\, tg\,\gamma - B\, sin\,(\omega - \alpha)\, tg\,\gamma' = H\, sin\,(\sigma - \alpha + \alpha')$$

$$sin\,(\omega' + \alpha') \,.\, tg\,\gamma - sin\,(\omega - \alpha) \,.\, tg\,\gamma' - n\, sin\,(\sigma - \alpha + \alpha') = 0 \;.\; \text{V)}$$

Bei Einführung der Winkelverbesserungen ergeben sich die Gleichungen:

$$\alpha = \alpha_0 + v_5,\;\; \gamma = \gamma_0 + v_6,\;\; \alpha' = \alpha'_0 + v_7 \;\text{ und }\; \gamma' = \gamma'_0 + v_8.$$

Der Widerspruch:

$$w = sin\,(\omega' + \alpha'_0)\, tg\,\gamma_0 - sin\,(\omega - \alpha_0)\, tg\,\gamma'_0 - n \,.\, sin\,(\sigma - \alpha_0 + \alpha'_0)$$

Da die Gleichung V) nicht linear ist, so müssen partielle Differentiationen angewendet werden.

Die partielle Differentiation nach α ergibt den Koeffizienten a_5 von v_5 usf.

$$a_5 = cos\,(\omega - \alpha_0)\, tg\,\gamma'_0 + n\, cos\,(\sigma - \alpha_0 + \alpha'_0).$$

$$a_6 = \frac{sin\,(\omega' + \alpha'_0)}{cos^2\,\gamma_0}$$

$$a_7 = cos\,(\omega' + \alpha'_0)\, tg\,\gamma_0 - n\, cos\,(\sigma - \alpha_0 + \alpha'_0)$$

$$a_8 = - \frac{sin\,(\omega - \alpha_0)}{cos^2\,\gamma'_0}$$

$$a_5 \cdot \frac{v_5}{\varrho} + a_6 \cdot \frac{v_6}{\varrho} + a_7 \cdot \frac{v_7}{\varrho} + a_8 \cdot \frac{v_8}{\varrho} + w = 0 \;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\; \text{VI)}$$

Normalgleichung:

$$[a\,a]\, K + w = 0$$

$$K = - \frac{w}{[a\,a]};\;\; v_n = a_n\, K$$

Mit diesen so verbesserten Winkeln hat man D und D' zu rechnen und sodann wieder die Raumkoordinaten:

$$X = D \,.\, cos\,(\omega - \alpha),\;\; Y = D \,.\, sin\,(\omega - \alpha),\;\; Z = D \,.\, tg\,\gamma$$

Zur Rechnungskontrolle:

$$X = B + D' .\, cos\,(180 - \omega' - \alpha'),\;\; Y = D' \,.\, sin\,(180 - \omega' - \alpha') \;\text{ und }\; Z = H + D'\, tg\,\gamma'$$

Selbstverständlich müssen, ebenso wie bei den Bildkoordinaten, die richtigen Vorzeichen der Winkel Beachtung finden. Die Horizontalwinkel α haben gleiches Vorzeichen, wie die Abszissen x und die Vertikalwinkel γ gleiches Vorzeichen mit den Ordinaten z.

Wenn auch diese Bildwinkelmessung hauptsächlich bei gegen den Horizont geneigten Bildebenen vorteilhafte Verwendung finden kann, so ist natürlich dieser Messungsvorgang auch für vertikale Bildebenen ebensogut anwendbar.

III. Kombinierte Bildkoordinaten- und Bildwinkelmessungen.

Man könnte daran denken, bei vertikalen Bildebenen beide Messungen zu vereinen, um die größtmöglichste Genauigkeit zu erreichen. Man hätte sodann acht Beobachtungsgrößen, also fünf überschüssige Messungen und daher auch fünf Bedingungsgleichungen. Nämlich für das linke Bild:

$$\left.\begin{array}{l} x - f\,.\,tg\,\alpha = 0 \\ z\cos\alpha - f\,tg\,\gamma = 0 \end{array}\right| \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 7$$

sodann die zwei analogen Gleichungen für das rechte Bild und als fünfte Gleichung entweder die Bedingungsgleichung für die Bildkoordinaten IV) oder jene für die Bildwinkel VI; da beide aus einer und derselben Höhenkontrollgleichung hervorgehen, also identisch, oder wenigstens voneinander abhängig sind, darf nur eine der Gleichungen aufgestellt werden.

Man müßte dabei für die Winkel entsprechende Gewichte wählen, wenn den Bildkoordinatenmessungen das Gewicht 1 zuerkannt wird. Die Differentiation der Gleichung:

$$tg\,\alpha = \frac{x}{f}$$

ergibt:

$$\frac{d\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{dx}{f}\,, \quad d\alpha = \frac{\cos^2\alpha}{f}\,dx = \frac{f}{x^2 + f^2}\cdot dx$$

$$\Delta\alpha'' = \rho\,\frac{f}{x^2 + f^2}\cdot\Delta x$$

Diese Gleichung gibt den Zusammenhang zwischen einer Richtungsänderung $\Delta\alpha$ des Zielstrahles und der zugehörigen Änderung in der Abszisse. Bezeichnet man nun den mittleren Fehler einer Bildwinkelmessung α mit $\pm m_5$ und entspricht $\Delta\alpha''$ dem mittleren Abszissenfehler $\pm m_1$, so wird die Gleichung bestehen:

$$1\,.\,(\Delta\alpha'')^2 = p_5\,.\,(m_5)^2,$$

wenn unter p_5 das Winkelgewicht verstanden wird; also

$$\sqrt{p_5} = \frac{\Delta\alpha''}{m_5}.$$

Man sieht leicht ein, daß in der Nähe der optischen Achse $\Delta\alpha$ größer werden muß, also auch das Gewicht für die zugehörigen Bildwinkel hier größer wird.

Würde man diesen Vorgang der kombinierten Messungen bei der Stereophotogrammetrie einschlagen, so ergäben sich mit den zwei Parallaxenmessungen gar zehn Beobachtungen, wovon sieben überschüssig wären, also sieben Bedingungsgleichungen. Nämlich vier Gleichungen, analog den Gleichungen 7) für das linke und rechte Stereogramm und sodann infolge der Parallaxenmessungen Δ und δ noch die drei Gleichungen:

[illegible] $= \Delta$
[illegible] $= \delta$
[illegible] Δ

Für eine Einzelpunktbestimmung in der Vermessungspraxis wäre dies alles viel zu mühevoll und zeitraubend. Es ließe sich daher eine Vereinfachung dadurch erreichen, daß man eine vollständige Trennung der Lage- und Höhenbestimmung vornimmt. Ein Vorgang, der sogar in der Vermessungspraxis das Gewöhnliche vorstellt. Wie kompliziert würde sich eine Triangulierung gestalten, wollte man alle Netzpunkte auf einmal räumlich einschneiden und mit Berücksichtigung aller Höhenmessungen ausgleichen. Bei der Photogrammetrie ergibt sich jedoch der Übelstand, daß zur Sicherung einer richtigen Punktidentifizierung in beiden Bildern doch die Höhenkontrollgleichung in irgend einer Form zu Rate gezogen werden muß. Wollte man also die Lagemessungen für sich allein behandeln, so ergäben sich zwei Bedingungsgleichungen

$$\left.\begin{array}{l} x - f\,tg\,\alpha = 0 \\ x' - f\,tg\,\alpha' = 0 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 8)$$

welche Gleichungen ganz getrennt für sich leicht auszugleichen sind; man hätte aber gar keine Gewähr für die richtige Punktgleichheit in beiden Bildern. Bei einem solchen Vorgang müßte natürlich für die Höhenbestimmung sodann der ausgeglichene Horizontalwinkel α als fehlerfrei beibehalten werden, so daß in der Gleichung:

$$z\cos\alpha - f\,tg\,\gamma = 0$$

nur z und γ zu verbessern wären.

Bei der Stereophotogrammetrie kann die kombinierte Bildkoordinaten- und Bildwinkelmessung zur Umgehung der Punktidentifizierung ausgenützt werden, wobei man aber dennoch Bildkoordinatenverbesserungen berechnen kann.

Denken wir uns nämlich im linken Bilde die Koordinaten x und z, sowie die Bildwinkel α und γ und endlich mit dem Stereokomparator die Parallaxen Δ und δ gemessen, so hat man drei überschüssige Messungen, also drei Bedingungsgleichungen, aus welchen sich leicht sowohl Verbesserungen für die Koordinaten und Winkel, als auch für die Parallaxen ableiten lassen. Eine Gefahr für einen Irrtum in der Punktgleichheit in beiden Bildern liegt hier keinesfalls vor.

Die Bedingungsgleichungen lauten:

$$\left.\begin{array}{r} \delta - n\,\Delta = 0 \\ x - f\,tg\,\alpha = 0 \\ z\cos\alpha - f\,tg\,\gamma = 0 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 9)$$

$x = x_0 + v_1$, $z = z_0 + v_2$, $\alpha = \alpha_0 + v_5$, $\gamma = \gamma_0 + v_6$, $\Delta = \Delta_0 + v_9$ und $\delta = \delta_0 + v_{10}$

Die Parallaxengleichung ist von den zwei übrigen Bedingungsgleichungen ganz unabhängig und kann also für sich behandelt werden.

$$w_1 = \delta_0 - n\,\Delta_0, \quad -n\,v_9 + v_{10} + w_1 = 0; \quad (1 + n^2)\,K_1 + w_1 = 0$$

$$v_9 = \frac{n\,w_1}{1 + n^2}, \quad v_{10} = -\frac{w_1}{1 + n^2}$$

Die beiden anderen Bedingungsgleichungen führen zu folgenden zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{r} v_1 - \frac{f}{\varrho \cos^2 \alpha_0} \cdot v_5 - w_2 = 0 \\ \cos \alpha_0 . v_2 - \frac{z_0 \sin \alpha_0}{\varrho} \cdot v_5 - \frac{f}{\varrho \cos^2 \gamma_0} \cdot v_6 + w_3 = 0 \end{array}\right\}$$

Die Widersprüche w_2 und w_3 ergeben sich aus:

$$w_2 = x_0 - f\, tg\, \alpha_0 \text{ und } w_3 = z_0 \cos \alpha_0 - f\, tg\, \gamma_0$$

Der Winkelmessung α wird ein Gewicht p_5, jener von γ ein Gewicht p_6 zukommen, wenn das Gewicht für die Koordinatenmessung mit 1 angesetzt wird. Diese Gewichtsbestimmungen sind nach dem früheren zu ermitteln.

Man hat also zwei Gleichungen von der Form:

$$\left.\begin{array}{r} [a\, v] - w_2 = 0 \\ [b\, v] + w_3 = 0 \end{array}\right\}$$

Normalgleichungen:

$$\left[\frac{a\, a}{p}\right] K_2 + \left[\frac{a\, b}{p}\right] K_3 - w_2 = 0 \quad \Big| \, K_2$$

$$\left[\frac{a\, b}{p}\right] K_2 + \left[\frac{b\, b}{p}\right] K_3 + w_3 = 0 \quad \Big| \, K_3$$

$$v_1 = \frac{a_1}{p_1} K_2 = K_2, \quad v_2 = \frac{b_2}{p_2} K_3 = \cos \alpha_0 . K_3$$

Wodurch also die Bildkoordinaten verbessert erscheinen. Mit den so verbesserten Bildkoordinaten und Parallaxen sind nun die Raumkoordinaten zu berechnen.

$$Y = \frac{f\, B}{\Delta}, \quad X = \frac{x\, B}{\Delta}, \quad Z = \frac{z\, B}{\Delta}$$

Photogrammetrische Punktbestimmung, bei überschüssigen Messungen, durch Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen.

Von Prof. J. Adamczik in Prag.

Die gleiche Aufgabe für die stereophotogrammetrische Punktbestimmung wurde von mir schon früher gelöst und erscheint in den Sitzungsberichten der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien, IIa, 125. Bd., 1916 (Verlag A. Hölder, Wien) aufgenommen.

Man wird hieraus erkennen, welche großen Vorzüge die Stereophotogrammetrie durch ihre Einfachheit in theoretischer Beziehung besitzt, wenn man diese Lösung mit der nun folgenden vergleicht.

Man wird aber auch erkennen, daß der Ausgleichung dieser Aufgabe nach bedingten Beobachtungen in der Praxis der Vorzug gegeben werden muß.

Jedoch des wissenschaftlichen Interesses, sowie der Vollständigkeit der hier behandelten Theorien halber, als auch deshalb, weil dieses Thema bereits im II. Bd. dieses Archives in allerdings nicht gelungener Weise zu lösen versucht wurde, sei die folgende Lösung hier gebracht.

I. Bildkoordinatenmessung.

Unter Berufung auf meine bereits erwähnten Abhandlungen will ich nur kurz hervorheben, daß die für die ganze Aufnahme grundlegenden Bestimmungsstücke, nämlich die Standlinienelemente B und H, sowie die Bildweite f und die Orientierungswinkel ω und ω' als fehlerfrei in die Ausgleichung der Raumkoordinaten eines Einzelpunktes einzuführen sind und daß es sich hier um Richtungsbestimmungen durch Messungen kleiner Bildstrecken handelt. Nach Fig. 1 sind mit O und O' die Aufnahmszentren bezeichnet, mit x, z die linken, sowie mit x', z' die rechten Bildkoordinaten benannt. Die Bildebenen sind in vertikaler Lage gedacht. Die beiden optischen Achsen sind unter dem Winkel

$$\varepsilon = 180 - (\omega + \omega')$$

gegeneinander geneigt, welcher natürlich ebenso wie ω und ω' fehlerfrei sein wird. Die 4 gemessenen Bildkoordinaten ergeben nun 4 Verbesserungsgleichungen, welche zur Berechnung der 3 Raumkoordinaten von P auszunützen sind.

A. Die linke Kameraachse als Y-Achse des Hauptkoordinatensystems mit O als Ursprung (Fig. 1).

Die Gleichungen

$$\frac{Y}{f} = \frac{X}{x} = \frac{Z}{z}$$

führen zu den 2 ersten Verbesserungsgleichungen. Um nun auch die analogen Gleichungen

$$\frac{Y'}{f} = \frac{X'}{x'} = \frac{Z'}{z'}$$

für die 2 weiteren Verbesserungsgleichungen verwerten zu können, wird eine Transformation der, auf das rechte Aufnahmszentrum O' bezogenen Raumkoordinaten X', Y' und Z' auf das Hauptkoordinatensystem O nötig.

$$X' = X \cos\varepsilon + Y \sin\varepsilon - B \sin\omega' \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

$$Y' = Y \cos\varepsilon - X \sin\varepsilon + B \cos\omega' \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

$$Z' = Z - H \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

Die gemessenen Bildkoordinaten erhalten den Index 0 und sind durch die Verbesserungen v zu korrigieren.

$$\left.\begin{aligned}
x &= x_0 + v_1 = \frac{fX}{Y} \\
z &= z_0 + v_2 = \frac{fZ}{Y} \\
x' &= x'_0 + v_3 = \frac{fX'}{Y'} = \frac{f(X\cos\varepsilon + Y\sin\varepsilon - B\sin\omega')}{Y\cos\varepsilon - X\sin\varepsilon + B\cos\omega'} \\
z' &= z'_0 + v_4 = \frac{fZ'}{Y'} = \frac{f(Z - H)}{Y\cos\varepsilon - X\sin\varepsilon + B\cos\omega'}
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 4)$$

Da diese Gleichungen nicht linear sind, müssen wir Näherungswerte einführen und die **Taylorsche** Reihe anwenden.

$$X = X_0 + d\,X,\ \ Y = Y_0 + d\,Y,\ \ Z = Z_0 + d\,Z$$

Diese Näherungskoordinaten X_0, Y_0 und Z_0 werden wohl am einfachsten graphisch bestimmt, könnten aber natürlich auch mittels der gemessenen

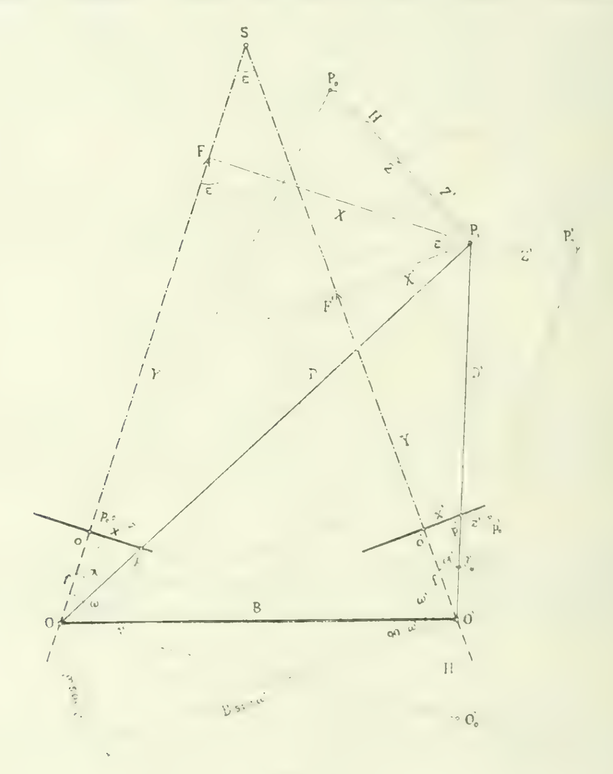


Fig. 1.

Bildkoordinaten x_0, z_0 und x'_0 leicht berechnet werden, bei Außerachtlassung von z'.

Die Verbesserungsgleichungen werden nun lauten:

$$v_1 = \frac{f}{Y_0} \cdot d\,X - \frac{f\,X_0}{Y_0^2} \cdot d\,Y \qquad - \left(x_0 - f\,\frac{X_0}{Y_0} \right)$$

$$v_2 = \qquad - \frac{f\,Z_0}{Y_0^2} \cdot d\,Y + \frac{f}{Y_0} \cdot d\,Z - \left(z_0 - f\,\frac{Z_0}{Y_0} \right)$$

$$v_3 = \frac{f[(Y_0 \cos\varepsilon - X_0 \sin\varepsilon + B \cos\omega')(\cos\varepsilon\, d X + \sin\varepsilon\, .\, d Y) -}{(Y_0 \cos\varepsilon - X_0 \sin\varepsilon + B \cos\omega')^2}$$

$$\frac{-(X_0 \cos\varepsilon + Y_0 \sin\varepsilon - B \sin\omega')(\cos\varepsilon\, d Y - \sin\varepsilon\, d X)]}{(Y_0 \cos\varepsilon - X_0 \sin\varepsilon + B \cos\omega')} -$$

$$- \left[x'_0 - \frac{f(X_0 \cos\varepsilon + Y_0 \sin\varepsilon - B \sin\omega')}{Y_0 \cos\varepsilon - X_0 \sin\varepsilon + B \cos\omega'} \right]$$

$$v_4 = \frac{f[(Y_0 \cos\varepsilon - X_0 \sin\varepsilon + B \cos\omega')\, d Z - (Z_0 - H)(\cos\varepsilon\, d Y - \sin\varepsilon\, d X)]}{(Y_0 \cos\varepsilon - X_0 \sin\varepsilon + B \cos\omega')^2} -$$

$$- \left[z'_0 - \frac{f(Z_0 - H)}{Y_0 \cos\varepsilon - X_0 \sin\varepsilon + B \cos\omega'} \right]$$

Wir setzen zur Abkürzung:

$$Y_0 \cos\varepsilon - X_0 \sin\varepsilon + B \cos\omega' = N$$

bezeichnen ferner die Absolutglieder wie üblich mit l und erhalten nach Reduktion bei Berücksichtigung der Gleichung

$$\omega' + \varepsilon = 180 - \omega$$

nachstehende Verbesserungsgleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
v_1 &= \frac{f}{Y_0} \cdot d X - \frac{f X_0}{Y_0^2} \cdot d Y - l_1 \\
v_2 &= - \frac{f Z_0}{Y_0^2} \cdot d Y + \frac{f}{Y_0} \cdot d Z - l_2 \\
v_3 &= \frac{f(Y_0 - B \cos\omega)}{N^2} d X - \frac{f(X_0 - B \sin\omega)}{N^2} \cdot d Y - l_3 \\
v_4 &= \frac{f \sin\varepsilon (Z_0 - H)}{N^2} \cdot d X - \frac{f \cos\varepsilon (Z_0 - H)}{N^2} \cdot d Y + \frac{f}{N} \cdot d Z - l_4
\end{aligned}\right\} \quad . \; 5)$$

Hätte man die Näherungskoordinaten rechnerisch mittels x_0, x'_0 und z_0 bestimmt, so wären selbstverständlich die Absolutglieder der 3 ersten Gleichungen

$$l_1 = 0, \; l_2 = 0, \; l_3 = 0.$$

Bei einer graphischen Ermittlung von X_0, Y_0 und Z_0 wird dies nicht ganz zutreffen.

Wir haben also jetzt 4 Verbesserungsgleichungen von der Form:

$$v_n = a_n\, d X + b_n\, d Y + c_n\, d Z - l_n$$

Normalgleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
[a a]\, d X + [a b]\, d Y + [a c]\, d Z - [a l] &= 0 \\
[a b]\, d X + [b b]\, d Y + [b c]\, d Z - [b l] &= 0 \\
[a c]\, d X + [b c]\, d Y + [c c]\, d Z - [c l] &= 0
\end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; 6)$$

Um sich zu überzeugen wie diese Fehlergleichungen 4) in die korrespondierenden Gleichungen für die Stereophotogrammetrie übergehen, so braucht man nur

$$\varepsilon = 0 \text{ und } \omega' = 90^0$$

zu setzen. Natürlich kämen aber dann noch 2 Gleichungen für die gemessenen Parallaxen hinzu.

B. Die Basis als X-Achse des Hauptkoordinatensystems mit O als Ursprung (Fig. 2).

Wir benennen jetzt die Raumkoordinaten des zu bestimmenden Punktes in diesem Hauptkoordinatensystem mit X_1, Y_1 und Z_1 und deren Näherungswerte, welche wieder am einfachsten graphisch zu ermitteln wären, mit (X_1), (Y_1) und (Z_1), so daß wieder:

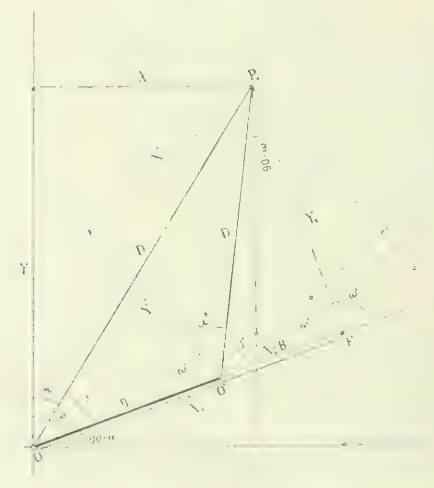


Fig. 2.

$$X_1 = (X_1) + d\,X,\ \ Y_1 = (Y_1) + d\,Y,\ \ Z_1 = (Z_1) + d\,Z$$

Die früheren Raumkoordinatenbezeichnungen, mit Bezug auf die optischen Achsen, als Y-, beziehungsweise Y'-Achse behalten wir bei.

Um nun die Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{Y}{f} = \frac{X}{x} = \frac{Z}{z} \\ \frac{Y'}{f'} = \frac{X'}{x'} = \frac{Z'}{z'} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ 7)$$

verwerten zu können, müssen wir die Transformationen beider Koordinatengruppen auf das neue Hauptkoordinatensystem vornehmen. Wir erhalten nach Fig. 2:

$$\left.\begin{aligned} X &= X_1 \sin\omega - Y_1 \cos\omega \\ Y &= X_1 \cos\omega + Y_1 \sin\omega \\ Z &= Z_1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \; 8)$$

$$\left.\begin{aligned} X' &= (X_1 - B) \sin\omega' + Y_1 \cos\omega' \\ Y' &= -(X_1 - B) \cos\omega' + Y_1 \sin\omega' \\ Z' &= Z_1 - H \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \; 9)$$

Setzen wir diese Werte von 8) und 9) in die Gleichungen 7) ein, so ergeben sich folgende Verbesserungsgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= \frac{f(X_1 \sin\omega - Y_1 \cos\omega)}{X_1 \cos\omega + Y_1 \sin\omega} - x_0 \\ v_2 &= \frac{f Z_1}{X_1 \cos\omega + Y_1 \sin\omega} - z_0 \\ v_3 &= \frac{f(X_1 \sin\omega' + Y_1 \cos\omega' - B \sin\omega')}{B \cos\omega' - X_1 \cos\omega' + Y_1 \sin\omega'} - x'_0 \\ v_4 &= \frac{f(Z_1 - H)}{B \cos\omega' - X_1 \cos\omega' + Y_1 \sin\omega'} - z'_0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \; 10)$$

Jetzt wären wieder die Näherungswerte (X_1), (Y_1) und (Z_1) heranzuziehen und mittels der Taylorschen Reihe wären diese Verbesserungsgleichungen linear zu machen, so daß aus den Normalgleichungen wieder die Ergänzungen dX, dY und dZ hervorgingen.

Man sieht aber, daß die unter A behandelte, frühere Lösung den Vorzug hat, daß wenigstens die beiden ersten Fehlergleichungen viel einfacher zu entwickeln sind. Ich habe aber diese Lösung deshalb hier gebracht, weil dies diejenige Aufgabe ist, welche im „Internationalen Archiv für Photogrammetrie, II. Bd." (Wien und Leipzig, 1909 11), S. 10, von Dr. A. Haerpfer, als das Grundproblem der Photogrammetrie zu lösen versucht wurde. Wie ich schon für die Stereophotogrammetrie in meinen früheren Abhandlungen (Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien, 1915 und 1916) nachgewiesen habe, daß die dort aufgestellten Fehlergleichungen ganz unrichtig sind, so gilt dies nun natürlich ebenso für die Photogrammetrie. Wie irrig diese Gleichungen sind, geht auch schon daraus hervor, daß in den beiden ersten Gleichungen überhaupt gar keine Beobachtungsgröße vorkommt und in den beiden letzten Gleichungen die angebliche Beobachtungsgröße b mit einem Faktor multipliziert erscheint und gar in der letzten Gleichung eigentlich 2 Beobachtungsgrößen b und h auftreten würden. Die beiden ersten Gleichungen betreffend, ist noch zu erwähnen, daß ja allerdings unter ganz speziellen Verhältnissen einmal eine Beobachtungsgröße Null auftreten könnte. Z. B. bei einem Nivellement könnte sich der Höhenunterschied einmal zufällig mit Null ergeben. Hier aber wurde überhaupt gar keine Beobachtung herangezogen. Erst bei der Einführung von Näherungswerten für die zu berechnenden Elemente können in jenen Gleichungen, welche zur Berechnung dieser Näherungswerte herangezogen werden, die

Absolutglieder verschwinden. Die Ausgleichungsresultate in dieser mit „Gewichtsbestimmungen in der Photogrammetrie" betitelten Abhandlung sind also ganz hinfällig und ebenso auch die daran geschlossenen Betrachtungen. Auch die vorhin entwickelten Verbesserungsgleichungen 10) können in die korrespondierenden Gleichungen für die Stereophotogrammetrie übergeführt werden, wenn

$$\omega = \omega' = 90^0$$

gesetzt wird.

Zum Schlusse sei nur noch daran erinnert, daß bei sehr weit entfernten Punkten nach erfolgter Ausgleichung die bekannten Höhenkorrektionen wegen Erdkrümmung und Refraktion genau so wie beim trigonometrischen Höhenmessen anzubringen sind. Die Bildkoordinaten z können wegen Refraktion nicht korrigiert werden, da die Bildweite f nur sehr klein ist.

II. Bildwinkelmessung (Fig. 2).

Für den Fall der gegen die Horizontalebene geneigten Bildebenen wäre wieder die von Dr. Koppe eingeführte Messung der horizontalen und vertikalen Bildwinkel α und γ vorzunehmen. Ich verweise hier auf das schon in meiner Abhandlung „Präzisions-Photogrammetrie" hierüber Gesagte. Bezeichnen wir den Richtungswinkel der vertikalen Zielebene O, P_1, P gegen die Basis B:

$$(\omega - \alpha) = \beta$$

und jenen der Zielebene O', P_1, P gegen die verlängerte Basis O', F mit:

$$(180 - \omega' - \alpha') = \beta',$$

so können diese Winkel genau so als Beobachtungsgrößen gelten, wie die Winkel α und α'. Die Verbesserungen der aus den beobachteten α_0 berechneten Winkel β_0 haben die gleiche Größe, wie jene der Winkel α_0, nur mit entgegengesetztem Vorzeichen.

$$\beta = \beta_0 + v_1,\ \gamma = \gamma_0 + v_2,\ \beta' = \beta'_0 + v_3,\ \gamma' = \gamma'_0 + v_4$$

Zwischen diesen Winkeln und den Raumkoordinaten X_1, Y_1, Z_1 bestehen folgende Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} tg\,\beta &= \frac{Y_1}{X_1} \\ tg\,\gamma &= \frac{Z_1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}} \\ tg\,\beta' &= \frac{Y_1}{X_1 - B} \\ tg\,\gamma' &= \frac{Z_1 - H}{\sqrt{(X_1 - B)^2 + Y_1^2}} \end{aligned}\right\}$$

$$\beta_0 = \omega - \alpha_0,\ \beta_0' = 180 - \omega - \alpha'$$

Die gemessenen Vertikalwinkel (γ_0) sind vor Einführung in die Ausgleichung von der Refraktion zu befreien:

$$\left.\begin{aligned} \gamma_0 &= (\gamma_0) - v \\ \gamma'_0 &= (\gamma'_0) - v \end{aligned}\right\}$$

Wir brauchen wieder Näherungswerte für die Koordinaten, welche am einfachsten graphisch erhalten werden, oder aber mittels β_0, γ_0 und β'_0 zu berechnen wären.

$$X_1 = (X_1) + d\,X,\quad Y_1 = (Y_1) + d\,Y,\quad Z_1 = (Z_1) + d\,Z$$

$$tg\,(\beta_0 + v_1) = tg\,\beta_0 + \frac{1}{\varrho\,cos^2\beta_0}\cdot v_1 = \frac{(Y_1)}{(X_1)} - \frac{(Y_1)}{(X_1)^2}\,d\,X + \frac{1}{(X_1)}\cdot d\,Y.$$

$$tg\,(\gamma_0 + v_2) = tg\,\gamma_0 + \frac{1}{\varrho\,cos^2\gamma_0}\cdot v_2 = \frac{(Z_1)}{\sqrt{(X_1)^2 + (Y_1)^2}} - \frac{(X_1)(Z_1)}{[(X_1)^2 + (Y_1)^2]^{3/2}}\cdot d\,X -$$

$$- \frac{(Y_1)(Z_1)}{[(X_1)^2 + (Y_1)^2]^{3/2}}\cdot d\,Y + \frac{1}{\sqrt{(X_1)^2 + (Y_1)^2}}\cdot d\,Z$$

$$tg\,(\beta'_0 + v_3) = tg\,\beta'_0 + \frac{v_3}{\varrho\,cos^2\beta'_0} = \frac{(Y_1)}{(X_1) - B} - \frac{(Y_1)}{[(X_1) - B]^2}\cdot d\,X + \frac{1}{(X_1) - B}\cdot d\,Y.$$

$$tg\,(\gamma'_0 + v_4) = tg\,\gamma'_0 + \frac{v_4}{\varrho\,cos^2\gamma'_0} = \frac{(Z_1) - H}{\sqrt{[(X_1) - B]^2 + (Y_1)^2}} -$$

$$- \frac{[(X_1) - B]\,[(Z_1) - H]}{\{[(X_1) - B]^2 + (Y_1)^2\}^{3/2}}\,d\,X - \frac{(Y_1)\,[(Z_1) - H]}{\{[(X_1) - B]^2 + (Y_1)^2\}^{3/2}}\cdot d\,Y +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{[(X_1) - B]^2 + (Y_1)^2}}\,d\,Z$$

$$\sqrt{(X_1)^2 + (Y_1)^2} = D_0,\quad \sqrt{[(X_1) - B]^2 + (Y_1)^2} = D'_0$$

Dies sind die genäherten Horizontaldistanzen von den Basisendpunkten bis P_1.

$$v_1 = -\frac{\varrho\,cos^2\beta_0\,(Y_1)}{(X_1)^2}\,d\,X + \frac{\varrho\,cos^2\beta_0}{(X_1)}\cdot d\,Y. \qquad - \left[tg\,\beta_0 - \frac{(Y_1)}{(X_1)}\right]\varrho\,cos^2\beta_0$$

$$v_2 = -\frac{\varrho\,cos^2\gamma_0\,(X_1)\,(Z_1)}{D_0^3}\,d\,X - \frac{\varrho\,cos^2\gamma_0\,(Y_1)\,(Z_1)}{D_0^3}\,d\,Y + \frac{\varrho\,cos^2\gamma_0}{D_0}\cdot d\,Z$$

$$- \left[tg\,\gamma_0 - \frac{(Z_1)}{D_0}\right]\varrho\,cos^2\gamma_0$$

$$v_3 = -\frac{\varrho\,cos^2\beta'_0\,(Y_1)}{[(X_1) - B]^2}\,d\,X + \frac{\varrho\,cos^2\beta'_0}{(X_1) - B}\cdot d\,Y. - \left[tg\,\beta'_0 - \frac{(Y_1)}{(X_1) - B}\right]\varrho\,cos^2\beta'_0$$

$$v_4 = -\frac{\varrho\,cos^2\gamma'_0\,[(X_1) - B]\,[(Z_1) - H]}{D'^3_0}\,d\,X - \frac{\varrho\,cos^2\gamma'_0\,(Y_1)\,[(Z_1) - H]}{D'^3_0}\,d\,Y +$$

$$+ \frac{\varrho\,cos^2\gamma'_0}{D'_0}\,d\,Z - \left[tg\,\gamma'_0 - \frac{(Z_1) - H}{D'_0}\right]\varrho\,cos^2\gamma'_0$$

Nun ist aber:

$$(X_1) = D_0\,cos\,\beta_0,\quad (Y_1) = D_0\,sin\,\beta_0,\quad (Z_1) = D_0\,tg\,\gamma_0$$

$$(X_1) - B = D'_0\,cos\,\beta'_0,\quad (Y_1) = D'_0\,sin\,\beta'_0$$

Die Absolutglieder seien wieder mit l bezeichnet.

$$v_1 = -\frac{\varrho \sin \beta_0}{D_0} \cdot d X + \frac{\varrho \cos \beta_0}{D_0} \cdot d Y. \qquad - l_1$$

$$v_2 = -\frac{\varrho \cos \beta_0 \, {}^1\!/_2 \sin 2 \gamma_0}{D_0} d X - \frac{\varrho \sin \beta_0 \, {}^1\!/_2 \sin 2 \gamma_0}{D_0} d Y + \frac{\varrho \cos^2 \gamma_0}{D_0} d Z - l_2$$

$$v_3 = -\frac{\varrho \sin \beta'_0}{D'_0} d X - \frac{\varrho \cos \beta'_0}{D'_0} \cdot d Y. \qquad - l_3$$

$$v_4 = -\frac{\varrho \cos \beta'_0 \cos^2 \gamma'_0 \, [(Z_1) - H]}{D'^2_0} d X - \frac{\varrho \sin \beta'_0 \cos^2 \gamma'_0 \, [(Z_1) - H]}{D'^2_0} \cdot d Y +$$

$$+ \frac{\varrho \cos^2 \gamma'_0}{D'_0} d Z - l_4$$

Hat man die Näherungswerte (X_1), (Y_1) und (Z_1) mit den gemessenen Winkeln α_0, α'_0 und γ_0, beziehungsweise β_0, β'_0 und γ_0 berechnet, so sind $l_1 = l_2 = l_3 = 0$.

In diesen hier auftretenden Ausdrücken $\frac{\varrho \sin \beta_0}{D_0}$, $\frac{\varrho \cos \beta_0}{D_0}$, sowie $\frac{\varrho \sin \beta'_0}{D'_0}$ und $\frac{\varrho \cos \beta'_0}{D'_0}$ erkennt man aber die bekannten Richtungskoeffizienten, die aus Tafelwerken leicht zu entnehmen sind, z. B. aus Jordans Handbuch der Vermessungskunde, I. Bd. Damit vereinfacht sich die Berechnung dieser Koeffizienten also wesentlich und wir haben 4 Verbesserungsgleichungen von der Form:

$$v_n = a_n \, d X + b_n \, . \, d Y + c_n \, d Z - l_n$$

und können somit leicht die Normalgleichungen für die Berechnung der Koordinatenergänzungen aufstellen.

III. Kombinierte Bildkoordinaten- und Winkelmessung.

Wir wollen hier nur den Fall berücksichtigen, welcher auch in der Abhandlung „Präzisions-Photogrammetrie" erwähnt erscheint, nämlich daß bei der Sterophotogrammetrie zur Umgehung der Punktidentifizierung in beiden Bildern im linken Bilde die Koordinaten x, z und die Winkel α, γ gemessen wurden, während sodann die Parallaxen Δ und δ im Stereokomparator ermittelt wurden. Wir hätten dann 6 Verbesserungsgleichungen, die aus folgenden Gleichungen hervorgingen:

$$x_0 + v_1 = \frac{f X}{Y} \quad \ldots \ldots \ldots \; 1) \qquad tg\,(\gamma_0 + v_4) = \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \quad \ldots \; 4)$$

$$z_0 + v_2 = \frac{f Z}{Y} \quad \ldots \ldots \ldots \; 2) \qquad \Delta_0 + v_5 = \frac{f B}{Y} \quad \ldots \ldots \ldots \; 5)$$

$$tg\,(\alpha_0 + v_3) = \frac{X}{Y} \quad \ldots \ldots \ldots \; 3) \qquad \delta_0 + v_6 = \frac{f H}{Y} \quad \ldots \ldots \ldots \; 6)$$

Bei Einführung der Näherungswerte:

$$X_0 = \frac{B x_0}{\Delta_0}, \quad Y_0 = \frac{B f}{\Delta_0}, \quad Z_0 = \frac{B z_0}{\Delta_0}$$

werden die Absolutglieder $l_1 = l_2 = l_5 = 0$. Wenn man den Bildkoordinatenmessungen das Gewicht 1 zuschreibt, müßte man die Gewichte $p_5 = p_6$ für die Parallaxenmessungen, sowie die Gewichte p_3 und p_4 für die Winkelmessungen noch besonders einführen.

$$v_1 = \frac{f}{Y_0} \cdot d X - \frac{f X_0}{Y_0^2} \cdot d Y \quad \cdot \quad \cdot$$

$$v_2 = \quad \cdot \quad - \frac{f Z_0}{Y_0^2} d Y + \frac{f}{Y_0} \cdot d Z$$

$$v_3 = \frac{\varrho \cos^2 \alpha_0}{Y_0} d X - \frac{\varrho \cos^2 \alpha_0 X_0}{Y_0^2} d Y \quad \cdot \quad - \left(tg\, \alpha_0 - \frac{X_0}{Y_0} \right) \varrho \cos^2 \alpha_0$$

$$v_4 = - \frac{\varrho \cos^2 \gamma_0 X_0 Z_0}{D_0^3} d X - \frac{\varrho \cos^2 \gamma_0 Y_0 Z_0}{D_0^3} d Y + \frac{\varrho \cos^2 \gamma_0}{D_0} d Z - $$

$$- \left(tg\, \gamma_0 - \frac{Z_0}{D_0} \right) \varrho \cos^2 \gamma_0$$

$$v_5 = \quad \cdot \quad - \frac{f B}{Y_0^2} \cdot d Y \quad \cdot \quad \cdot$$

$$v_6 = \quad \cdot \quad - \frac{f H}{Y_0^2} d Y \quad \cdot \quad - \left(\delta_0 - \frac{f H}{Y_0} \right)$$

Allgemein:

$$v_n = a_n\, d X + b_n\, d Y + c_n\, d Z - l_n$$

Normalgleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} [p a a]\, d X + [p a b]\, d Y + [p a c]\, d Z = [p a l] \\ [p a b]\, d X + [p b b]\, d Y + [p b c]\, d Z = [p b l] \\ [p a c]\, d X + [p b c]\, d Y + [p c c]\, d Z = [p c l] \end{array}\right\}$$

Jedenfalls ersieht man aus allen hier angeführten Fällen, daß die Ausgleichungen nach vermittelnden Beobachtungen weitaus komplizierter sind, als diejenigen nach bedingten Beobachtungen, ja etwas Erkünsteltes an sich haben. Es erscheint also der schon eingangs getane Ausspruch gerechtfertigt, daß die Ausgleichung nach bedingten Beobachtungen in der Praxis unbedingt den Vorzug verdient, da sie eben der Natur der Aufgabe viel besser entspricht. Die Ausgleichung soll also stets in den den Bildern entnommenen Koordinaten und Winkeln erfolgen und ein Umweg über die Raumkoordinaten ist ungünstig.

Ausgleichung der Koordinaten stereophotogrammetrisch bestimmter Punkte.

Von Baurat Ing. S. Wellisch.

Zur eindeutigen Berechnung der Raumkoordinaten X, Y, Z eines stereophotogrammetrisch bestimmten Punktes sind, abgesehen von den drei grundlegenden Bestimmungsstücken, der auf den Horizont reduzierten Basislänge b, dem Höhenunterschied der Basisendpunkte h und der Bildweite f, 3 weitere

Messungsgrößen erforderlich. Im ganzen können bei einer Punktbestimmung 6 Größen gemessen werden, nämlich die beiden Koordinatenpaare des linken und rechten Bildpunktes x_1, z_1, beziehungsweise x_2, z_2 und die beiden Parallaxen (die Horizontal- und Vertikalparallaxe). Werden mehr als 3 dieser Messungsgrößen zur Punktbestimmung benützt, so liegt eine Ausgleichungsaufgabe vor.

In dem vorliegenden Artikel wird die Voraussetzung gemacht, daß die 4 Bildpunktkoordinaten, nicht aber die Parallaxen gemessen seien. Mit dieser Aufgabe haben sich in letzter Zeit der Reihe nach die Herren Hofrat Prof. E. Doležal, Dr. A. Haerpfer, Ing. E. Liebitzky und Prof. J. Adamczik eingehend beschäftigt. Da die von ihnen zur Anwendung empfohlenen Formeln nicht durchwegs übereinstimmende Ergebnisse liefern, seien sie hier an der Hand eines Zahlenbeispiels einer kritischen Vergleichung unterzogen.

Die Fundamentalgleichungen der Stereophotogrammetrie[1]) lauten:

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{b}{x_1 - x_2}\,x_1 = \frac{h}{z_1 - z_2}\,x_1 \\ Y &= \frac{b}{x_1 - x_2}\,f = \frac{h}{z_1 - z_2}\,f \\ Z &= \frac{b}{x_1 - x_2}\,z_1 = \frac{h}{z_1 - z_2}\,z_1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

Mit diesen Formeln kann man durch Einsetzen der 4 gemessenen Bildpunktkoordinaten sofort Näherungswerte der Raumkoordinaten, und zwar für jede Koordinate 2 Werte erhalten, wobei die mit der Basis b ermittelten in der Regel weit genauer sein werden, als die mit dem Höhenunterschied h erhaltenen Werte, weil b gewöhnlich viel größer als h ist. Hiebei finden aber alle 4 Messungsgrößen nicht gleichzeitig Anwendung. Bei Benützung der Formeln mit b und f werden nur die Bildkoordinaten x_1, x_2, z_1, bei Benützung der Formeln mit h und f die Bildkoordinaten x_1, z_1, z_2 verwendet.

Doležal hat im „Intern. Archiv f. Photogr." 1908, mit Zuziehung auch der vierten Bildkoordinate als überschüssige Messungsgröße eine Ausgleichung nach bedingten Beobachtungen vorgenommen. Gehören zu den Bildpunktkoordinaten x_1, z_1, x_2, z_2

die Verbesserungen v_1, v_2, v_3, v_4

und ist $b(z_1 - z_2) - h(x_1 - x_2) = w$,

so erhält man die Verbesserungen aus den Gleichungen

$$v_1 = -v_3 = \frac{w}{2(b^2 + h^2)}\,h$$

$$v_4 = -v_2 = \frac{w}{2(b^2 + h^2)}\,b$$

[1]) Vgl. Doležal, „Das Grundproblem der Photogrammetrie." (Zeitschr. f. Math. und Physik, LIV. Bd., 1906, S. 29.)

Doležal: „Genauigkeit und Prüfung einer stereophotogrammetrischen Aufnahme." (Österr. Zeitschr. f. Verm., V. Bd., 1907, S. 170.)

Doležal: „Ein Beitrag zur Stereophotogrammetrie." (Intern. Archiv f. Photogr., I. Bd., 1908, S. 119.)

und mit den so verbesserten Bildpunktkoordinaten nach den Fundamentalgleichungen die ausgeglichenen Raumkoordinaten. Setzt man

$$\frac{b}{(x_1 + v_1) - (x_2 + v_3)} = a,$$

so wird

$$\left.\begin{aligned} X &= a\,(x_1 + v_1) \\ Y &= a\,f \\ Z &= a\,(z_1 + v_2) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Während bei dieser Ausgleichung die Größen b, h und f als fehlerfrei in die Rechnung eingeführt werden, was bei dem Umstande, daß sie sehr viel genauer als die Bildkoordinaten sind, vollauf gerechtfertigt ist, erscheinen bei Haerpfer[1]) die Größen b und h als die mit Fehlern behafteten „beobachteten Größen", die eigentlichen Messungsgrößen aber als fehlerfrei.

In seinen nach der Theorie der Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen aufgestellten Fehlergleichungen

$$\begin{aligned} \mathfrak{v}_1 &= p\,X - Y \\ \mathfrak{v}_2 &= n\,X \;.\; - Z \\ \mathfrak{v}_3 &= q\,X - Y \;.\; - q\,b \\ \mathfrak{v}_4 &= s\,X \;.\; - Z - (s\,b - h) \end{aligned}$$

haben die darin vorkommenden Koeffizienten folgende Bedeutung:

$$p = \frac{f}{x_1}, \quad n = \frac{z_1}{x_1}$$

$$q = \frac{f}{x_2}, \quad s = \frac{z_2}{x_2}$$

Die Unbekannten ergeben sich dann aus den Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{(x_2 z_1 - x_1 z_2)(x_2 h - z_2 b) - (x_2 - x_1) f^2 b}{(x_2 - x_1)^2 f^2 + (x_2 z_1 - x_1 z_2)^2 = N}\, x_1 \\ Y &= \frac{(x_2 z_1 - x_1 z_2)\{(x_1 + x_2) h - (z_1 + z_2) b\} - 2 (x_2 - x_1) f^2 b}{2N}\, f \\ Z &= \frac{(x_2 - x_1)\{(x_2 - x_1) h - (z_1 + z_2) b\} + 2 (x_2 z_1 - x_1 z_2)(x_2 h - z_2 b) z_1}{2N} \end{aligned}\right\} \quad 3)$$

Bevor Haerpfer diese Gleichungen benützt, vereinfacht er sie dadurch, daß er die Faktoren $(x_2 z_1 - x_1 z_2)$ und die damit gebildeten Produkte als Glieder höherer Ordnung vernachlässigt; hiedurch begibt er sich aber wieder der Möglichkeit einer entsprechenden Verbesserung, namentlich der Koordinaten X und Y. Denn in seinen vereinfachten Formeln

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{b}{x_1 - x_2}\, x_1 \\ Y &= \frac{b}{x_1 - x_2}\, f \\ Z &= \frac{1}{2}\left\{h + \frac{b}{x_1 - x_2}(z_1 + z_2)\right\} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

[1]) Haerpfer: „Gewichtsbestimmungen in der Photogrammetrie" (Intern. Archiv f. Photogr., II. Bd., 1909, 1. Heft.)

stellen die Ausdrücke für X und Y nicht anderes als die eingangs angeführten Näherungsformeln 1) dar, während der Näherungsausdruck für Z im gewissen Grade eine teilweise Verbesserung mit sich bringt.

Liebitzky gelangt mit den von Haerpfer gemachten Voraussetzungen unter Anwendung von Reihenentwicklungen zu folgenden Endgleichungen[1]), wobei wir des besseren Vergleiches wegen die Buchstaben Y und Z vertauscht haben.

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{b}{x_1 - x_2}\, x_1 (1 + k_x) \\ Y &= \frac{b}{x_1 - x_2}\, f (1 + k_y) \\ Z &= \frac{b}{x_1 - x_2}\, z_1 (1 + k_z) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

Hierin bedeuten:

$$k_x = \frac{x_1 + x_2}{2\, x_1} k_y, \quad tg\, \varphi = \frac{h}{b}$$

$$k_y = \frac{\Delta}{2} \sin 2\, \varphi, \quad tg\, \varphi_1 = \frac{z_1 - z_2}{x_1 - x_2}$$

$$k_z = \frac{z_1 + z_2}{2\, z_1} k_y, \qquad \Delta = tg\, \varphi - tg\, \varphi_1$$

Adamczik behandelt diese Aufgabe ganz allgemein unter der Annahme, daß nebst den 4 Bildpunktkoordinaten auch die beiden Parallaxen gemessen wurden und zur Ausgleichung herangezogen werden[2]). Mit Rücksicht auf die Möglichkeit der gewünschten Vergleichung mit den vorerwähnten Ausgleichungsarten bringen wir die von Adamczik aufgestellten Gleichungen durch entsprechende Verkürzung in die geeignete Form. Aus den Fehlergleichungen für vermittelnde Beobachtungen

$$\begin{aligned} v_1 &= T \;\cdot \qquad\quad - x_1 \\ v_2 &= \;\cdot\; U \qquad\quad - z_1 \\ v_3 &= T \;\cdot\; - b\, R - x_2 \\ v_4 &= \;\cdot\; U - h\, R - z_2 \end{aligned}$$

ergeben sich die Normalgleichungen

$$\begin{aligned} 2\,T \quad \cdot \qquad - b\, R &= x_1 + x_2 \\ \cdot \quad 2\,U \quad - h\, R &= z_1 + z_2 \\ - b\, T - h\, U + (b^2 + h^2)\, R &= -(b\, x_2 + h\, z_2) \end{aligned}$$

[1]) Liebitzky: „Beitrag zur Theorie des Normalfalles der Stereophotogrammetrie." (Intern. Archiv f. Photogr., III. Bd., 1912, 2. Heft.)

[2]) Adamczik: „Präzisions-Stereophotogrammetrie." (Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wissensch. in Wien, CXXIV. Bd., 1915, 10. Heft.)

Adamczik: „Stereophotogrammetrische Punktbestimmung bei überschüssigen Messungen." (Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wissensch. in Wien, CXXV. Bd., 1916, 1. und 2. Heft.)

und durch deren Auflösung die ausgeglichenen Raumkoordinaten

$$X = \frac{T}{R}, \quad Y = \frac{f}{R}, \quad Z = \frac{U}{R} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 6)$$

Zum Vergleiche der Ergebnisse der hier mit ihren Endformeln bekannt gegebenen Methoden diene das auch von Haerpfer a. a. O. gewählte Zahlenbeispiel. Bei einer von Hauptmann E. v. Orel durchgeführten Aufnahme war

$$b = 580{\cdot}5\ m$$
$$h = -33{\cdot}47\ m$$
$$f = 0{\cdot}2133\ m$$

Die Ablesungen am Stereo-Koordinatometer ergaben für einen Punkt:

$$x_1 = +0{\cdot}04750\ m, \quad x_2 = +0{\cdot}02672\ m$$
$$z_1 = +0{\cdot}02770\ m, \quad z_2 = +0{\cdot}02890\ m$$

Die nachstehende Zusammenstellung enthält zunächst die mit den Formeln 1) berechneten Näherungswerte, und zwar zuerst bei Benützung der Ausdrücke mit h, sodann bei Benützung der genaueren Ausdrücke mit b. Daran schließen sich die mit den Formeln 2) von Doležal, 3) von Haerpfer, 5) von Liebitzky und 6) von Adamczik ausgeglichenen Raumkoordinaten.

Benennung	X	Y	Z
Näherung mit h .	1324·854	6786·042	772·599
„ „ b .	1326·937	6796·710	773·814
Doležal 1908 . . .	1326·932	6796·675	773·836
Haerpfer 1909 . .	1326·931	6796·698	773·839
Liebitzky 1912 . .	1326·932	6796·675	773·810
Adamczik 1916 . .	1326·932	6796·675	773·836

Wie aus dieser vergleichenden Zusammenstellung zu ersehen ist, liefern die Näherungsformeln 1) bei Benützung der Ausdrücke mit b bereits brauchbare Werte. Die Ergebnisse aus den Formeln mit h bleiben allerdings weit hinter den wahrscheinlichsten Werten zurück. Von den übrigen Ergebnissen stimmen selbstverständlich bloß die von Doležal und Adamczik vollkommen überein, wobei zu bemerken ist, daß die Ausgleichung nach bedingten Beobachtungen sich etwas einfacher gestaltet als die nach vermittelnden Beobachtungen.

Die Berechnungen wurden mit siebenstelligen Logarithmen unter Beachtung der achten Dezimalstelle durchgeführt.

Bemerkenswert erscheint es, daß, wenn man den Näherungswerten aus h das Gewicht 1, jenen aus b das Gewicht $\left(\frac{b}{h}\right)^2 = 300$ erteilt, die allgemeinen arithmetischen Mittelwerte aus beiden Näherungsgruppen:

$$X = 1326{\cdot}930, \quad Y = 6796{\cdot}675, \quad Z = 773{\cdot}810$$

mit den Liebitzkyschen Werten auffallend gut zusammenstimmen.

Instrumentelle Neuerungen.

Von Hofrat Prof. E. Doležal.

XII.

Eichberg-Kamera

eine neue photogrammetrische Kamera.

Im III. Bande dieses Organs haben wir in dem Artikel „Photogrammetrischer Apparat für Metrische Photographie" auf S. 123 ein Instrument beschrieben, das nach Angaben des Wiener k. k. Oberpolizeikommissärs Dr. Franz Eichberg von der Firma Lechner (Müller) in Wien ausgeführt wurde.

Dr. Eichberg, der mit großer Liebe und Fachkenntnis mit der Ausgestaltung der „Metrischen Photographie" beschäftigt ist und dem für deren Einführung in Österreich unstreitig großes Verdienst gebührt, hat das



Fig. 1.

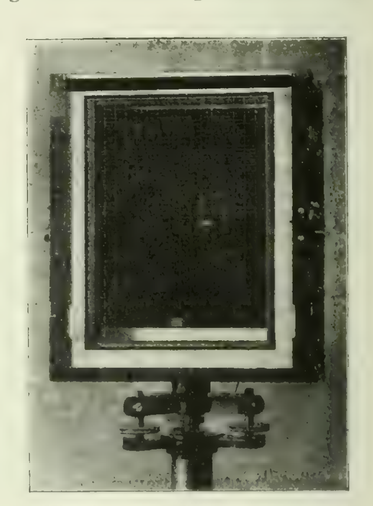


Fig. 2.

bekannte Dresdner math.-mech. Institut von G. Heyde mit der Ausführung einer Modifikation seines ersten Apparates betraut, welches die gestellte Aufgabe in dem folgenden, äußerst nett ausgeführten Instrumente gelöst hat.

Die neue, von Heyde ausgeführte Konstruktion der „Eichberg-Kamera" (Fig. 1 und 2), besteht aus einem starren, aus Leichtmetall in einem Stücke in Guß hergestellten Kameragehäuse für das Plattenformat 18 × 24 *cm*, einem Dreifußunterbau mit drei Stellschrauben und einem in Säulen-

form ausgeführten Stative mit drei Stützen. Das Kameragehäuse ist gegen die Objektivseite zu verjüngt. Das Objektiv ist ein Zeiß-Protar. in Spezialfassung mit 18 *cm* Brennweite. Da bei photogrammetrischen Aufnahmen mit Benützung des Distanznetzes, wie es der „Eichberg-Kamera" eigen ist, eine stets konstant bleibende Brennweite (Bildweite) bedingt ist, wurde eine beschränkte Vergrößerung der Bildweite, die ablesbar ist, nur zu dem Zwecke ermöglicht, um die Kamera universeller, auch für gewöhnliche photographische Aufnahmen verwendbar zu machen. Die Konstanz der Bildweite wird durch den beweglichen Kassettenlagerrahmen am Hinterkasten erreicht, der nach Einschieben der Kassette und Aufziehen des Kassettendeckels nach vorne gedrückt in besondere Rasten des Winkelhebels einschnappt und die lichtempfindliche Schichte gleichmäßig gegen den Meßrahmen preßt. Der Meßrahmen besteht aus einer planparallelen, in einen Metallrahmen gefaßten Spiegelglasplatte (Fig. 2), die an der der photographischen Platte zugekehrten Seite mit einem geritzten Liniennetz versehen ist. Durch das Anpressen der photographischen Platte an die Spiegelglasplatte wird ein scharfes Bild des Liniennetzes auf der Negativplatte erreicht. Ein gleichzeitiger Druck auf die an beiden Seiten des Hinterkastens angeordneten Arretierungshebel genügt, um nach beendeter Belichtung den Kassettenlagerrahmen selbsttätig zurückspringen zu lassen; der Kassettenschieber wird eingeschoben und die Kassette aus den Lagern gehoben. Das Kameragehäuse ruht — durch eine kurze Achse, um welche sich die Kamera in horizontalem Sinne drehen läßt, verbunden auf einem Dreifußunterbau mit drei Stellschrauben. Die Fixierung der Kamera kann in jeder beliebigen Richtung durch die Klemmschraube an der Unterseite des Kameragehäuses bewerkstelligt werden; eine Feinverdrehung ist dann noch durch die Feinschraube möglich. Zur genauen Horizontalstellung des Apparates dienen zwei aufeinander senkrecht angeordnete Röhrenlibellen, von denen die eine parallel zur Plattenebene, die andere parallel zur optischen Achse montiert ist, so daß beim Einspielen der Libellen die photographische Platte genau vertikal steht und das Liniennetz auf der Spiegelglasplatte genau horizontal ist. Die Kamera kann mit dem Stative durch einen einfachen Handgriff verbunden werden; eine kleine Drehung am Stativkopfe bewirkt, daß die Stellschrauben des Dreifußunterbaues von der Federplatte gefaßt und diese durch eine selbsttätig einspringende Feder festgehalten wird. Ein schwach abwärts geführter Druck auf die Feder und Zurückziehen der Federplatte gibt die Stellschrauben frei und die Kamera kann vom Stative abgehoben werden. Das Stativ mußte, um die für photogrammetrische Aufnahmen mit Distanznetz fix bleibende Instrumentenhöhe (Abstand des Objektivmittelpunktes vom Fußboden) zu sichern, als starke Holzsäule konstruiert werden, die zwecks Erhöhung der Standsicherheit am unteren Ende eine Eisenscheibe trägt. Diese Säule wird behufs Vergrößerung der Stabilität von drei eisernen Füßen gestützt. Der Hinterkasten der Kamera läßt sich entfernen und durch einen einfachen Anhang, welcher dem Apparat beigegeben wird, ersetzen. Dadurch ist die Kamera auch für gewöhnliche, nicht photogrammetrische Aufnahmen geeignet.

Der Gebrauch des Instrumentes ist der denkbar einfachste; selbst Personen, die keine einschlägigen Kenntnisse in der Photogrammetrie besitzen, können in kürzester Zeit mit der Handhabung des Apparates vertraut ge-

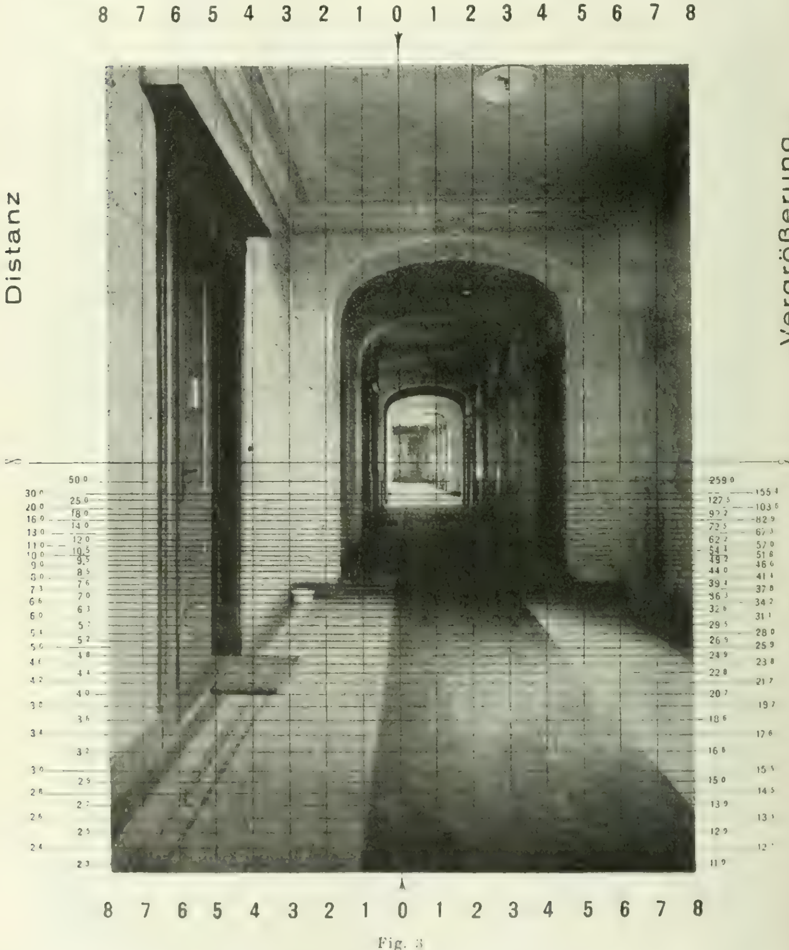


Fig. 3

macht werden und sind in der Lage, gelungene photogrammetrische Tatbestandsaufnahmen zu machen.

In Fig. 3 ist eine Aufnahme mit dieser neuen Eichbergschen Kamera dargestellt, wobei das Distanznetz ohne zahlenmäßige Angaben gleichzeitig

mit der Aufnahme erscheint. Die Beschreibung des Distanznetzes mit Zahlen befindet sich auf vorgedruckten, mit dem Plattenformat des Apparates in richtigem Zusammenhange stehenden Kartons, welche die Firma Heyde liefert; in diese Kartons werden mit Zuhilfenahme der Marken für den Horizont und die Hauptvertikale die Positive eingepaßt, worauf dann sofort die Horizontaldistanzen und die entsprechenden Vergrößerungszahlen abgelesen werden können.

Bei Verwertung des Instrumentes für planliche Darstellung der aufgenommenen Situationen wird von der Firma Heyde ein Gerippe mit Distanznetz versehen und für den Maßstab 1 : 25 konstruiert, auf starkem Pauspapier gedruckt, geliefert, welches Hilfsmittel als äußerst praktisch bezeichnet werden muß.

Die neue Eichbergsche Kamera mit den geschilderten Hilfsmitteln von Heyde vorzüglich ausgeführt, bedeutet zweifellos einen bedeutenden Fortschritt in der „Metrischen Photogrammetrie" und wir zweifeln nicht, daß die Bestrebungen Eichbergs in polizeilichen Kreisen volle Anerkennung finden und die Eichbergschen Hilfsmittel für kriminalistische Tatbestandsaufnahmen die weiteste Verbreitung finden werden.

XIII.

Der Kino-Photo-Theodolit.

Der Wiener Geometer R. Prohaska hat im math.-mech. Institute Fromme in Wien einen Phototheodolit bauen lassen, bei welchem die Kamera um die Hauptvertikale des Negatives gedreht und so das ganze Panorama, Rundbild, oder Teile desselben aufgenommen werden können, und zwar so, daß bei einer Teilaufnahme ein Gesichtsfeld von 8^0 bewältigt wird. Es kommt ein Filmband in Verwendung, das das ganze Rundbild oder dessen Teile abbildet. Auf den Bildern wird eine Schar von zur Hauptvertikalen und zum Horizonte paralleler Geraden, ein Netz, abgebildet, auf dem die Bestimmung von Horizontal- und Vertikalwinkeln unmittelbar vorgenommen werden kann.

Beschreibung des Theodolites. Das Instrument besteht aus einem soliden Unterbaue, wie bei jedem Theodolite (Fig. 4 und 5); der Limbus wird von einem kräftigen Dreifuße getragen, welcher mit den üblichen Einrichtungen versehen ist und in bekannter Weise mit der Stativkopfplatte eines guten Statives verbunden werden kann, wobei letzteres mittels einer Dosenlibelle *Do* horizontiert wird.

Die Kamera ist zum Unterschiede der bisher gebauten Phototheodolite nicht mit dem Limbus fest verbunden, sondern es ist die Einrichtung getroffen, daß sie mittels einer Kurbel K zwangsläufig im Kreise gedreht werden kann. Hiebei beschreibt das Kameraobjektiv O einen Kreis mit dem Radius, der der Bildweite f der Kamera gleich ist; die vertikale Drehungsachse des Theodolites (z-Achse) wird in ihrer Verlängerung zusammenfallend mit der Hauptvertikalen (VV) des Negatives gedacht, so daß bei der Rotation

der Kamera sukzessive die Bildebene (die eingelegt gedachten Negative) Lagen von 8 zu 8° im Vollwinkel einnehmen. — Die Positive, die man nach vernachlässigter Exzentrizität des Objektives sich aneinandergereiht denkt, müßten stets Tangentialebenen zu einem Rotationszylinder bleiben, dessen Achse mit der Athidadenachse (Hauptvertikale) zusammenfiele und dessen Basisradius der Bildweite *f* gleich wäre.

In der Bildebene, welche im konstanten Abstande gleich der Brennweite *f* des benützten Objektives ist, befindet sich eine eben geschliffene, dünne Glasplatte fix angebracht, welche mit einer Schar horizontaler und vertikaler feiner Geraden versehen ist, wobei die dem Horizonte und den Hauptvertikalen des Bildes entsprechenden Geraden durch etwas kräftigere Linien hervorgehoben erscheinen. Bei genau justiertem Apparate geht die Bilddistanz durch den Schnittpunkt dieser beiden Geraden, den Hauptpunkt des Bildes, durch.

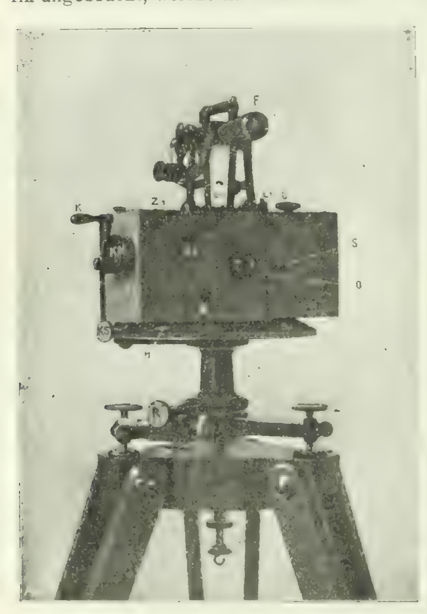


Fig. 4.

An diese Glasplatte wird ein Filmband mittels entsprechender Vorrichtung sorgfältig angepreßt, so daß nach einer Exposition ein planes Bild mit einem Netze erhalten wird.

Bei einer Drehung mittels der Kurbel *K* dreht sich die Kamera im Kreise, von 8 zu 8° findet ein scharfes Anpressen des automatisch in Bewegung gebrachten Bandes an die geschilderte Glasplatte statt und in diesem Momente erfolgt selbsttätig die Exposition. Die Anreihung der Teilaufnahmen erfolgt sehr präzise; jedes Teilbild trägt eine Nummer, welche dasselbe genau in die Reihe der Aufnahmen einordnet; hat man z. B. das Teilbild Nr. 15, so ist sein Winkelabstand von der Nullstellung $15 \times 8° = 120°$. An einem Zählwerke (*Z*) kann die Nummer des Teilbildes abgelesen werden.

Die unbenützte Filmrolle wird auf der rechten Seite der Kamera eingesetzt, von wo das Band durch geeignete Führungen an der Bildebene (Glasplatte) vorbei zur Aufwicklungsrolle auf der linken Seite der Kamera geführt wird. Ein Uhrwerk setzt die Aufwicklungsrolle in Bewegung und eine Vorrichtung, Greifer, sorgt dafür, daß das jeweilig gezogene Filmbandstück selbsttätig aufgespult wird.

Nach Öffnung des Schiebers Sch_1 kann die unbelichtete Filmspule auf

die Drehzapfen aufgeschoben werden; dann wird der Papierstreifen des Filmbandes an den Führungen vorbeigeführt, die Druckplatte *P* wird zurückgeklappt, der Schieber Sch_2 geöffnet, das Papierstreifenende in die Zange *Z* eingeführt und in die Laufrolle *Ar* eingeklemmt. Nach Zurückschiebung der Rollenpresse *Rp* an die Kamerawand, nach Verschluß aller Schieber kann das unbelichtete Filmband, da die Länge des vor dem Filmband befindlichen Papierstreifens bekannt ist, nach entsprechender Zahl von Kurbelumdrehungen an die Glasplatte der Bildebene gebracht werden. Ist dies geschehen, so wird das Zählwerk auf 0 gestellt. Will man die Bildebenen orientieren, so wird nach vorheriger Einstellung des Limbus auf 0° der Orientierungspunkt angezielt, wodurch dessen Bild bei der ersten Aufnahme auf die Hauptvertikale fällt.

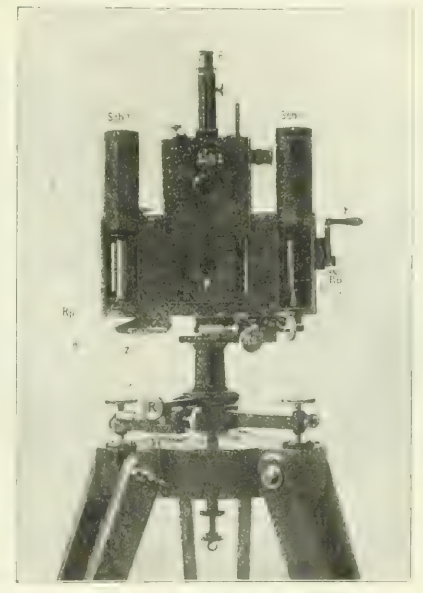


Fig. 5.

Nun kann die photographische Aufnahme vorgenommen werden. Die Kurbel *K*, deren Übertragungselemente in dem anliegenden Gehäuse sich befinden, besorgt bei ihrer Funktion die Bewegung des Filmbandes, die Öffnung und das Schließen des Objektives und damit die Exposition des Bildes, die Belichtung der Numerierungsvorrichtung.

Nach durchgeführter Entwicklung und Kopierung ergeben sich die Bilder (Fig. 6, 7, 8), deren Verwendung später geschildert wird.

Das Objektiv der Kamera kann nach Bedarf von der Normalstellung gehoben oder gesenkt werden, wobei die Größe der Verschiebung am Nonius eines Maßstabes abgelesen wird.

Auf der oberen Deckplatte der Kamera wird das Orientierungsfernrohr auf entsprechenden Ständern in Lagern justierbar angebracht; es ist zum optischen Distanzmessen eingerichtet und trägt auf seiner horizontalen Achse einen Vertikalkreisbogen mit Nonius zum Ablesen der Vertikalwinkel der mittleren Visur.

Das Fernrohr ist so angebracht, daß seine vertikale Visierebene mit der Hauptvertikalebene der Kamera zusammenfällt; die vertikale Umdrehungsachse des Instrumentes schneidet die Fernrohrdrehachse und beide stehen zueinander normal.

Der Gebrauch des Instrumentes bietet nach Schilderung der vorhandenen Einrichtungen keine Schwierigkeit; man kann mit dem Phototheodolite ganze Panoramen, einzelne Teile derselben und auch bestimmte, gewünschte eng begrenzte Partien des aufzunehmenden Gebietes erhalten, wenn ein volles Rundbild nicht gebraucht wird.

Die Verwendung der Photogramme zur Winkelbestimmung mit Zuhilfenahme eines Liniennetzes, deren Parallele äquidistant gelegen sind, wird durch folgende Überlegung klar. Bedeuten f die Bildweite, x die Abszisse eines auf dem Photogramme abgebildeten Punktes, so ist bekanntlich der Horizontalwinkel des nach dem abgebildeten Raumpunkte gehenden Strahles bestimmt durch:

$$tg\,\alpha = \frac{x}{f}\,.$$

Da sich die Tangenten: $tg\,2^0$, $tg\,3^0$, $tg\,4^0$ . . . von den entsprechenden Vielfachen der Tangente von 1^0, nämlich $2\,tg\,1^0$, $3\,tg\,1^0$, $4\,tg\,1^0$ . . . z. B. bei einer Bildweite $f = 90\,mm$ $\alpha = 10^0$ erst um 0·17 mm unterscheiden, führt Prohaska auf der erwähnten Glasplatte, welche die Bildebene versinnlicht, Linien parallel zur Hauptvertikalen und zum Horizonte im Abstande von 1·5708 mm und erhält so für ein begrenztes Gebiet eine Gradskala. Diese Gradskala kann nun, wie es die Figuren 6, 7 und 8 zeigen, direkt zur Winkelbestimmung benützt werden.

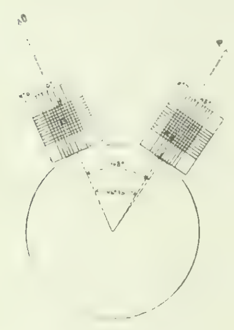


Fig. 6.

In Fig. 6 liegt eine nach O orientierte Aufnahme vor; der markierte bezüglich seines Horizontalmittels zu bestimmende Punkt P_1 liegt auf dem Teilbilde Nr. 7. Die Hauptvertikale dieses Teilbildes hat den Orientierungswinkel $(7-1) \times 8^0 \quad 48^0$; in der Gradteilung befindet sich der markierte Punkt um $1^0\,30'$, wobei $30'$ durch Schätzung erhalten werden, links von der Hauptvertikalen, somit ist die gesuchte auf O bezogene Richtung des Strahles nach P_1 . . . $48^0 - 1'\,30' = 46^0\,30'$.

In Fig. 7 werden die Bilder der beiden Kirchtürme T_1 und T_2 mittels eines Maßstabes mit Nonius bestimmt und erhalten für

$$\left.\begin{array}{lrr} T_1 \ldots & 13 \times 8 = & 104^0\;\; ' \\ & - & 7\;\; 26 \\ & & 96\;\; 34 \\ T_2 \ldots & 13 \times 8 = & 104^0\;\; ' \\ & + & 11\;\; 22 \\ & & 115\;\; 22 \end{array}\right\},$$

daher der Winkel zwischen den beiden Richtungen $\left.\begin{array}{r} 7^0\,26' \\ 11\;\;22 \end{array}\right\} = 18^0\,48'$.

Die Fig. 8 zeigt die Verwendung eines Nonius, um die Schätzung und das Gradintervall zu vermeiden. Der angegebene Nonius hat die Angabe von $5'$, bei einiger Übung können noch $2{\cdot}5'$ erhalten werden.

Der Horizontalwinkel der Kirchturmspitze des abgebildeten Kahlenbergerdorfes und des markierten Hügelpunktes beträgt:

links von der Hauptvertikalen . . . . . 0° 20′
rechts „ „ „ 5 35
daher zusammen 5 55

Geometer Prohaska zeigt in seiner Originalabhandlung über „Der Kino-Photo-Theodolit" in den „Mitteilungen über Gegenstände des Artillerie- und Geniewesens" die Verwertung des Instrumentes für militärische Zwecke und für geodätische Arbeiten im allgemeinen.

Was speziell die Verwendung für geodätische Zwecke anbelangt, so hat Prohaska seinen Phototheodolit für die Aufnahme großer Landesgebiete,

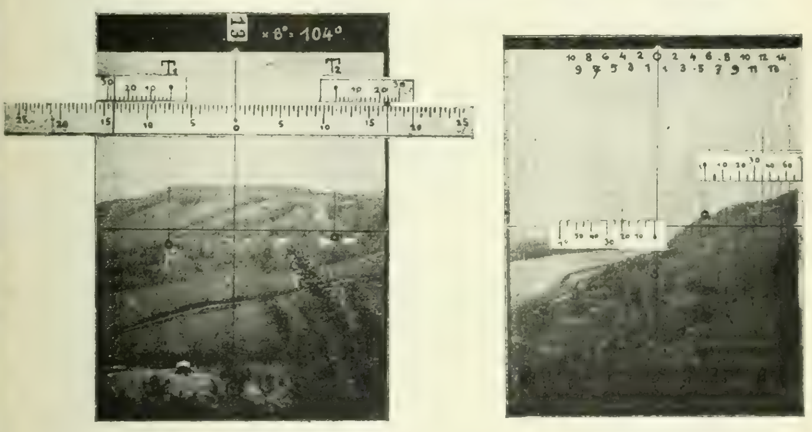


Fig. 7. Fig. 8.

wo es sich hauptsächlich um die Erschließung von unerforschten Ländergebieten handelt, und hiebei nur ungenügendes oder überhaupt kein Kartenmaterial vorhanden ist, in Aussicht genommen.

Prohaska hat Auftrageapparate konstruiert und in der zitierten Abhandlung beschrieben, welche im gegebenen Falle die Kartierungsarbeiten vereinfachen, präziser ausführen sollen.

Es wäre wohl sehr wünschenswert, Versuche über Genauigkeit der Winkelbestimmung zu besitzen, sowie an einem ausgeführten größeren Beispiele zu sehen, wie die konstruierten Apparate sich bewähren, ob sie in der Tat imstande sind, die Feld- und Hausarbeit im Vergleiche mit photogrammetrischen Instrumenten anderer Konstruktion und sonstigen Behelfen der Kartierung leistungsfähiger zu machen.

Kleinere Mitteilungen.

Hermann Krone †. Im Alter von 90 Jahren hat Hermann Krone, der Nestor der deutschen Photographen, sein reiches Leben beschlossen. Vom Jahre 1870 bis 1907 wirkte er als Dozent für Photographie an der Technischen Hochschule in Dresden und hat als akademischer Lehrer mit Erfolg im Dienste der Photographie gewirkt. An seinem 80. Geburtstage ehrten ihn die deutschen Photographen durch eine Krone-Feier. Beim „Internationalen Kongresse für Photographie, Dresden 1909" hielt er eine zündende Rede, die in die Worte ausklang: „In Licht, durch Licht, zum Licht! den Wahlspruch seines Lebens.

Der Astronom Thege von Konkoly †. Am 19. Februar 1916 ist zu Budapest der als Astronom bekannte ungarische Ministerialrat Nikolaus Thege v. Konkoly, der zuletzt Direktor der Meteorologischen Zentralanstalt Ungarns war, im Alter von 74 Jahren gestorben.

Konkoly hat sich durch die Herausgabe guter Werke über die Himmelsphotographie und Astrophysik sowie seine Anleitung zur Anstellung astronomischer Beobachtungen einen Ruf erworben und hat auch Anerkennung in Fachkreisen gefunden. Er ist der Begründer und Direktor der Sternwarte in O-Gyalla, die er dem ungarischen Staate zum Geschenke gemacht hat. Von ihm rührt die Konstruktion einer Anzahl von Instrumenten und er hat auf dem Gebiete der Photographie ganz besonders Himmelsphotographie eine rege und verdienstvolle Tätigkeit entfaltet.

Emil von Hoëgh †. Am 31. Januar 1915 starb in Goslar am Harze Emil von Hoëgh, der Errechner des Goerzschen Doppelanastigmaten. Interessant ist aus dem Berichte, den Zschokke über die Bekanntgabe des neuen Objektives der Firma C. P. Goerz im Vereine zur Förderung der Photographie in Berlin erstattet hat, die Stelle:

„Emil von Hoëgh führte in temperamentvoller Weise ungefähr aus: Petzval hat bei der Betrachtung des gewölbten Bildes in den Augen der Geschöpfe den ewig denkwürdigen Ausspruch getan: ‚Was dem allmächtigen Schöpfer aller Dinge nicht gelungen ist, das wird uns armseligen Menschenkindern auch nicht gelingen'. Der alte Petzval sollte nicht recht behalten, das Objektiv, das ich Ihnen heute vorstellen will, hat innerhalb verhältnismäßig weiter Grenzen absolute Ebenheit des Bildfeldes, unbeschadet aller sonstigen, von einem guten photographischen Objektiv verlangten Eigenschaften."

Hierauf erklärte er dann in sachlicher Weise, welcher Umschwung durch die neuen Glassorten von Schott & Gen. in Jena in der Konstruktion photographischer Objektive herbeigeführt wurde und wie sein Objektiv entstand.

Photogrammetrie an der Reichsuniversität in Peking. An der Reichsuniversität in Peking besteht auch eine technische Abteilung. Der Regierungsbaumeister a. D. Georg A. G. Müller, der an dieser Anstalt als Dozent tätig ist, schließt an die Vermessungsübungen auch eine topographische Aufnahme an, die für Trassierungszwecke von großer Bedeutung sind. Von Interesse ist nun, daß die Studierenden mit dem stereoskopischen Meßverfahren vertraut gemacht werden, indem gelegentlich der erwähnten topographischen Arbeiten auch stereophotogrammetrische Übungen ausgeführt werden. Bedenkt man, daß an vielen Technischen Hochschulen Europas das Verfahren kaum dem Namen nach bekannt ist, so muß man sich aufrichtig freuen, daß deutsche Tatkraft so segensreich auch im Dienste des technischen Unterrichtes im Auslande wirkt. Dozenten Müller beglückwünschen wir zu seiner Kulturtat.

Stereophotogrammetrie bei Eisenbahnvorarbeiten in China. Dozent der Reichsuniversität in Peking, Regierungsbaumeister Müller, hatte Gelegenheit dem leitenden Ingenieur der chinesischen Hankau-Szetschuan-Staatsbahn (des deutschen Abschnittes Hankau-Itschang) Baurat Linow das stereophotogrammetrische Verfahren vorzuführen. Die eigenartigen Vorzüge des Verfahrens und die bisherigen Erfahrungen ließen es dem technischen Leiter ratsam erscheinen, eine Erprobung des Verfahrens

für chinesische Verhältnisse zu versuchen. So wurde dem Dozenten Muller der Auftrag während seiner Hochschulferien mit sechs seiner ehemaligen Studenten, einem und später zwei deutschen Ingenieuren, zehn in Japan fertig ausgebildeten Hupeh-Studenten und einigen Zeichnern als Hilfskräften, den schwierigen Teil der Bahnlinie photogrammetrisch aufzunehmen.

Die Vermessung des Felsentales auf stereophotogrammetrischem Wege bei Itschang ist trotz nicht geeigneter Geräte, ungeübter Hilfskräfte und ungünstiger klimatischer Bedingungen befriedigend und ermutigend ausgefallen.

Österreichische Südwest-China-Expedition unter Dr. v. Handel-Mazzetti. Wie im IV. Bande dieser Zeitschrift S. 234 berichtet wurde, leitet Dr. v. Handel-Mazzetti eine Expedition nach Südwestchina. Wie aus brieflichen Mitteilungen, die aus den Jahren 1914 und 1915 datiert sind, hervorgeht, hat v. Handel-Mazzetti nicht nur in seinem eigentlichen Fachgebiete, in der Botanik, eine reiche Ausbeute gemacht, sondern auch auf topographischem und photogrammetrischem Gebiete sich intensiv betätigt.

v. Handel-Mazzetti, der für die kartographischen Arbeiten gut ausgerüstet ist und in topographischen und photogrammetrischen Aufnahmen Erfahrung besitzt, wird nach seiner Rückkehr reichen Stoff zu bearbeiten haben und seine erprobte Forscherarbeit wird in den bereisten Teilen von Südwestchina manche Karte richtigstellen und weiße Flecken jener Gegenden mit verläßlichem topographischem Detail versehen.

Apparat für Unterwasser-Kinematographie. Vor vielen Jahren sind Versuche mit photographischen Aufnahmen unter Wasser angestellt worden. Der englische Zoologe Dr. Francis Ward hatte auf diesem Gebiete praktische Erfolge aufzuweisen. Leon Gaumont hat gleichfalls gelungene Aufnahmen ausgeführt. Siehe „Photographische Korrespondenz", Wien 1915.)

Nach „Photographic Times" in Neuyork ist es den Bemühungen des Kapitäns C. Williamson und seiner beiden Söhne gelungen, einen Apparat zu konstruieren, der in beträchtlicher Tiefe Unterwasseraufnahmen ermöglicht und mit dem überraschende Resultate erzielt wurden. Der Apparat soll auch eine technisch hervorragende Errungenschaft sein; er besteht im Wesen aus einer Tauchkammer, die durch ein elastisches Rohr mit einem Wasserfahrzeug verbunden ist.

Nun hat ein Berliner, R. Lorenz, einen Apparat für Unterwasser-Kinematographie, der auf dem bisher noch wenig erforschten wissenschaftlichen Gebiete der Meeres- und Tiefseeforschung kinematographischen Aufnahmen dienen soll. Dieser elektrisch-kinematographisch arbeitende Apparat soll in der Lage sein, auf dem Grunde und im Wasser, selbst in den verschiedenen Tiefen, Aufnahmen (Suchungen) zu machen, Vorgänge zu beobachten, die der Meereskunde bisher nicht möglich, aber von größtem wissenschaftlichen Werte sein werden.

Der Erfinder denkt sich den Apparat noch in gegenwärtiger Zeit als Minensucher oder, eingebaut in Kriegsschiffen oder U-Booten, als Auge unter dem Wasser in Frage. (Siehe „Photographische Korrespondenz", Wien 1916.)

Fabrikation optischer Gläser in Österreich. Mit Rücksicht auf die Notwendigkeit der Entwicklung der Herstellung optischer Gläser, wie Linsen, Kondensoren etc. in Österreich zu ermöglichen, hat der Präsident des Technischen Versuchsamtes in Wien Dr. W. Exner eine Aktion eingeleitet, an welcher hervorragende Fachleute, Männer der Wissenschaft und Praxis, teilnehmen, um den berechtigten Plan zu verwirklichen.

Photographisches Heimatmuseum in Leipzig. Dem Beispiele der Stadt Hamburg, welche ein muster- und vorbildliches „Photographisches Heimatmuseum" besitzt, folgend, schreitet das „Naturkundliche Heimatmuseum" in Leipzig dazu, ein solches Institut nebst heimatlicher Lichtbilderzentrale in Leipzig zu schaffen. Wir zweifeln nicht daran, daß es der Regsamkeit und dem eisernen Streben der beteiligten Kreise gelingen wird, diese Anstalt ins Leben zu rufen und sind gewiß, daß nach dem, was in der Bugra zu Leipzig 1914 in Photogrammetrie geboten wurde, (siehe

„Archiv für Photogrammetrie", V. Band, 1. Heft, Seite 69) auch die „Photographische Meßkunst" eine Berücksichtigung finden wird.

Das Photographienalbum des Kriegsarchives in Wien. Es wird wenige Privatleute geben, die im Besitze von 30.000 Photographien sind, und gewiß gibt es keinen Privatmann, der so viele Kriegsphotographien sein eigen nennt. Das bekanntlich unter der Direktion des Generalmajors Maximilian Ritter v. Hoen stehende k. u. k. Kriegsarchiv hat aber einen solchen Schatz gesammelt, der noch dazu ununterbrochen und rasch vermehrt wird. Der eigentliche Zweck der Sammlung ist durchaus wissenschaftlich; sie ist für den künftigen Forscher der Geschichte des Weltkrieges berechnet, dem sie über die heutigen Kriegsmittel, ihre Anwendung und Wirkung lebendige Auskunft gibt.

Zur Charakteristik des ganzen Albums wird als Probe eine Sendung herausgegriffen, die in der letzten Zeit eingelaufen ist, eine Serie von 840 Photographien über das südliche Kriegsgebiet. Eine Menge dieser Aufnahmen ist schon für den Gebirgsfreund höchst interessant, und wer noch kein solcher ist, kann durch den Anblick der wunderbaren Gebirgslandschaften leicht zu dem Vorsatz kommen, nach dem Kriege Tourist zu werden. Von vielen Berggipfeln aus sind Rundblicke aufgenommen, die sich bis zu sechzehn Punkte der Windrose erstrecken; man glaubt in Wirklichkeit auf dem Gipfel zu sein und sich betrachtend herumzudrehen, da man eine fortwährende, aber nur allmähliche Änderung des Panoramas wahrnimmt. Es enthüllen sich da die berühmten Namen der Dolomitengruppen, mit ewigem Schnee bedeckte Gipfel und Gebirgszüge, Hochflächen, Täler, Pässe und Schluchten. Anderseits sieht man viele Objekte, z. B. Bergspitzen von mehreren Standpunkten aus, die in relativ geringer Entfernung voneinander liegen, so daß sich eine vollendete Übersicht ergibt. Manche Ortschaften sind von allen umliegenden Höhen aus aufgenommen; man sieht jede Straße, jedes Haus von einer jeweilig andern Richtung aus, lernt sie von allen Seiten kennen, und meint, persönlich in den Örtlichkeiten herumzuwandern. Ebenso betrachtet man auch oft einen Paß, den Paßeingang, sein Vorgelände, von allen Seiten des vorliegenden Tales aus. Einige der berühmten Dolomitenstraßen begleiten wir eine lange Strecke hindurch an den Berghängen. Auch herrliche Alpenseen, Tunnels, Eisenbahnbrücken, Wege, Straßen und Serpentinen, Hotelanlagen, Schutzhäuser sind in zahlreichen Aufnahmen vorhanden. Selbst ein Lawinenterrain ist mit allen Einzelheiten sichtbar. Von einer der Bergspitzen aus erblickt man zufällig gerade eine Schweizer Truppenabteilung im Anmarsch auf ihren Posten.

Diese Bilder ergeben aber nur den landschaftlichen Hintergrund für die Darstellung des unmittelbar auf den Krieg Bezüglichen. Vieles davon ist natürlich reservat und kann für die Öffentlichkeit nur angedeutet werden. Wir sehen den Landesverteidigungskommandanten in der Kanzlei, vor den Karpathen und am Beobachtungsstand mit dem Fernglas, die andern Heerführer, die Unterabschnittskommandanten, Truppeninspizierungen und Paraden, die feierliche Dekorierung von ausgezeichneten Offizieren und Mannschaften. Dann sehen wir Befestigungsanlagen. Da haben wir zunächst die Werke, die auf allen wichtigen Punkten der Verteidigungslinie erbaut sind. Wir erblicken ein Werk von allen Seiten aus weiter Ferne und unmittelbar vor uns, wir lernen den Kommandanten und die Besatzung kennen, wir sehen auch die Einzelheiten. Dort ist das Verdeck mit den Kuppen für die Geschütze, hier sind die Front, die Flanken, die Kehlen, die Innenräume, die Offiziersgebäude, die „Kavernen" genannten unterirdischen Anlagen, die Kasematten, Eskarpen, Terrassen, die mit spanischen Reitern gespickten Gräben, die verdeckten Gräben, das Glacis und Vorterrain mit Hindernissen und Drahtverhauen. In den Intervallen zwischen den Werken sind an der Verteidigungslinie kleinere Befestigungen angelegt, die sogenannten „Standpunkte". Auch der ganze Zwischenraum selbst ist verschanzt. Es gibt da Straßensperren, Talsperren und Waldbefestigungen, von den betonierten Infanteriestellungen und Schanzen bis zu den Schützengräben, die manchmal auch bloß aus dem Schnee herausgegraben sind. Wir kommen in die vordersten Schützengräben und halten von ihnen Ausblick, sehen die Gräben und Hindernisse, die ihnen

vorgelagert sind, und blicken auf das vom Feinde besetzte Gebiet. Oft haben die Italiener ihre Befestigungen ganz nahe an die unsrigen herangeschoben: wir sehen z. B. in einem schmalen Tale links die eigenen, rechts die feindlichen Linien. Die Befestigungen sind natürlich auf das reichlichste mit Artillerie versehen, und wir betrachten aufmerksam die Stellungen der Batterien und Geschütze und machen oft merkwürdige Beobachtungen an den Geschützständen; einer z. B. ist sechs Meter tief verschneit, ein anderer ist aus Naturfels gebohrt. Auch die Artilleriebeobachter in ihren verdeckten Stellungen auf Bäumen und Gebirgskämmen werden vorgeführt; dann die Maschinengewehrstände und Minenwerfer. Zur Täuschung des Gegners sind Scheingeschütze aufgestellt und künstliche Wälder angelegt. Wohl am aufreibendsten und zugleich am gefährlichsten ist das Amt der Posten und Wachen. Unter den Feldwachen fällt uns die auf, die als die höchste Feldwache der Welt bezeichnet wird. Es ist für uns leicht, zu ihr hinaufzugelangen; ebenso fällt uns der Gang zu den am weitesten vorgeschobenen Posten nicht schwer. Im Winter sind für die Feldwachen feste Blockhäuser vorgesehen. Eine Skipatrouille rüstet sich eben zum Aufbruch aus einem Wachthause.

Auch die Truppen sind in guten Unterkünften, in Sommer- und Winterstellungen, untergebracht, und wir sehen zahlreiche Lager sowie Offiziers- und Lagerunterstände. Wir kommen zu den Offiziersbaracken und werfen einen Blick in die Offiziersmesse und Wohnräume; wir sehen die soliden Mannschaftsbaracken von innen und außen. Bombensichere Unterstände sind ebenfalls auch vorhanden. Die dienstfreie Mannschaft können wir bei ihrer Unterhaltung beobachten. Eigenartig berührt ein Bild, welches einen Zigeuner zeigt, der seinen vergnügt zuhörenden Kameraden auf der Fidel lustige Weisen vorgeigt; einige Tage vor der Aufnahme war er von einer sieben Meter tiefen Lawine verschüttet gewesen. Auch an den Munitionsunterständen kommen wir vorbei und sehen die Reservestellungen, die Hütten- und Blockhäuser für die Offiziere, die Baracken für die Mannschaften. Dabei gelangen wir zum Hilfsplatz, einer Baracke, die ein förmliches Spital zu nennen ist; dann weiter zurück zu den sogenannten Sanitätsbaracken und endlich zu den Sanitätsanstalten mit ihren Operationsräumen, Krankensälen, Badeanstalten und sonstigen Einrichtungen. Der Verwundetentransport im Hochgebirge wird zum Teil mit Sanitätsschlitten eigener Konstruktion besorgt, die auch im tiefsten Schnee sich vorzüglich bewähren. Auch haben wir Gelegenheit, einer Feldmesse beizuwohnen und die Standschützen bei ihrer Andacht zu sehen. Ergriffen betrachtet man die einfachen, aber künstlerisch angelegten Soldatenfriedhöfe und die einzelnen Heldengräber.

Wir blättern weiter und erblicken Telephonleitungen und Unterstände, unterirdische Telephonzentralen, Radiostationen. Ferner tauchen große Magazine mit allen erdenklichen Vorräten auf, komplizierte Beleuchtungsanlagen und riesige Scheinwerfer. Dann sind Drahtseilbahnanlagen auf den höchsten Berggipfeln, die insbesondere auch zum Munitionsnachschub dienen, erbaut, und wir sehen die Anfangs-, die End- und die verschiedenen Mittelstationen. Eine Stütze einer Seilbahn erblicken wir, die 17 *m* hoch ist. Jetzt kommen wir zu Bahnhöfen und sehen auffahrende Panzerzüge; für den Munitionsnachschub mußten oft eigene Feldbahnen gebaut werden. Wir sehen den oft ungeheuer schwierigen Geschütztransport, kommen an Munitions- und Verpflegstransporten vorüber, beobachten die schwerbepackten Tragtiere, die stattlichen Hundekolonnen und nehmen wahr, wie die Feldpost ihre schwierigen Aufgaben löst. Ein ganzes Heer, das nicht kämpft, ist zur Bewältigung der notwendigen Arbeiten aufgeboten, für die Herstellung und Instandhaltung der Feld- und Drahtseilbahnen, der Straßen, Wege und Brücken. Zu den Seilbahnen mußten oft eigene Zufahrtsstraßen gebaut werden, für den Transport der großen Geschütze war es oft sogar notwendig, eigene Straßen herzustellen und die vorhandenen eisernen Brücken zu verstärken. Andere Bilder zeigen wieder die Wirkungen der italienischen Beschießung. Die Einschläge feindlicher Geschosse können wir beobachten, zerschossene und ausgebrannte Ortschaften, zerstörte Kirchen, Häuser und Hotelanlagen. Glücklicherweise trifft nicht jedes Geschoß und es sind auch viele Blindgänger. So sind mehrere

Abbildungen einer italienischen 30·5-Zentimeter-Schiffsgeschützgranate vorhanden, die als Blindgänger landete. Auch eroberte feindliche Geschütze werden in allen Einzelheiten vorgeführt. Wir sehen auch ein künstlich ausgeführtes Denkmal, das der Erinnerung an die Erstürmung einer feindlichen Schanze an der Grenze geweiht ist. Mehrere Bilder führen uns zur Jahrhundertfeier der Tiroler Kaiserjäger, die am 16. Januar 1916 stattfand. Auch von dem Besuch, den der Bürgermeister von Wien Dr. Weiskirchner bei den Wiener Mannschaften in der Tiroler Verteidigungslinie machte, sind mehrere Aufnahmen vorhanden; wir sehen unter anderm, wie der Bürgermeister im Auto am Standorte eintrifft und vom Kommandanten begrüßt wird, ferner, wie er vor der ihm zujubelnden Mannschaft erscheint und ihr die Grüße und Liebesgaben der Heimat überbringt.

Diese ausnahmslos künstlerischen Aufnahmen vom südtirolischen Kriegsgebiet wurden zum großen Teil im Winter 1916, und wie sich denken läßt, unter ungeheuren Strapazen angefertigt. Alle in der Kartenabteilung des k. u. k. Kriegsarchivs gesammelten Photographien werden teils von sogenannten Kriegsphotographen hergestellt, das sind frontdiensttaugliche Militärpersonen, die in ihrem Zivilberuf Photographen sind und vom Kriegspressequartier an die Front geschickt werden, um dort im Interesse der Kriegsgeschichte ihren Beruf auszuüben, teils von Photographen des k. u. k. Militärgeographischen Instituts, deren meisterhaft ausgeführte Aufnahmen zu den interessantesten und schönsten bildlichen Darstellungen der Kriegsschauplätze zählen, teils aber auch von Amateuren, Offizieren und Mannschaften an der Front, die ihr Material an Bildern dem Kriegsarchiv zur Verfügung stellen. Dies geschieht entweder durch Übermittlung von Abzügen oder durch leihweise Überlassung der Platten, von denen die Photoabteilung des Kriegsarchivs Kopien anfertigt, worauf sie dem Besitzer wieder zurückgestellt werden. Die Amateure erhalten als Dank für ihre geleisteten Dienste ein vom Direktor des Kriegsarchivs Generalmajor Maximilian Ritter v. Hoen unterzeichnetes künstlerisches Diplom.

Die fertiggestellten und einlaufenden Bilder werden in ein Journal aufgenommen, das nach den Kriegsschauplätzen sowie nach geographischen und sachlichen Gesichtspunkten angelegt ist. Der Forscher sieht mit einem Blick, ob über den Gegenstand, der ihn gerade interessiert, ein Bild vorhanden ist. Die Photos werden auf Karten aufgeklebt und in großen Bänden, die nach dem Muster der bekannten Leitz-Briefordner angelegt sind, aufbewahrt. Ist es notwendig, den Ort, den eine Photographie zeigt, auf der Generalstabskarte aufzusuchen, so kann dies sehr leicht geschehen: Eine Karte ist in eine Anzahl kleiner numerierter Quadrate eingeteilt; auch jedes Bild ist, abgesehen von der laufenden Nummer, mit einer Orientierungsnummer versehen; den Ort, den das Bild darstellt, findet man in dem Quadrat der gleichen Nummer auf der Karte. Diese Methode der Behandlung der Photographien, die dem Geschichtsforscher die denkbar rascheste, vollständigste und leichteste Ausnützung des vorhandenen Materials ermöglicht, ist von dem Vorstande der Kartenabteilung Oberstleutnant Paldus im k. u. k. Kriegsarchiv eingeführt worden. Die Verwertung zu Buchillustrationen und Propagandazwecken sowie die technische Bearbeitung dieses Bildermaterials besorgt die Photographieabteilung des Kriegsarchives, deren Leiter Oberleutnant Richard v. Damaschka ist.

So wertvoll auch das ungeheure Kriegsalbum ist, wird man doch aufrichtig wünschen, daß es seinen Umfang nicht mehr beträchtlich erweitere, sondern vielmehr zu einem baldigen Abschlusse gelange.

Literaturbericht.

Bücherbesprechungen.

Zur Rezension gelangen im allgemeinen Bücher, welche der Redaktion des „Archives für Photogrammetrie" zugesendet werden.

1. Darstellende Geometrie. Von Dr. Marcel Großmann, Professor an der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich. Mit 109 Figuren. Leipzig und Berlin, Druck und Verlag von B. G. Teubner 1915. Preis in Leinwand gebunden M. 2·80.

Mit diesem Bande aus „Teubners Leitfäden für den mathematischen und technischen Hochschulunterricht", wird beabsichtigt, den Studierenden an technischen Hochschulen und Universitäten ein kurz gefaßtes Hilfsmittel beim Studium zu bieten. Die Elemente der darstellenden Geometrie werden vorausgesetzt.

Ohne auf eine nähere Besprechung des Werkes, das in seinem ersten Teile die konjugierten Normalprojektionen, die orthogonale und schiefe Axonometrie, die Zentralprojektion, im zweiten Teile die allgemeinen Eigenschaften der Kurven und Flächen, die topographische Fläche, die Zylinder- und Kegelflächen, die Rotations-, Kegel- und Schraubenflächen und Flächen zweiten Grades behandelt, näher einzugehen, wollen wir nur auf das Kapitel IV: „Geometrische Grundlagen der Photogrammetrie" aufmerksam machen. Die Aufgabe der Photogrammetrie wird als Rekonstruktion von Raumgebilden aus photographischen Bildern (Perspektiven) aufgefaßt und dementsprechend geometrisch entwickelt.

Die Elemente der inneren und äußeren Orientierung einer Perspektive werden klargestellt, hierauf wird zur Konstruktion der inneren Orientierung einer Perspektive übergegangen, die Konstruktion des Grundrisses und der Koten bei vertikaler und geneigter Lage der Bildebene gezeigt, auf die photogrammetrische Rekonstruktion aus zwei vertikalen Bildern näher eingegangen und schließlich auch die Rekonstruktion aus zwei geneigten Bildern kurz besprochen.

Großmanns sehr gut geschriebenes Werk bietet neben der darstellenden Geometrie auch eine gute erste Einführung in die geometrischen Grundlagen der Photogrammetrie. Wir können das in jeder Beziehung gelungene Werk des Teubnerschen Verlages, das mit sehr guten und geschickt gewählten Figuren ausgestattet ist, bestens empfehlen. D.

2. Lehrbuch der Ballistik. Von C. Cranz. Dritter Band. Experimentelle Ballistik oder Lehre von den ballistischen Messungs- und Beobachtungsmethoden, herausgegeben von C. Cranz und K. Becker. Mit 118 Figuren im Text (dazu vgl. die photographischen Aufnahmen in Band IV, Atlas). Leipzig und Berlin, Druck und Verlag von B. G. Teubner, 1913. Ladenpreis gebunden Band III, M. 15·—, Band IV, M. 14·—.

Die Herausgeber verstehen im Gegensatze zu den französischen Ballistikern Vallier und Hélie, die unter „ballistique experimentale" die rechnerische Ballistik, entwickelt auf Grundlage von vorausgegangenen Schießbeobachtungen behandeln, unter „Experimenteller Ballistik" die Gesamtheit der Messungs- und Beobachtungsmethoden, die die empirischen Unterlagen für die ballistischen Berechnungen liefern und die weiterhin zur Verfolgung der verschiedenen physikalischen Erscheinungen beim Schußvorgang dienen. Diese Methoden können, z. B. bei der Herstellung von Schußtafeln nnd bei der Untersuchung von Waffen samt dazugehöriger Munition, ihre praktische Verwendung in den Waffen-, Munitions- und Pulverfabriken, bei den staatlichen Prüfungsbehörden, sowie in den privaten Versuchsanstalten für Jagdwaffen finden.

Eine geeignete Abgrenzung des Gebietes der experimentellen Ballistik gegenüber der Waffenkonstruktionslehre und Waffenlehre ist durch die folgende rein praktische Unterscheidung gegeben: Der Konstrukteur entwirft, zeichnet und konstruiert die einzelnen Teile der Waffe samt Zubehör. Wenn die Waffe alsdann

schußfertig vorliegt, ist die Aufgabe des Waffenkonstrukteurs in der Hauptsache vorläufig beendet, und es beginnt die Aufgabe des Ballistikers, der die verschiedenen Bewegungs-, Druck- und Temperaturverhältnisse beim Schuß aus der Waffe untersucht und außerdem die Schußtafeln erschießt und diese für die Teilung der Richtmittel verwertet. In der Waffenlehre werden die verschiedenen Waffen und Waffenteile beschrieben.

Auf die Besprechung des folgenden Inhaltes:

„Die mechanischen Hilfsmittel zu den ballistischen Berechnungen; die Temperaturmessungen an einer Waffe; die Bestimmung der Trägheitsmomente von Geschossen; die Entwicklung der Geschoßgeschwindigkeit und Geschoßflugzeit, des Abgangwinkels, Abgangsfehlerwinkels und Auffallwinkels, der Detonationsgeschwindigkeit eines Explosivstoffes, der Verbrennungsdauer eines Zündholzes, sowie der verschiedenen Pulverkonstanten; die Messung des Maximalgasdruckes und des Gasdruckverlaufes in der Schußwaffe; die Messung des Rücklaufes", den wir zur Orientierung anführen, können wir, als dem Fache fernstehend, nicht eingehen, bemerken aber, daß alle Teile kritisch bearbeitet sind und auf die Untersuchung der Fehlerquellen und des Genauigkeitsgrades bei den verschiedenen Methoden und Apparaten besonderer Wert gelegt wurde.

Wir wenden unsere Aufmerksamkeit dem letzten Abschnitte zu: Ballistische Photographie, der in fünf Kapiteln die Materien behandelt:

I. Photographie des fliegenden Geschosses samt den das Geschoß umgebenden Luftwellen und Wirbeln;
II. Photographische Fixierung der Laufschwingungen;
III. Die Photogrammetrie im Dienste der Ballistik;
IV. Waffen- und Pulveruntersuchung mit elektrischer Momentphotographie und
V. Ein ballistischer Kinematograph. Photographische Darstellung des zeitlichen Verlaufes von Vorgängen, die sich in einem Bruchteil einer Sekunde auf kleinem Raume abspielen.

Es ist ein Vergnügen, die klaren Erläuterungen über das Photographieren des fliegenden Geschosses samt den das Geschoß umgebenden Luftwellen und Wirbeln zu lesen, die Apparatanordnung von E. Mach und Salcher, weiters die Modifikation derselben durch L. Mach und die erzielten Resultate kennen zu lernen. Das direkte Schattenverfahren von Boys, die Aufnahmen des Schrotschusses und die Bestimmung der Rotationsgeschwindigkeit eines Geschosses, die Anwendung des Induktionsapparates durch Majorana-Calatabiano und Fontana, die Messung der Luftdichte an verschiedenen Stellen in der Nähe des fliegenden Geschosses mit Hilfe des Machschen Interferenzrefraktometers nebst Justierung des Apparates, die rechnerische Auswertung der Geschoßbilder mit Interferenzstreifen von L. Mach und v. Weltrubsky, sowie die photographische Festlegung der Laufschwingungen nach Cranz und Koch finden eine meisterhafte Darstellung.

Die einfache Photogrammetrie und die Stereophotogrammetrie, wobei hier vorerst der Normalfall behandelt wird, sind in ihrem Prinzipe sehr gut gegeben. Für das Normalstenogramm werden die Grundformeln, die Raumkoordinaten, eines Punktes abgeleitet und die zu befürchtenden Fehler aufgestellt. Nach Erklärung des Prinzipes der wandernden Marke wird der Gebrauch des Stereokomparators geschildert und seine Verwendung gezeigt. Dann werden noch die Fälle der Stereophotogrammetrie behandelt: die Aufnahme mit zur Basis schiefwinkeligen, aber einander parallelen Achsen, dann mit verschwenkten, einander nicht parallelen Achsen und dann der Fall, wobei die Platten in einer Ebene liegen, aber um einen Winkel zur Vertikalen geneigt sind. Die photogrammetrische Methode von Prof. Neesen, mittels welcher die Flugbahnelemente, insbesondere die Umdrehungsgeschwindigkeit, die fortschreitende Geschwindigkeit, der Abgangswinkel und der Fallwinkel von Artilleriegeschossen bestimmt werden kann, erregt besonderes Interesse.

Abgesehen von den einigen Versuchen, welche von Prof. Neesen, Schiffsleutnant Neuffer, Hauptmann Nowakowski gemacht worden sind, fand die Photogrammetrie, beziehungsweise die Stereophotogrammetrie keine umfangreiche

Anwendung in der Ballistik und doch ist ihre Verwendbarkeit nicht unbedeutend. Cranz sagt hierüber in seinem Werke: Es kommen in Frage zunächst die Ermittlung von Schußweiten beim Schießen gegen See (Schußtafelschießen schwerer Küstengeschütze; Verfolgung des Verlaufes von Schulschießen und gefechtsmäßigem Schießen gegen See); ferner die Aufnahme von Sprengpunkten in ihrer Lage zum Ziel, die Ausbreitung der Sprengstücke und Füllkugeln auf der Wasseroberfläche. Ferner können Abgangsfehlerwinkel, Flughöhen, Fallwinkel, ganze Flugbahnstücke, sei es durch Aufnahme der Sprengwolken bei Tage, sei es der Feuererscheinung des Sprengpunktes oder eines besonderen Leuchtsatzes am Geschoß bei Nacht bestimmt werden.

Das Kapitel: „Reihenaufnahmen in der Ballistik" ist in experimenteller Ballistik deshalb von großer Bedeutung, weil die photographische Fixierung mehrerer einander zeitlich benachbarter Augenblicksbilder Aufschlüsse geben kann, über die man bis heute keine Klarheit hatte. Cranz bespricht Serienaufnahmen mit kontinuierlicher und diskontinuierlicher Lichtquelle und gibt eine Beschreibung seines ballistischen Kinematographen, der die Aufnahme einer großen Zahl von (bis zu 700) Bildern eines ballistischen Vorganges mit sehr rascher zeitlicher Folge ermöglicht. Er zeigt die Verwendung seines ballistischen Kinematographen für die Messung von Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitsverlusten von Geschossen, für die Bestimmung von Formwerten, für die Anstellung von Luftwiderstandsversuchen von Infanteriegeschossen, für die Untersuchung von Bewegungserscheinungen an Schußwaffen usw.

Der IV. Band enthält einen Atlas mit Tabellen, Diagrammen und photographischen Momentaufnahmen.

„Das Lehrbuch der Ballistik" von Cranz, das sich eines Weltrufes erfreut und in Ausstattung und Druck tadellos ist, ist in den Teilen (III. und IV. Band), die den Photogrammeter interessieren, außerordentlich klar und vorzüglich bearbeitet, daß es unbedingt bestens empfohlen werden kann. D.

Referate über

Fachartikel in wissenschaftlichen Publikationen.

1. Photogrammetrie in der Schule." Beilage zum Berichte der Oberrealschule in St. Georg zu Hamburg über das Schuljahr 1913/14, Hamburg 1914.

Diese Arbeit verdankt ihre Entstehung einer Anregung des Seminarlehrers O. Frey in Leipzig, der als Leiter des Ausschusses der Sonderausstellung Schule und Buchgewerbe der Internationalen Ausstellung für Buchgewerbe und Graphik, Leipzig 1914, wirkte. Der Ausschuß hat ein ausführliches Programm für die Arbeiten der Ausstellung aufgestellt. Riebesell übernahm die mathematisch-photogrammetrischen Arbeiten und führte die eingelangten Schülerarbeiten auf der erwähnten Ausstellung in Leipzig vor. (Archiv für Photogrammetrie, IV. Band, S. 226.)

Riebesell sagt: „Aus der Bedeutung, die die Photogrammetrie für die verschiedensten Wissensgebiete hat, läßt sich allein schon die Forderung ihrer Einführung in die höheren Schulen ableiten. Dazu kommt aber noch die Einfachheit der Grundprinzipien, die Möglichkeit der Verknüpfung planimetrischer mit stereometrischen und trigonometrischen Sätzen, die Beziehungen zwischen Trigonometrie und darstellender Geometrie, endlich die Verwertung optischer und chemischer Kenntnisse beim Sehen und Photographieren. Die mit den Reformbestrebungen aufgestellte Forderung, die mathematischen Grundbegriffe aus der Umgebung abzuleiten und wieder auf die Umgebung anzuwenden, haben zu einer wesentlichen Förderung praktisch-geometrischer Messungen auf die Schule geführt. Die Überflügelung der alten geodätischen Technik durch die Anwendung der Phototheodolite macht die Einführung letzterer in die Schule notwendig. Dabei bietet sich gleich-

zeitig Gelegenheit, die Schüler selbst zu vielseitiger Tätigkeit heranzuziehen und eine neue Gruppe von mathematisch-physikalischen Schülerübungen zu schaffen.

Wenn trotz der vielen Hinweise auf die Bedeutung der Photogrammetrie und die Möglichkeit ihrer Nutzbarmachung für die Schule keinerlei praktische Versuche in dieser Richtung gemacht sind, so lag das an verschiedenen technischen Schwierigkeiten und an der Kompliziertheit der in der Praxis benützten Apparate."

Riebesell zeigt nun in seiner Abhandlung, wie diese Schwierigkeiten umgangen werden können und wie mit den einfachsten Hilfsmitteln Apparate zu konstruieren sind, die den Anforderungen der Schule vollauf genügen.

Riebesell behandelt die Hauptaufgabe der Photogrammetrie, die Höhen- und Entfernungmessung, das Vorwärtseinschneiden mit geneigten Platten, das Vorwärtseinschneiden mit parallelen Platten, das Rückwärtseinschneiden (Pothenotsche Aufgabe), doppeltes Rückwärtseinschneiden (Hansensche Aufgabe), Stereophotogrammetrie, Mikrophotogrammetrie und weitere Verwendungsmöglichkeiten der von ihm verwendeten Apparate — wahrlich eine Fülle von dankenswerten Aufgaben für die Schule.

Wir freuen uns, daß nunmehr die Photogrammetrie in der Schule festen Fuß zu fassen beginnt, wobei wir bemerken, daß wir ihren elementaren Betrieb an Mittelschulen technischer Richtung schon vor mehr als einem Jahrzehnt empfohlen haben. D.

2. Zur Frage der Einführung der Photogrammetrie in den Schulunterricht. Unter diesem Titel schreibt Prof. Reismann, veranlaßt durch die Abhandlung des Dr. Riebesell, welche im 46. Jahrgange der „Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht aller Schulgattungen" 1915 veröffentlicht wurde, im 47. Jahrgange derselben Fachzeitschrift über die Erfahrungen, die er mit photogrammetrischen Problemen und etwa gleichzeitig und unabhängig von Riebesell gesammelt hat, nachstehendes:

Die Veranlassung zur Einführung einer photogrammetrischen Vermessung bot sich mir im astronomischen Unterrichte bei der Besprechung der Fixsternparallaxe und ihrer Messung nach dem sehr exakten und gleichzeitig anschaulichen Verfahren von J. C. Kapteyn.

Kapteyn hat, wie bekannt, vorgeschlagen, die zu untersuchende Sterngruppe zu drei verschiedenen Zeiten im Laufe eines Jahres auf derselben Platte zu photographieren, und zwar so, daß die Platte bei jeder neuen Aufnahme um etwa 1 *mm* verschoben wird. Bei allen Sternen mit unmeßbarer Parallaxe werden dann die Bilder eines jeden dieser Sterne um die gleichen konstanten Entfernungen von 1 *mm* auseinanderstehen: bei solchen aber von meßbarer Parallaxe, bei denen also eine scheinbare Verschiebung des Sternes, hervorgerufen durch die Ortsveränderung des Beobachters, stattgefunden hat, sind die Entfernungen der Sternbilder auf der Platte nicht mehr konstant: aus ihrer Verschiebung läßt sich verhältnismäßig leicht die Entfernung des Sternes bestimmen.

Dieses Verfahren, das sich wie alle photographischen Methoden durch die Fülle des gleichzeitig gelieferten Beobachtungsmaterials auszeichnet und darum bei systematischen Untersuchungen des Sternenhimmels mehr und mehr Anwendung findet, läßt sich an einfachen Zeichnungen und Modellen leicht erklären. Ich habe es jedoch vorgezogen im Interesse der Grundlichkeit etwas näher auf das Problem der Parallaxenbestimmung einzugehen, und dies führte mich dazu, mit der Klasse eine ganz einfache photogrammetrische Messung durchzuführen.

Die äußeren Umstände waren dazu nicht ungünstig. Die Schülerzahl war klein (einmal 12, ein zweitesmal 7), das Schulgebäude hat eine hohe, freie Lage mit weitem Ausblick nach allen Seiten; die zwei Aufnahmen konnten also vom Dache des Gebäudes aus innerhalb der Unterrichtszeit gemacht werden. Die Basis war beiläufig 25 *m*. Als Kamera benützte ich eine Stativkamera mit gutem Objektiv von 20 *cm* Brennweite. Die horizontale Einstellung der Grundplatte geschah mit einer empfindlichen Libelle. Um die innere Orientierung der Aufnahme festzusetzen,

brachte ich auf der Mitte der Mattscheibe eine kleine Marke an und sorgte dafür daß das Bild eines etwa 4 *km* entfernten Kirchturmes jedesmal auf diese Marke fiel Damit waren die Platten mit ausreichender Genauigkeit parallel gerichtet. Betreffs der für diesen Spezialfall sehr einfachen Formeln verweise ich auf die Abhandlung des Herrn Riebesell.

Um die Ausmessung zu erleichtern, fertigte ich von jeder Platte mehrere Abzüge an, damit jedem Schüler Gelegenheit geboten war, die Einzelheiten der Reduktion aus eigener Tätigkeit zu erkennen, und zwar diente als Nullpunkt der Messungen die durch das Bild des Kirchturms gelegte Vertikale.

Die Rechnungen wurden nun so weit geführt, bis die Koordinaten einzelner auffallender Punkte in bezug auf ein beliebiges Koordinatensystem berechnet waren. Danach wurde dann in entsprechend verkleinertem Maßstabe eine Karte entworfen.

Damit war einmal die Methode der Parallaxenbestimmung klargelegt und damit auch der Grundgedanke des modernen Meßbildverfahrens herausgearbeitet.

Daß die Schüler solchen Fragen Interesse entgegenbringen, namentlich jetzt zur Kriegszeit, bedarf kaum einer Versicherung.

Ich habe Einzelheiten näher angeführt, einmal um die Bedeutung des Problems darzutun, dann aber auch, um zu zeigen, wie weit man meines Erachtens im Klassenunterricht gehen darf. Über diesen einfachsten Fall paralleler Platten hinauszugehen, scheint mir unnötig zu sein, da das ganze Problem durch das Gebotene klargelegt und die Messung zu einem gewissen Abschlusse geführt ist. Alles weitere ist wohl für Durschnittsschüler ungeeignet, da das Verständnis für das photogrammetrische Verfahren durch Heranziehung eines weniger speziellen Falles nicht wesentlich vertieft werden, sondern eher unter einem Wust trigonometrischer Formeln schwinden kann.

Hingegen wird sich im Linearzeichnen bei der Behandlung der Perspektive nochmals Gelegenheit bieten, photogrammetrische Probleme zu behandeln und dann auch mit mehr Genauigkeit durchzuführen. D.

3. „Eine vereinfachte photogrammetrische Methode zur Festlegung der Gestalt räumlicher Gebilde." Von k. k. Oberingenieur Dr. Fritz Schaffernak in „Mitteilungen des Technischen Versuchsamtes", Wien 1916 und „Mitteilungen der Technik für die Kriegsinvaliden", Heft 3, Wien 1916.

Das neue photogrammetrische Verfahren zur Festlegung räumlicher Gebilde schildert der Autor in folgender Weise:

„In der Technik ist es gebräuchlich, die Gestalt räumlicher Gebilde, namentlich wenn sie komplizierte Formen aufweisen, durch die Wiedergabe von Parallelschnitten des Gegenstandes festzulegen. Wie bekannt, benützt vornehmlich die Geodäsie diese Darstellungsweise für die Versinnlichung der mannigfaltigen natürlichen Terrainformen. Zur Ermittlung der Gestalt dieser hier Schichtenlinien genannten Parallelschnitte bedient man sich in neuerer Zeit mit großem Vorteile des photogrammetrischen Aufnahmeverfahrens. In das technische Meßverfahren an Gegenständen geringer Ausdehnung übertragen, versagt diese sonst ungemein leistungsfähige allgemeine photogrammetrische Meßmethode, weil das Auffinden der identen Punkte bei kleineren und wenig detailreichen Körpern nicht nur mühsam wird, sondern in den meisten Fällen überhaupt ausgeschlossen ist. Nach einer vom Verfasser ausgearbeiteten Methode läßt sich aber gerade an solchen Gebilden ein vereinfachtes photogrammetrisches Schnittlinienverfahren anwenden und damit die Gestalt des Körpers nicht nur rasch, sondern auch mit vollster Präzision festlegen.

Erzeugt man mit Hilfe einer an der Unterseite eines die Lichtquelle einschließenden Kastens *K* angebrachten schlitzförmigen Blende die schmale Lichtfläche *F* und läßt man dieses flächenförmige Lichtbündel in einem vollständig verdunkelten Aufnahmeraum auf das Gebilde *G* auffallen, so markiert sich die Querschnittsfigur als helle Lichtlinie *L*. Ein gegenüber aufgestellter photographischer Apparat wird unter der Bedingung, daß seine optische Achse normal zur Lichtfläche *F* gerichtet ist, ein maßstabrichtiges und verzerrungsfreies, verjüngtes Bild der Schnittfigur entwerfen. Erhält weiter die Kassette *S* des photographischen Apparates eine

Einrichtung zu Serienaufnahmen und wird der parallele und geradlinige Vorschub des gesamten Aufnahmeaggregates in Übereinstimmung mit der Kassettenverschiebung gebracht, so ist damit nicht nur die erwähnte maßstabrichtige Aufzeichnung der einzelnen Parallelschnitte, sondern auch die Wiedergabe ihrer gegenseitigen Lage im Raum erreicht, also damit ein Schichtenplan des aufzunehmenden Gebildes gegeben. Die Orientierung, sowie die Bestimmung des Verjüngungsverhältnisses der Aufnahme zur Natur geschieht mit Hilfe eines ebenfalls durch Lichtmarken fixierten Maßstabes.

Dieses neue Verfahren fand zuerst Anwendung in der Versuchsanstalt für Wasserbau in Wien zur Darstellung der veränderlichen Formen der Metallflüsse und hat dort gegenüber anderen bisher gebräuchlichen Methoden nicht nur den Vorteil der Zeitersparnis gebracht, sondern vor allem die Aufnahmegenauigkeit bis auf Bruchteile eines Millimeters erhöht. Naturgemäß läßt sich jeder lichtundurchlässige Körper in dieser Art aufnehmen. Unter anderen sind Luftschrauben für Flugzeuge hienach mit bestem Erfolge aufgemessen worden. Wohl die eigenartigste und ihrer Aktualität wegen bemerkenswerte Anwendung fand dieses Meßverfahren auf klinischem Gebiete. Einer Anregung seiner Exzellenz Dr. W. Exner entsprechend sind hienach Profilierungen von verstümmelten Gliedmaßen kriegsbeschädigter Soldaten ausgeführt worden. Es ist damit die Aufgabe, die Veränderungen der Gliedmaßenstümpfe — was für die Ausgestaltung der Prothesen von Wichtigkeit ist — festzustellen, in einfachster Weise gelöst worden, weil im Übereinanderlegen der zu verschiedenen Zeitpunkten aufgenommenen maßstabgerechten Bilder der Querschnitte sofort die allenfalls inzwischen eingetretene Deformation des Stumpfes erkennen und bestimmen läßt.

Das Anwendungsgebiet dieses photogrammetrischen Schnittlinienverfahrens ist mit den erwähnten Beispielen gewiß nicht erschöpft und dürfte vielleicht gerade durch die hier gebrachte Mitteilung manche für die technische Arbeit wertvolle Erweiterung erfahren."

Die im vorstehenden Artikel sowie in der Abhandlung: „Die Versuchsanstalt für Wasserbau im k. k. Ministerium für öffentliche Arbeiten" der „Zeitschrift des Österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins", Wien 1916, veröffentlichte photogrammetrische Schnittlinien-Methode durch Oberingenieur Dr. F. Schaffernak gaben Prof. Dr. K. Zaar Veranlassung, für diese Methode die Priorität zu beanspruchen mit dem Hinweise darauf, daß er am 27. Februar 1914 in einer Monatsversammlung der „Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie", Sektion „Österreich", einen öffentlichen Vortrag „Über ein photogrammetrisches Körpermessungsverfahren" die Schnittlinien-Methode behandelte und an Lichtbildern demonstrierte, ferner daß er im „Internationalen Archive für Photogrammetrie", IV. Band, 1914, S. 64, eine Abhandlung über das Verfahren publizierte. — Oberingenieur Schaffernak entgegnete Prof. Zaar, daß er das von ihm ersonnene Schnittlinienverfahren in der staatlichen Versuchsanstalt für Wasserbau in Wien bereits im Herbste 1913 angewendet habe, was in Protokollen der Anstalt niedergelegt sei.

Die Redaktion sieht es für ihre Pflicht an, diese Angelegenheit den Lesern des „Archives für Photogrammetrie" zur Kenntnis zu bringen, und gibt gleichzeitig der Meinung Ausdruck, daß es in der Wissenschaft alter Brauch ist, bei einem Prioritätsstreite grundsätzlich jenem Autor die Priorität zuzuerkennen, der die neue Idee, die Formulierung eines neuen Satzes, die neue Lösung einer Aufgabe usw. in einem öffentlichen Vortrage oder in einer Druckschrift zuerst der Allgemeinheit bekanntgemacht hat.

Wir freuen uns, daß das neue Körpermessungsverfahren, die Schnittlinien-Methode, im Weltkriege eine so nützliche Verwendung gefunden hat, und bemerken, daß wir Gelegenheit hatten, im Frühjahr 1915 Ingenieuren, welche Gestalt- und Größenbestimmungen an unregelmäßigen Körpern (Propellerflügeln) durchzuführen hatten, neben anderen photogrammetrischen Verfahren auch die uns damals bekannte Zaarsche Methode der Lichtschnittebenen zu empfehlen. D.

Bibliographie.

1. Selbständige Werke.

Frank E. Ross: Latitude Observations with Photographic Zenith Tube at Gaitherburg' U. S. Coast and Geodetic Survey, Special Publication Nr. 27, 1915.

Heindl Dr. R.: „Photogrammetrie ohne Spezialkamera", Vogel. Leipzig 1915.

Riebesehl Dr. P.: „Photogrammetrie in der Schule" als Programm der Oberrealschule St. Georg zu Hamburg 1914, auch selbständig im Verlage Quelle und Mayer, Leipzig 1914.

2. Journalliteratur.

Adamczik J.: „Präzisions-Stereophotogrammetrie" in „Sitzungsberichten der kais. Akad. d. Wisssenschaften", 124. Band, Wien 1915.

Adamczik J.: „Stereophotogrammetrische Punktbestimmung bei überschüssigen Messungen durch Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen", 125. Band, ebenda 1916.

Arneberg J.: „En fotogrammetrisk Undersøkelse" in „Saertryk av teknisk ukeblad" 1915, (in norwegischer Sprache).

Arneberg J.: „Om avstandsbe dømmelse utover siø" in „Norsk Artilleritidskrift" 1915.

Dokulil Dr. Th.: „Dr. Franz Eichbergs Apparate für photogrammetrische Tatbestandsaufnahmen" in „Zeitschrift für Feinmechanik", Berlin 1916, in „Photographische Korrespondenz", Wien 1916 und im „Archiv für Kriminologie", Leipzig 1916.

Doležal E.: „Das Rückwärtseinschneiden auf der Sphäre, gelöst auf photogrammetrischem Wege" in „Sitzungsberichten der kais. Akad. d. Wissenschaften", 124. Band, Wien 1915.

Duda: Geschoßphotographie bei Tageslicht" in „Photographische Korrespondenz", Wien 1916

Feheri A.: „Verwendung der Ballonphotographie im Kriege" in „Photographische Korrespondenz", Wien 1916.

Goldberg: „Das Scheimpflugsche System einer Kartographierung aus der Luft" in „Prometheus", 26. Jahrgang, Leipzig 1915.

Heindl Dr. R.: „Photogrammetrie ohne Spezialkamera" in „Archiv für Kriminal-Anthropologie und Kriminalistik", Leipzig 1916.

Herzig E.: „Die Photographie aus dem Flugzeuge" in „Photographische Korrespondenz", Wien 1915.

Kappel: „Die Photokarte als Unterlage für städtebauliche Arbeiten" in „Der Städtebau", 1914

Krone J.: „Die Anwendung der Photographie beim Venusdurchgang vor 40 Jahren und Bericht über die damalige deutsche Venusexpedition nach den Ancklandsinseln" in „Photographische Korrespondenz", Wien 1915.

Lagally: „Über eine dem Lambertschen Probleme der acht Punkte verwandte Aufgabe" in „Sitzungsberichten der math.-phys. Klasse der kgl. Bayer. Akad. d. Wissensch. zu München", 1912.

Löschner Dr. H.: „Architektur-Photogrammetrie mit einfachsten Mitteln" in „Österr. Wochenschrift für den öffentl. Baudienst", Wien 1916.

Löschner Dr. H.: „Neue Anwendungen der Stereophotogrammetrie", ebenda 1916

Miethe Dr. A.: „Über stark verkleinerte photographische Aufnahmen für maßtechnische Zwecke" in „Zeitschrift für Instrumentenkunde", Berlin 1912.

Müller G.: „Über die stereoskopische Meßkunst und einen erstmaligen Versuch ihrer Anwendung bei Eisenbahnvorarbeiten in China" in „Zentralblatt der Bauverwaltung", 34. Jahrgang, Berlin 1914.

Prohaska R.: „Der Kino-Photo-Theodolit" in „Mitteilungen über Gegenstände des Artillerie- und Geniewesens", Jahrgang 1916, Wien und „Zeitschrift der beh. aut. Zivil-Geometer in Österreich", Wien 1916.

Riebesehl Dr. P.: „Photogrammetrie in der Schule" in „Zeitschrift für math. und naturwissensch. Unterricht aller Schulgattungen", Leipzig 1915.

Schaffernak Dr. F.: „Eine vereinfachte photogrammetrische Methode zur Festlegung der Gestalt räumlicher Gebilde" in „Mitteilungen des Technischen Versuchsamtes", Wien 1916 und „Die Technik für die Kriegsinvaliden", Heft 3, April 1916.

Schaffernak Dr. F.: „Die Versuchsanstalt für Wasserbau im k. k. Ministerium für öffentliche Arbeiten" und „Zeitschrift des Österr. Ingenieur- und Architekten-Vereines", Wien 1916.

Wolff: „Photogrammetrie und Baukunst im Mathematikunterrichte" in „Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht", Heft 8. Leipzig 1916

„Der photographische Raketenapparat" in „Photographischer Korrespondenz", Wien 1915

„Über eine neue automatische Kamera für Flugzeuge" in „Photographic Dealer", 1915.

Vereinsnachrichten.

Sektion „Österreich" der „Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie".

Vereinsjahr 1915.

Auch im Jahre 1915 fanden keine Monatsversammlungen statt und die ordentliche Hauptversammlung konnte in satzungsmäßiger Weise nicht abgehalten werden; der Ausschuß nahm den Kassabericht des Kassiers entgegen, der nachstehend folgt:

Kassaübersicht für 1915.

Soll	K	Haben	K
Barbestand am 1. Januar 1915	187·93	Postsparkassen-Manipulationsgebühr	—·68
Effektendepot	6633·66	Für Drucksorten	427·61
Zinsen	558·56	Für Diener	50·—
Unterstützungen	1396·22	Auslagen Kassenführer	15·95
Mitgliederbeiträge	60·—	Effektendepot	6633·66
	8836·37	Barbestand 31. Dezember 1915	1708·47
			8836·37

Wien, am 14. Februar 1916.

Geprüft und richtig befunden:

R. Goldmann m. p. August Rost m. p.

Dem Herrn Direktor F. Neuffer wurde für die mühevolle und stets korrekte Führung der Kassageschäfte Dank und Anerkennung ausgesprochen, ebenso wurde der Dank an Herren Revisoren R. Goldmann und A. Rost zum Ausdrucke gebracht.

Die satzungsmäßigen Neuwahlen des Ausschusses waren nicht möglich und die gewählten Mitglieder des Vorstandes (siehe IV. Band, S. 277) haben sich bereit erklärt, ihre Funktionen auch für das Vereinsjahr 1916 auszuüben.

Sektion „Deutschland" der „Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie".

Die Leitung der Sektion „Deutschland" hat keine Mitteilungen zur Veröffentlichung eingesendet.

Bibliothek der Gesellschaft.

Der Professor J. Adamczik in Prag und der Geheime Hofrat Prof. Dr. S. Finsterwalder in München haben der Bibliothek der Gesellschaft nachstehende Publikationen gewidmet:

Adamczik J.: Präzisions-Stereophotogrammetrie, Sonderabdruck, Wien 1915.

Adamczik J.: Stereophotogrammetrische Punktbestimmung bei überschüssigen Messungen, durch Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen, Sonderabdruck, Wien 1916.

Finsterwalder Dr. S.: „Zur photogrammetrischen Praxis", Sonderabdruck, Stuttgart 1896.

Der Vernagtferner, Prag 1897.

Die geometrischen Grundlagen der Photogrammetrie, Sonderabdruck, Leipzig 1898.

„Ortsbestimmungen im Ballon", Sonderabdruck, München 1899.

„Photogrammetrische Aufnahme von Höhenkarten vom Luftballon aus", Sonderabdruck, München 1900.

„Eine Grundaufgabe der Photogrammetrie", Sonderabdruck, München 1903.

Die topographische Verwertung von Ballonaufnahmen, Sonderabdruck, München 1903.

Neue Methode zur topographischen Verwertung von Ballonaufnahmen, Sonderabdruck, München 1902.

Das Rückwärtseinschneiden im Raume, Sonderabdruck, München 1903.

Eine neue Art die Photogrammetrie bei flüchtigen Aufnahmen zu verwenden, Sonderabdruck 1904.

Flüchtige Aufnahmen mittels Photogrammetrie, Sonderabdruck 1905.

Über die mittels der photogrammetrischen Flinte im Luftballon erzielten Resultate, Sonderabdruck 1905.

Photogrammeter, München 1905.

Die Photogrammetrie als Hilfsmittel der Geländeaufnahme, Sonderabdruck, Hannover 1905.

Photogrammetrie, Sonderabdruck, Leipzig 1909.

Photogrammetrische Aufnahmen, Sonderabdruck, Stuttgart 1911.

Die Neuvermessung des Suldenferners 1906 und dessen Veränderungen in den letzten Jahrzehnten, Sonderabdruck, Berlin 1913.

Photogrammetrische Aufnahmen, Sonderabdruck, Stuttgart 191[illegible]

Eine neue Lösung der Grundaufgabe der Luftphotogrammetrie, Sonderabdruck, München 1915.
Scheufele W.: Die Aufgabe der sechs Punkte in der Photogrammetrie, Dissertation, Leipzig 1907.
Rudel E.: Die Orientierung photogrammetrischer Aufnahmen bei vertikaler Bildebene unter Benützung magnetischer Azimute, Dissertation, Ludwigshafen 1908.
Förg K.: Die Bestimmung des Standpunktes und der äußeren Orientierungselemente in der Photogrammetrie bei bekannter innerer Orientierung, Sonderabdruck, Nürnberg 1909.
Riesner H.: Die Darstellung eines Objektes aus drei photographischen Aufnahmen mit gegebenen Apparatkonstanten bei unbekannten Standpunkten, Dissertation, München 1911.
Scheck F.: Einfache und stereoskopische Bildmessung im reinen Felsgebiete, Dissertation, München 1912.
Lagally M.: Über eine dem Lambertschen Problem der acht Punkte verwandte Aufgabe, Sonderabdruck, München 1912.

Schluß der Redaktion: November 1916.

Fig. 3.

Fig. 4.

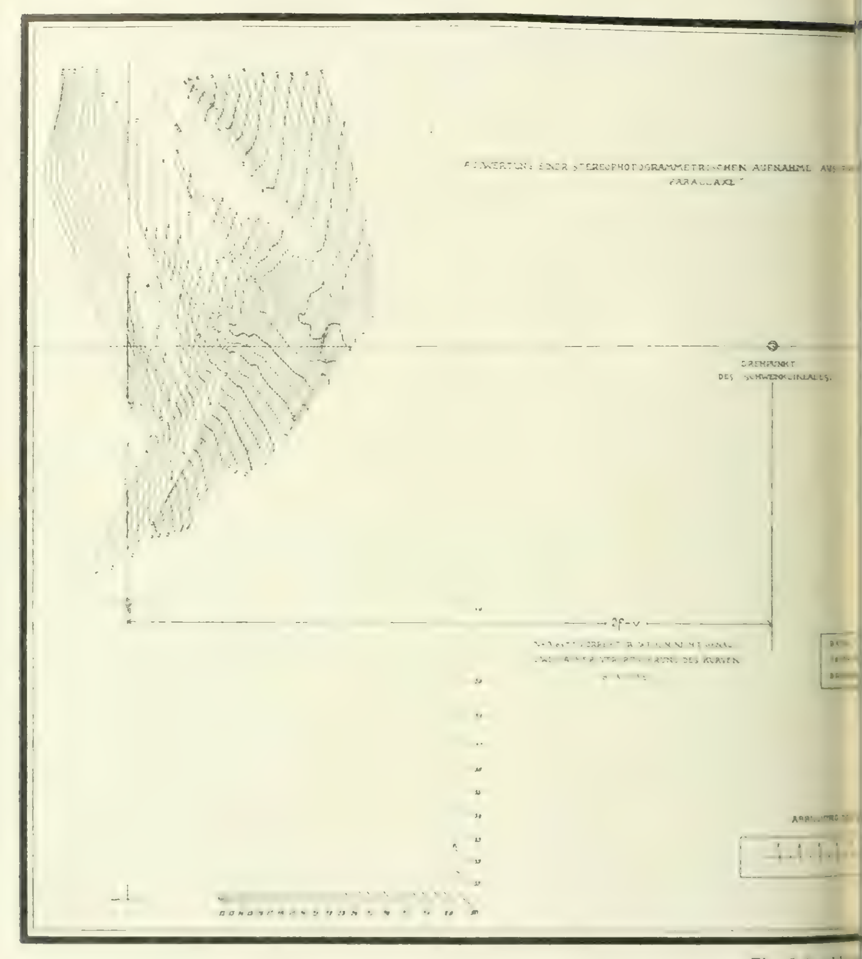


Fig. 5 (verklein

…Darstellung.)

1:4000

Fig. 8.

1:4000

Fig. 9.

INTERNATIONALES
ARCHIV FÜR PHOTOGRAMMETRIE

Redaktion: Hofrat Prof. E. DOLEŽAL in Wien.

V. Jahrgang.	November 1917.	Heft 3.

Ministerialrat Professor Ferdinand Edler v. Wang.



Geboren zu Bolechowitz am [illegible] Dezember [illegible] Gestorben zu Wien am [illegible] April [illegible]

Ministerialrat Prof. Ferdinand Edler v. Wang.

Von Hofrat Prof. E. Doležal.

Am 28. April 1917 schloß sich das Grab über Ministerialrat i. R. und o. ö. Professor der k. k. Hochschule für Bodenkultur zu Wien, Ferdinand Edlem v. Wang, einem sehr verdienten und angesehenem Mitgliede der Sektion „Österreich" der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie und vieljährigem Obmann-Stellvertreter derselben.

Geboren am 23. Dezember 1855 zu Bolechowitz, besuchte er nach Absolvierung der Realschule zunächst die Bauingenieurschule der Technischen Hochschule in Wien, absolvierte dann das forstwissenschaftliche Studium an der damals begründeten Hochschule für Bodenkultur und trat im Jahre 1878 bei der k. k. Forst- und Domänendirektion in Salzburg als Forsteleve in den Staatsdienst ein. Bei Neuorganisierung des forsttechnischen Dienstes der politischen Verwaltung wurde er im Jahre 1884 als Forstinspektionsadjunkt nach Cilli versetzt, kam jedoch schon nach zwei Jahren in die neu errichtete forsttechnische Abteilung für Wildbachverbauung, und zwar 1886 zur Sektion Villach und 1887 als Bauleiter der Landeskommission für die Regulierung der Gewässer nach Tirol, wo ihm die Verbauungsarbeiten in den politischen Bezirken Brixen, Bozen und Meran übertragen wurden.

Schon im Jahre 1889 wurde er zur Dienstleistung ins Ackerbauministerium einberufen und ihm fiel die Aufgabe zu, den Wildbachverbauungsdienst zu organisieren und auszugestalten.

Nach dem Ableben des Prof. Freih. v. Seckendorff wurde Wang mit der Abhaltung der Vorlesungen über Wildbachverbauung an der Hochschule für Bodenkultur betraut.

Der lehramtlichen Tätigkeit widmete sich Wang mit ganz besonderer Liebe und verfolgte mit regem Interesse alle auf das Verbauungswesen und die Wasserwirtschaft bezüglichen Publikationen und Neuerungen, um sie auch im Unterrichte nutzbringend zu verwerten.

Die dienstliche Laufbahn Wangs gestaltete sich verdienterweise günstig Bereits im Jahre 1897 wurde er zum Forstrate befördert; als im Jahre 1902 ein eigenes Departement für die technischen Agenden der Wildbachverbauung geschaffen wurde, ward er zur Leitung desselben berufen, rückte 1903 zum Oberforstrate vor und wurde im Jahre 1908 zum Ministerialrate ernannt.

Wang schrieb ein Werk: „Grundriß der Wildbachverbauung", welches das gediegenste und umfassendste auf diesem Gebiete erschienene Lehrbuch darstellt, das, den Bedürfnissen der Praxis im vollen Maße Rechnung tragend, auch außerhalb unseres Vaterlandes bekannt und geschätzt ist.

Alle Veröffentlichungen des Ackerbauministeriums, welche der Wildbachverbauung gewidmet sind, so:

„Die Wildbachverbauung in den Jahren 1883 bis 1894",

„Fortschritt und Erfolg auf dem Gebiete der Wildbachverbauung“ für die land- und forstwirtschaftliche Ausstellung 1890,

„Die Wildbachverbauung in Österreich“ 1900 usw.

stammen aus seiner Feder.

Ministerialrat v. Wang, der als absolvierter Bauingenieur Forsttechniker wurde, war der eifrigste Förderer aller Reorganisationsbestrebungen des forsttechnischen Unterrichtes an der Hochschule für Bodenkultur. Die den wissenschaftlichen und praktischen Bedürfnissen entsprechende Erweiterung des Studienplanes durch Einbeziehung der wichtigen Zweige der bautechnischen Fächer fand in ihm einen warmen Fürsprecher.

Zu seinen wichtigsten Bestrebungen ist die Herstellung enger Beziehungen zwischen Forst- und Ingenieurwesen zu rechnen, wobei es seinen Bemühungen gelang, eine Fachgruppe der Bodenkulturingenieure im Österreichischen Ingenieur- und Architektenvereine, dem größten und angesehensten technischen Vereine der Monarchie, zu schaffen und die Ebenbürtigkeit der Absolventen der Hochschule für Bodenkultur mit den Technikern der anderen Fachrichtungen auch gegenüber der Öffentlichkeit zur Anerkennung zu bringen. Der österreichische Forstmannsstand hat als Angehöriger des genannten Vereins zweifellos eine schätzbare Förderung erfahren.

v. Wang suchte der breiteren Öffentlichkeit die in Österreich erzielten Erfolge auf dem Gebiete des Verbauungswesens zu vermitteln. Dies geschah durch gelungene Veranschaulichung der geleisteten Arbeit auf Ausstellungen, so auf der Pariser Weltausstellung 1900, auf dem Internationalen landwirtschaftlichen Kongresse in Wien 1907, auf der Ersten internationalen Jagdausstellung in Wien 1910, auf der Adriaausstellung Wien 1913 und der Internationalen Baufachausstellung in Leipzig 1913.

Die hervorragenden Verdienste des Verstorbenen fanden mannigfache Würdigung. Neben den akademischen Auszeichnungen zuerst eines a. o., später eines o. ö. Professors, wurde ihm das Ritterkreuz des Franz Joseph-Ordens, des kaiserl. österr. Leopold-Ordens verliehen und bei seinem Übertritte in den Ruhestand wurde er in den Adelstand erhoben. Viele ausländische Orden und Auszeichnungen schmückten seine Brust.

Ministerialrat v. Wang war ein Mann von außergewöhnlicher Arbeitskraft, beseelt von nimmermüder Arbeitsfreude; seine Leistungen in Wildbachverbauung sind von hohem volkswirtschaftlichen und landeskulturellen Werte, seine Tätigkeit in Lehre und Forschung verschaffte ihm einen geachteten Namen.

Auch die „Photographische Meßkunst“ hat durch den Tod des Ministerialrates v. Wang einen Verlust erlitten, sie hat einen wahren Freund und einen warmen Gönner verloren.

Als in den letzten Neunzigerjahren des verflossenen Jahrhundertes die Photogrammetrie in unserem Vaterlande durch Prof. Schiffner, die Ingenieure Hafferl, Pollack, die Hochschulprofessoren Schell und Steiner u. a. in technischen Fachkreisen näher bekannt wurde, trat Wang auch diesem neuen Zweige des Vermessungswesens näher.

Wang gebührt das Verdienst, daß das Ackerbauministerium die Photogrammetrie mit regem Interesse verfolgte und sich veranlaßt fand, diesem Gegenstande seine volle Aufmerksamkeit zu schenken und dessen Anwendung in allen Zweigen des Forstwesens genauestens erforschen zu lassen.

Unter Leitung des Professors Friedrich Steiner von der k. k. Deutschen Technischen Hochschule in Prag wurde im Jahre 1890 ein 14 Tage währender, mit praktischen Übungen verbundener Kurs abgehalten, welcher die vom Ackerbauministerium zum Studium abgeordneten Organe des Staatsforstdienstes und der politischen Verwaltung in den Stand setzte, sich auf rascheste Weise mit dem Wesen der neuen Methode vertraut zu machen und über alle einschlägigen Fragen eine gründliche Information zu erhalten.

Nach Absolvierung dieses Einführungskurses schritt Wang an die Auswertung des Verfahrens in der Praxis der Wildbachverbauung und an die Ausnützung für den Hochschulunterricht. v. Wang war unstreitig der erste, der die Photogrammetrie an einer forstlichen Hochschule tradierte. Vor der Jahrhundertwende wurde bereits eine Dozentur für Photogrammetrie an der Hochschule für Bodenkultur geschaffen, welche Wang inne hatte und nach Einführung der Stereophotogrammetrie entsprechend ausgestaltete.

Die äußerst klar geschriebenen Aufsätze: „Die Anwendung der Photogrammetrie im forstlichen Haushalte" und „Die photogrammetrischen Instrumente" in der „Österreichischen Forstzeitung" in den Jahren 1892 und 1893, die Abhandlung: „Die Photogrammetrie oder Bildmeßkunst im Dienste des Forsttechnikers", veröffentlicht 1893 in den „Mitteilungen des krainisch-küstenländischen Forstvereins" und auch als Sonderabdruck erschienen, fanden die beifälligste Aufnahme, ebenso der Abschnitt: „Die Photogrammetrie" im II. Bande der „Grundzüge der Niederen Geodäsie", eines von Prof. Theodor Tapla von der Hochschule für Bodenkultur herausgegebenen Werkes.

Als im Jahre 1907 die geodätischen Fachkreise Wiens der Gründung einer „Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie" nähertraten, wirkte v. Wang im vorbereitenden Ausschusse verdienstvoll mit, wurde nach Konstituierung dieser wissenschaftlichen Vereinigung, die sich in der Folge zu einer „Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie" ausgestaltet hat, Ausschußmitglied und später Obmann-Stellvertreter derselben.

Am Morgen des 26. April d. J. ist v. Wang, dieser edle, gute Mensch, der unstreitig nur Freunde hatte, aus dem Leben geschieden, erlöst von einem unerbittlichen Leiden; ihm blieb die Schwere seines Zustandes verborgen, voll Lebenswillen und Schaffensfreude erhoffte er sich von den wärmenden und belebenden Strahlen der herannahenden Maiensonne Kraft und Stärkung. Leider kam es anders.

Ehre seinem Andenken!

Alphonse Bertillon.

Von Hofrat Prof. E. Doležal.

Alphonse Bertillon wurde am 22. April 1853 zu Paris geboren. Als kleiner Beamter der dortigen Polizeipräfektur widmete er sich in seiner freien Zeit dem Studium anthropologischer, anthropometrischer und polizeilicher Fragen und eignete sich als Autodidakt ein nicht unbedeutendes Wissen an. Im Jahre 1879 schritt Bertillon an die Aufstellung eines eigenen Systems des Erkennungsdienstes, der ihn weltberühmt machen sollte.

Die geistreiche Auswertung der Photographie, wobei Porträtaufnahmen mit Vorder- und Seitenansicht, die Abbildung der Hände und Fingerabdrücke (Daktyloskopie) zur Verwendung kamen, in Verbindung mit Anthropometrie, welche die charakteristischen Körpermaße mit besonderer Berücksichtigung der Ohren usw. benützt, führte auf einfache und exakte Identifikationsmethoden, welche geradezu einen wissenschaftlichen Polizeidienst (police scientifique) ermöglichte, den nun die französische Polizeibehörde in richtiger Erkenntnis der großen Bedeutung für die Allgemeinheit auf das tatkräftigste förderte.

Bertillon wurde zum Leiter des Identifikationsbureaus der Pariser Polizeipräfektur ernannt, studierte und vervollkommnete das nach ihm als Bertillonage bezeichnete Verfahren und organisierte diesen Teil des polizeilichen Dienstes in anerkannt mustergültiger Weise. Es wurde ein ganzes Institut geschaffen, das in schönen Räumen des Justizpalastes geeignete und geräumige Lokalitäten erhielt und im Jahre 1890 eröffnet wurde.

Das geistreiche, wohldurchdachte System Bertillons, das die Anwendung der Anatomie und Anthropologie zur Personenbeschreibung und individuellen Erkennung der Verbrecher heranzieht, das durch die Erfindung des anthropometrischen Signalements der Daktyloskopie und des „portrait parlé" einen untrüglichen Behelf in den Erkennungsdienst der Polizei stellt, stieß anfänglich auf einen förmlich passiven Widerstand. Es ist ein Verdienst des Direktors der k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt in Wien, Hofrates Prof. Dr. J. M. Eder, der gelegentlich einer Studienreise im Jahre 1894 in Paris das Bertillonsche Institut besuchte, die großartige Organisation und Bedeutung für den Polizeidienst mit richtigem Blicke erkannte und dann an die Bekanntmachung des Bertillonschen Systems in Deutschland und Österreich schritt. Eder veranlaßte die deutsche Übersetzung des grundlegenden Bertillonschen Werkes: „La photographie judiciaire avec un appendice sur la classification et l'identification anthropométrique, Paris, 1890", dessen Herausgabe unter Bertillons Mitwirkung bei Wilhelm Knapp in Halle a. S. im Jahre 1895 erfolgte.

Eder drückte sich in der Vorrede folgendermaßen aus: „Die von Bertillon durchgeführte sinnreiche Organisation hat sich an der Pariser Polizeipräfektur vortrefflich bewährt, so daß die Einrichtung von photographisch-anthropometrischen Identifikationsämtern nach denselben Prinzipien auch andernorts als rätlich erscheint. Ich hatte wiederholt Veranlassung gefunden, meiner Überzeugung Ausdruck zu geben, daß es für alle Staaten

vorteilhaft wäre, sich der Pariser Organisation anzuschließen, was bisher wohl nur zum Teil geschah."

Nunmehr kam der Stein ins Rollen. In rascher Folge haben die Städte: Berlin, Wien, Dresden, Hamburg, Petersburg usw. photographische Ateliers und Laboratorien für den Polizei- und Gerichtsdienst errichtet, wobei bemerkt werden mag, daß Chikago bereits im Jahre 1895 die Bertillonsche Einrichtung hatte.

Was die „Photographische Meßkunst" betrifft, so hat Bertillon ihre Vorteile richtig erfaßt, sie bereits vor 17 Jahren zu gerichtlichen Zwecken herangezogen und speziell für den kriminalistischen Dienst bei Tatbestandsaufnahmen ausgewertet. Er schuf die „Metrische Photographie", um Distanz- und Dimensionsbestimmungen in äußerst einfacher Weise aus photogrammetrischen Aufnahmen zu gewinnen, konstruierte die hiezu erforderlichen Apparate, worüber in dem „Bulletin de la Société française de Photographie" und andern französischen Fachzeitschriften Artikel erschienen sind. Bertillon selbst verfaßte hierüber ein umfassendes Werk: „La Photographie métrique", Paris 1911.

Die mobilen Brigaden des polizeilichen Sicherheitsdienstes (Sûreté générale) haben mit durchschlagendem Erfolge diese Neuerung Bertillons eingeführt.

In Deutschland hat die rührige Dresdner Firma H. Ernemann G. m. b. H. die Fabrikation und das Vertriebsrecht der metrischen Apparate System Bertillon übertragen erhalten; diese Apparate werden geradezu in mustergültiger Ausführung hergestellt und sind im wahren Sinne des Wortes „Universalapparate" für die Gerichts- und Polizeiphotographie, indem sie nicht nur photogrammetrische Bilder zur metrischen Auswertung, sondern auch alle sonstigen photographischen Aufnahmen für Gerichts- oder forensische Photographie bieten.

Alphonse Bertillon war es, sagt sein bekannter Schüler Prof. Reiß in Genf, der als erster den Weg gewiesen hat, den die Photographie gehen mußte, um das außerordentlich nützliche Hilfsmittel der Polizei und der Gerichte, das sie heute ist, zu werden. Man kann Bertillon als den Begründer der modernen Gerichts- und forensischen Photographie bezeichnen; die „Metrische Photographie", für welches Gebiet der k.k Polizei-Oberkommissär Dr. Franz Eichberg in Wien im Geiste Bertillons in Österreich erfolgreich wirkte, ist seine letzte und gewiß nicht unbedeutendste Schöpfung. Die Bertillonschen Einrichtungen der Pariser Polizeipräfektur sind für den internationalen Polizeidienst vorbildlich geworden.

Alphonse Bertillon starb am 13. Februar 1914 in Paris.

Bertillons grundlegende Arbeiten und Schöpfungen fanden verdiente Anerkennung. Er bekleidete eine hohe Stelle in der Pariser Polizeipräfektur und war angesehenes Mitglied einer Reihe bekannter wissenschaftlicher Vereinigungen Frankreichs, so der Société d'Anthropologie de Paris, der Société de Statistique, der Société de psychologie und der Société française pour l'avancement des Sciences und besaß hohe Auszeichnungen: er war Chevalier de la Legion d'honneur, Officier de l'Ordre d'Orange-Nassau, Commandeur de l'Ordre du Saint-Sava, Chevalier de l'Ordre de Wasa,

Commandeur de l'Ordre de Saint-Stanislas, Ritter der Eisernen Krone. des Königl. Preuß. Kronenorden, Ridder af Dannebrog-ordenen, Officier de l'Étoile de Roumanie und Besitzer der Médaille d'honneur de Victoria, Reine d'Engleterre.

Von Bertillons wissenschaftlichen Arbeiten seien die wichtigsten angeführt:

1. Les races sauvages. Ethnographie moderne, Paris 1883.
2. L'identité des récidivistes et la loi de rélégation, Paris 1883.
3. La couleur de l'Iris, Paris 1885.
4. Conférence faite au Congrès pénitentiaire de Rouen sur l'identification par les signalements anthropométriques, Paris 1887 (auch ins Deutsche übersetzt).
5. Les proportions du Corps humain, Paris 1889.
6. La photographie judiciaire avec un appendice sur la classification et l'identification anthropométrique, Paris 1890 (ins Deutsche übersetzt)
7. Instructions signalitiques pour l'Identification anthropométrique avec un Album, Paris 1893 (ins Deutsche übersetzt) und
8. La Photographie métrique, Paris 1911.

Bestimmung der Konturen und des Areals ebener Flächen aus einer Photographie derselben.

Von Ing. J. Arneberg, Assistent der techn. Hochschule in Drontheim.

Ausgeführt mit Beitrag von „Norges tekniske Höiskoles Fond".

I.

Soll eine Karte eines willkürlichen Terrains aus Photographien derselben konstruiert werden, braucht man, wie bekannt, Bilder von wenigstens zwei Stationspunkten, deren gegenseitige Lage gegeben ist.

Willkürliche Bilder, z. B. aufgenommen von Aeroplanen aus, werden also kaum benützt werden, da man meistens Daten zur Orientierung derselben vermissen wird.

Erfüllen aber die Terrainpunkte, die man auf der Karte wiederzugeben wünscht, gewisse Bedingungen, z. B. daß sie sich in einer Ebene befinden, wie Meer- und Seekonturen, dann wird ein Bild unter gewissen Bedingungen genug sein.

Es dürfte daher von Wert sein, einen Versuch anzustellen: 1. Unter welchen Bedingungen und 2. mit welcher Genauigkeit man am einfachsten aus einer Photographie über eine begrenzte ebene Fläche die Konturen derselben in einem bestimmten Maßstab wiedergeben könne — und inwiefern man direkt das Areal einer Terrainfläche aus dem Areale der entsprechenden Fläche der Photographie berechnen könne.

Ich setze einen Phototheodolit als Instrument (Fig. 1) voraus, der genaue ebene perspektivische Bilder liefert, und gleichzeitig die vertikale Ebene durch die optische Achse des Fernrohrs und den Punkt H — den Hauptpunkt — in welchem diese Achse die Bildebene (Fig. 2) schneidet, auf die Photographie fixiert

Weiter muß die Kamera jede schräge Stellung gegen den Horizont oder gegen die gegebene Fläche einnehmen können, welche Schrägstellung man direkt wird ablesen können.

Die gegebene Fläche sei *F*. Der Apparat wird in einer passenden Entfernung der Fläche aufgestellt und am liebsten so hoch über dieselbe, daß das Bild so weit wie möglich über die ganze Mattscheibe verbreitet wird.

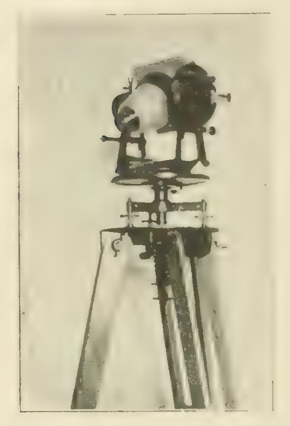


Fig. 1.

Für die gewählte Stellung der Kamera wird der horizontale und der vertikale Winkel abgelesen, und das Bild wird genommen. Jetzt wird die Kamera mit dem Fernrohre umgetauscht, und es wird dann mit diesem ein markierter Punkt des Terrains aufgesucht, in der Fläche *F* und in der vertikalen Ebene

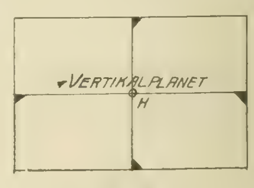


FIG. 2

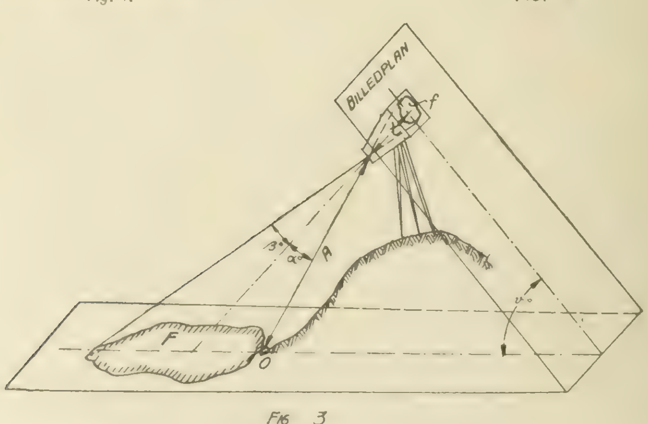


FIG 3

der optischen Achse des Fernrohrs gelegen, gegen den Punkt *O* der Konturkurve wie auf Fig. 3. Der Winkel bis zu diesem Punkt wird abgelesen.

Danach wird die Länge der Ziellinie *A* zu diesem Punkt *O*, von dem optischen Mittelpunkt des Kameraobjektivs aus gemessen, entweder mit Hilfe einer Distanzstange oder durch das Ausspannen eines dünnen Metallfadens

Sollte es schwer fallen, dieses Messen genau auszuführen, ist es besser, die Entfernung einiger markierten Punkte der Terrainfläche zu messen und die Größe A zu berechnen. Dieses wird später besprochen.

Vorläufig werden wir unsere Betrachtung auf die folgenden Größen gründen (Fig. 4):

1. Die Distanz der Kamera : t *cm* (gewöhnlich konstant für jeden Apparat) und in jedem Falle gemessen.

2. Den Winkel $v°$ zwischen der Bildebene und der Ebene der gegebenen Fläche oder Kurve.

3. Die Länge der früher besprochenen Ziellinie A *m*.

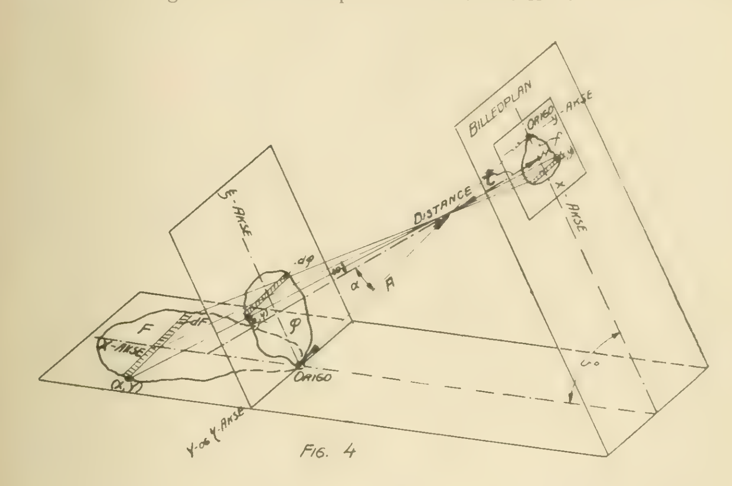


FIG. 4

4. Den Winkel α, das ist der Winkel in der optischen Mittelebene zwischen der Geraden A und der Senkrechten der Bildebene durch den optischen Mittelpunkt des Kameraobjektivs.

Um die Verbindung zwischen der Terrainfläche F und ihrem Bild f — der Photographie — zu untersuchen, werden wir eine Hilfsebene parallel zur Bildebene und durch den Schnittpunkt der Geraden A mit der Fläche benützen.

Heißt das Bild der gegebenen Fläche F in dieser Ebene φ, so ist die Verbindung zwischen φ und f durch einfache Proportionalität gegeben und wird durch den Faktor $\frac{A \cos \alpha}{t}$ ausgedrückt. Es ist daher ausreichend, die Verbindung zwischen φ und F zu untersuchen.

Als Achsensystem wählen wir dazu: Die Schnittgeraden zwischen der optischen Mittelebene und den Ebenen F und φ als Abszissenachsen (X und ξ) und ferner die Schnittgerade zwischen den Ebenen F und φ als Ordinatenachse (Y und η). Die letztere wird also gemeinsam sein.

Wir haben dann (Fig. 5) für eine willkürliche Zielebene unter dem Winkel ω:

$$X : \sin\left(\frac{\pi}{2}+\omega\right) = \xi : \sin\left[\frac{\pi}{2}-(v+\omega)\right]$$

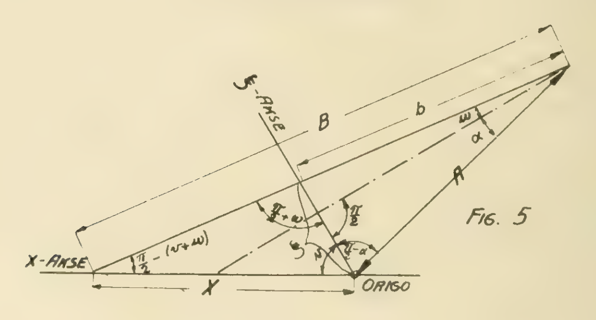
$$X = \frac{\xi \cos\omega}{\cos(v+\omega)}$$

oder

$$X = \frac{\xi\cos\omega}{\cos v\cos\omega - \sin v\sin\omega} = \frac{\xi}{\cos v - \sin v\; tg\,\omega}.$$

Wird hier eingesetzt: $tg\,\omega = \frac{\xi - A\sin\alpha}{A\cos\alpha}$ und ausgerechnet, erhält man:

$$X = \frac{A\,\xi\cos\alpha}{A\cos(v-\alpha) - \xi\sin v} \qquad (1)$$



Weiter ist:

$$Y : B = \eta : b$$

und

$$b\cos\omega = A\cos\alpha, \text{ woraus } b = \frac{A\cos\alpha}{\cos\omega}$$

und ferner: $B : \sin\left|\frac{\pi}{2}+(v+\omega)\right| = A : \sin\left|\frac{\pi}{2}-(v+\omega)\right|$

und hieraus

$$B = \frac{A\cos(v-\alpha)}{\cos(v+\omega)}.$$

Werden die Ausdrücke für B und b in die Proportion eingesetzt, erhält man:

$$\frac{A\cos(v-\alpha)\,.\,\eta\,.\cos\omega}{\cos(v+\omega)\,.\,A\cos\alpha}$$

$$\frac{\eta\cos(v-\alpha)}{(\cos v - \sin v\; tg\,\omega)\cos\alpha}$$

$$\frac{\eta\cos(v-\alpha)}{\left(\cos v - \sin v\,.\,\frac{\xi - A\sin\alpha}{A\cos\alpha}\right)\cos\alpha}$$

und schließlich

$$Y = \frac{A\,\eta \,.\, \cos (v - \alpha)}{A \cos (v - \alpha) - \xi \sin v} \tag{2}$$

Die Gleichungen (1) und (2) etablieren also die Transformation zwischen den zwei Ebenen F und φ. Es wird später gezeigt werden, welche geometrische Konstruktion aus diesen Gleichungen zur Verbindung korrespondierender Punkte in den zwei Ebenen hergeleitet werden kann.

Zuerst werden wir untersuchen, ob es möglich sei, wenn das Areal der Fläche f — und damit das gleichartige φ — z. B. durch Planimetrierung bestimmt ist, das Areal der Fläche F mit Hilfe der gemessenen Größen A, v und α direkt zu berechnen

Wir haben:

$$F = \int Y\, d\, X.$$

Wird Gleichung (1) differentiert, erhält man:

$$d\, X = \frac{A^2 \cos \alpha \cos (v - \alpha)}{[A \cos (v - \alpha) - \xi \sin v]^3}\, d\, \xi,$$

wovon:

$$\frac{d\, F}{d\, \xi} = \frac{Y\, d\, X}{\eta\, d\, \xi} = \frac{A^3 \cos \alpha \cos^2 (v - \alpha)}{[A \cos (v - \alpha) - \xi \sin v]^3}$$

Das Verhältnis zwischen den Flächendifferentialen ist also nicht konstant, sondern abhängig von der Abszisse ξ und daher läßt sich die Integration $\int Y\, d\, X$ nicht ausführen, wenn die Verbindung zwischen ξ und η oder mit anderen Worten die Gleichung der Konturkurve auf der Photographie nicht gegeben ist.

Jetzt hatte man sich aber die gegebene Fläche von ganz willkürlichen Kurven begrenzt gedacht, ohne jede Regelmäßigkeit durch Gleichung ausgedrückt. Wir können also aussprechen, daß keine mathematische Verbindung zwischen F und φ durch die Größen A, v und α ausgedrückt, existiert — als ob die Ebenen parallel seien.

Dies ist auch bei einer einfachen geometrischen Betrachtung einleuchtend.

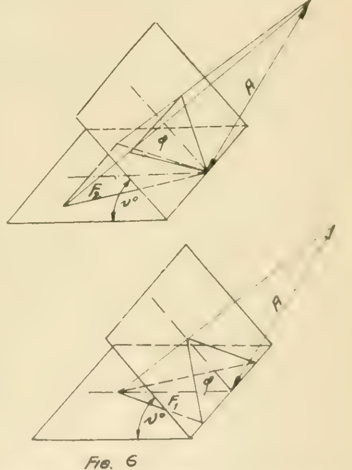


Fig. 6

In Fig. 6 ist in beiden Fällen das Areal des schrägliegenden Dreieckes φ dasselbe, nur gedreht; das Projektionszentrum und der Neigungswinkel sind dieselben; die Areale F_1 und F_2 aber sind verschieden. Das absolute Areal der gegebenen Figur ist also nicht genug. Die Lage der Figur muß bekannt sein, mit anderen Worten die Gleichung ihrer Konturkurve.

Wir kehren zu unserer ersten Aufgabe zurück: die Konturkurve eines der Terrainfläche gleichartigen Bildes zu bestimmen.

Dieses kann in zweierlei Weise geschehen.

1. Durch Konstruktion.

Um nur in einer Ebene zu operieren, klappen wir die schräge Hilfsebene φ in die Ebene der gegebenen Fläche F um die Schnittgerade derselben (die früher benützte Ordinatenachse) als Achse.

Dadurch werden keine Veränderungen in den früher gefundenen Transformationsgleichungen:

$$X = \frac{A\,\xi\,\cos\alpha}{A\cos(v-\alpha) - \xi\sin v}$$

$$Y = \frac{A\,\eta\,\cos(v-\alpha)}{A\cos(v-\alpha) - \xi\sin v}$$

stattfinden.

Weiter denken wir uns die Ebene φ bis zum Zusammenfallen mit der Photographie parallel verschoben.

Die neue Fläche, die gesuchte Karte parallel und gleichartig der gegebenen Fläche, werden wir mit F_0, und die Koordinaten eines Punktes derselben mit X_0, Y_0 bezeichnen. Sind weiter die Koordinaten eines Punktes der Photographie x, y, so haben wir in die obenstehenden Gleichungen einzuführen:

$$X = X_0 \qquad x = \xi \qquad\qquad \text{und} \qquad A = \frac{t}{\cos\alpha}.$$
$$Y = Y_0 \qquad y = \eta$$

Die neuen Transformationsgleichungen werden dann:

$$X_0 = \frac{t\,x}{t\,\dfrac{\cos(v-\alpha)}{\cos\alpha} - x\sin v} \tag{3}$$

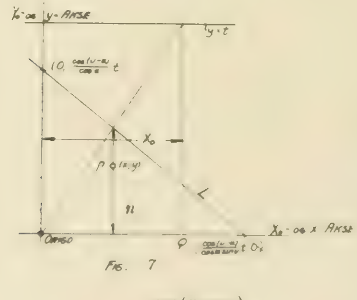


FIG. 7

$$Y_0 = \frac{t\,\dfrac{\cos(v-\alpha)}{\cos\alpha}\,y}{t\,\dfrac{\cos(v-\alpha)}{\cos\alpha} - x\sin v} \tag{4}$$

Den Ausdruck im Nenner, der in beiden Gleichungen derselbe ist, stellt die gerade Linie: L in Fig. 7 dar.

$$y = -x \sin v + \frac{\cos(v-\alpha)}{\cos\alpha} t.$$

Jeder einzelne Nenner wird also graphisch dargestellt durch die Ordinate eines Punktes dieser Geraden, deren Abszisse x gleich der Abszisse des betrachteten Punktes der Photographie ist.

Zur Bestimmung der Abszissen X_0 haben wir also:

$$X_0 = \frac{t\,x}{n} \quad \text{oder} \quad X_0 : x = t : n,$$

welche Proportion die folgende Konstruktion für die Abszissen X_0 gibt.

Durch den Punkt der Photographie p wird eine Gerade senkrecht auf die Abszissenachse bis zum Schnitte mit der schrägen Linie

$$y = -x \sin v + \frac{\cos(v-\alpha)}{\cos\alpha} t$$

gezogen. Hiedurch ist n bestimmt. Von diesem Schnittpunkt aus zieht man weiter eine Gerade durch den Ursprung (Origo), welche von der Geraden $y = t$ die gesuchte Abszisse X_0 abschneiden wird.

Denn

$$\frac{O\,Q : x = t : n}{O\,Q = \frac{t\,.\,x}{n} = X_0}$$

Betrachten wir weiter ein System von Ordinatenlinien $Y_0 = b$, heißen die entsprechenden Linien der Photographie

$$\frac{t\,\frac{\cos(v-\alpha)}{\cos\alpha}\,y}{t\,\frac{\cos(v-\alpha)}{\cos\alpha} - x \sin v} = b$$

oder geordnet

$$y = -\frac{b \sin v \cos\alpha}{t \cos(v-\alpha)}\,x + b$$

und ist also ein System von Geraden, die alle gegen den Punkt O

$$\left(\frac{\cos(v-\alpha)}{\cos\alpha\,.\,\sin v}\,t \,\ldots\, O\right)$$

konvergieren, d. i. denselben Punkt, in welchem die Gerade

$$y = -x \sin v + \frac{\cos(v-\alpha)}{\cos\alpha} t$$

die Abszissenachse schneidet.

Das Verfahren bei der konstruktiven Transformation der Photographiekurve f ist also: Man zeichnet die Abszissenachse durch die festen Randmarken der Photographie und senkrecht auf diese die Ordinatenachse durch das Bild des im Terrain gewählten Ursprunges (Origo).

Danach wird die schräge Linie

$$y = -x \sin v + \frac{\cos(v-\alpha)}{\cos\alpha} t$$

berechnet und gezeichnet. Durch die willkürlichen Punkte 1, 2, 3, 4, 5, 6 der Photographie werden so Geraden von dem Schnittpunkte der schrägen

Linie mit der x-Achse bis zur Ordinatenachse gezogen und werden von hier aus weiter als Geraden parallel der x-Achse geführt (Fig. 8 und 9). Diese Geraden enthalten die gesuchten Ordinaten Y_0 der gewählten Punkte.

Weiter werden durch dieselben Punkte 1, 2 . . . 6 gerade Linien senkrecht auf die x-Achse bis zum Schnitt mit der schrägen Linie gezogen. Von diesen Schnittpunkten aus werden so Gerade bis zum Ursprung (Origo) gezogen, welche dann von der Linie $y = t$ durch die gesuchten Abszissen X_0 abschneiden.

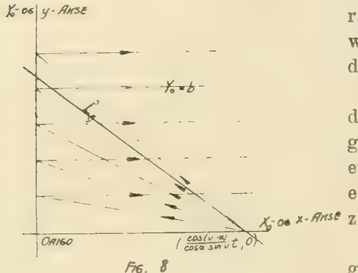


Fig. 8

Durch die in dieser Weise gefundenen Punkte der Fläche F_0 wird die gesuchte Konturkurve aus freier Hand eingelegt, indem man diese nach dem entsprechenden Teil der Photographie zu formen versucht.

Diese gefundene F_0-Fläche — die gesuchte Karte — ist nur von der kon-

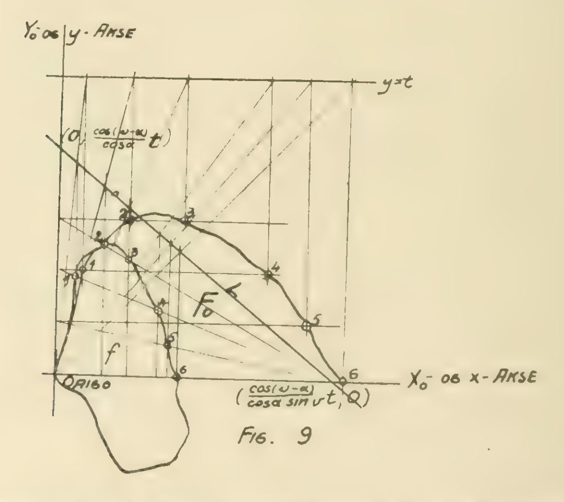


Fig. 9

stanten Größe t und den leicht gemessenen Winkeln v und α abhängig, unabhängig aber von der Größe A, die sich am schwersten messen läßt. Der Maßstab aber ist von A abhängig.

Wird F_0 planimetriert, so wird die Größe der gegebenen Fläche F:

$$F = F_0 \left(\frac{A \cos \alpha}{t} \right)^2$$

Über die Kontrolle des Bildes und der Konstruktion.

Bis jetzt haben wir die Kenntnis der vier Größen A, v, α und t vorausgesetzt, und wie wir gesehen haben, ist dies ausreichend, um unsere Aufgabe zu lösen.

Werden aber noch ein Paar Winkel gemessen, so werden wir auch in den Stand gesetzt, unser Resultat kontrollieren zu können.

1. In der Richtung der Abszissenachse.

Außer dem Winkel α messen wir in der Vertikalebene des Fernrohrs auch einen Winkel β auf der anderen Seite der Senkrechten der Bildebene

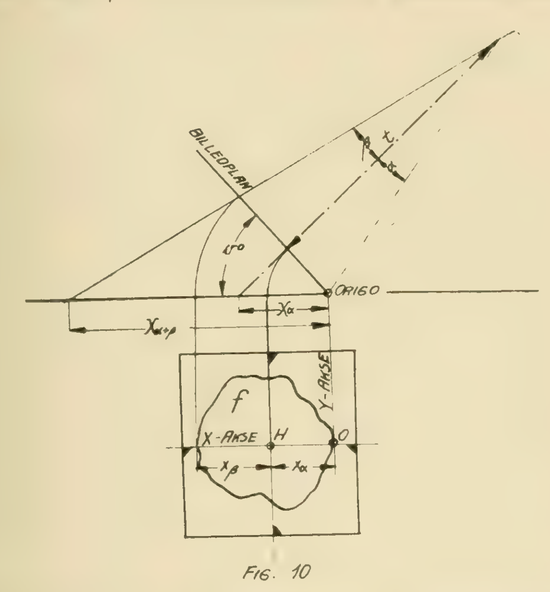


Fig. 10

von dieser Geraden aus bis an die Zielgerade zu irgend einem markierten Punkte, etwa den anderen Konturpunkt wie in Fig. 10 angegeben.

Zur Kontrolle der Strecken der Photographie haben wir

$$x_\alpha = t \, . \, tg\,\alpha$$

$$x_\beta = t \, . \, tg\,\beta$$

und diese Größen zur F_0-Fläche transformiert

$$X_\alpha = \frac{t \, . \, tg\,\alpha}{\cos v}$$

$$X_{\alpha+\beta} = \frac{t \, . \, \sin(\alpha + \beta)}{\cos\alpha \cos(v + \beta)}$$

Liegt die Abweichung zwischen Konstruktion und Berechnung dieser Größen innerhalb passender Grenzen, so dürfte man auch die zwischenliegenden Punkte mit zufriedenstellender Genauigkeit transformieren können.

2. In der Richtung der Ordinatenachse.

Das Fernrohr kann in eine willkürliche Schrägstellung gestellt werden (Fig. 11). Um das Rechnen zu erleichtern, wird es unter günstigen Horizontal- und Vertikalwinkel gestellt, worunter das Bild genommen ist. In dieser Vertikalstellung wird das Fernrohr nach rechts oder nach links gedreht, bis

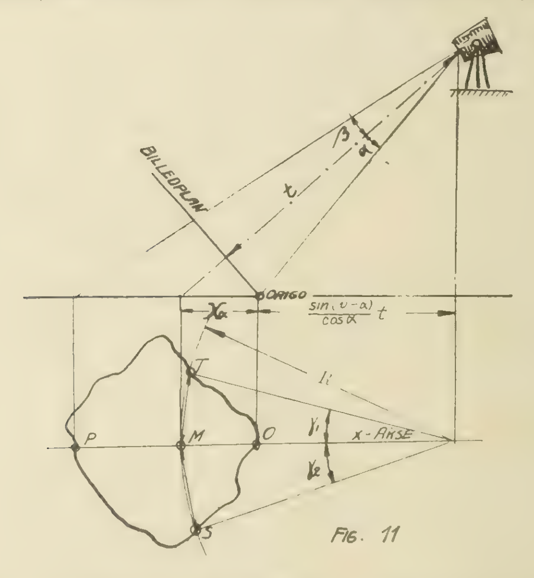


FIG. 11

die Zielgerade die Kontur der Terrainfläche oder einen markierten Punkt trifft. Die Winkel hiezu γ_1 und γ_2 werden abgelesen.

Wir haben dann

$$MS = 2R \frac{\sin\gamma_2}{2}$$

$$MT = 2R \frac{\sin\gamma_1}{2},$$

wo $$R = X_a - \frac{t \sin(v-\alpha)}{\cos\alpha}$$ bedeutet und X_a

wie früher ist: $$X_a = \frac{t \cdot tg\,\alpha}{\cos v}$$

Für kleine Werte der Größe A, also großen Maßstab des Bildes, wird es notwendig — wegen des Nichtzusammenfallens des Schnittpunktes der

Strahlen und der gemeinsamen Umdrehungsachse der Kamera und des Fernrohres — eine Korrektion im Ausdruck für R einzuführen.

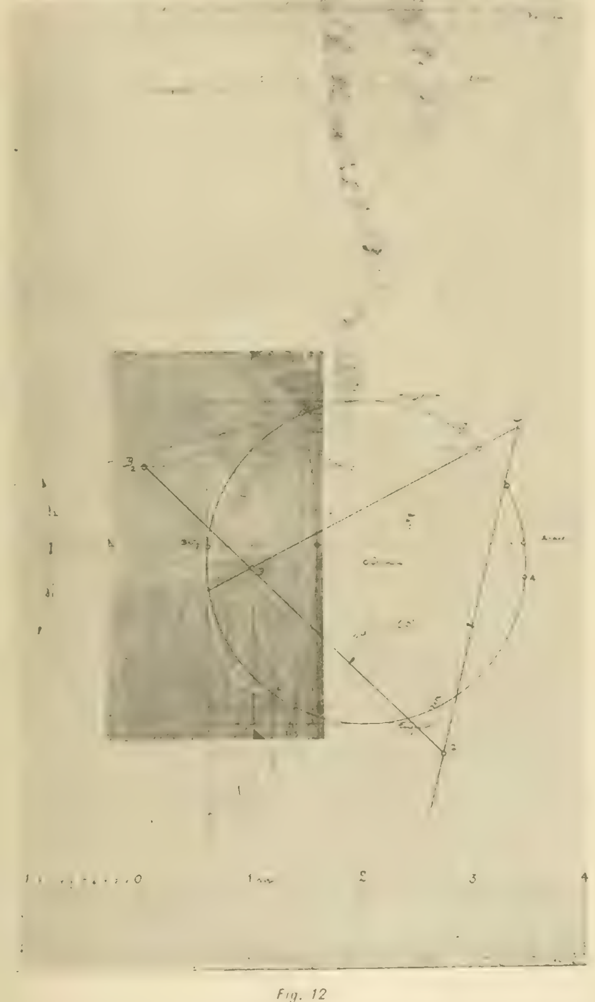


Fig. 12

Beispiel 1.

Auf einem Boden ist ein Kreis mit dem Radius 143·9 *cm* gezeichnet und die Peripherie desselben ist durch die Punkte 1, 2, 3, 4, 5, 6 in sechs gleich

große Teile geteilt. Weiter ist das Dreieck A, B, C gezeichnet. Der Winkel $A = 60^0$. Siehe Fig. 12.

Gemessen:

$$v = 65^0$$
$$\alpha = 4^0\,55'\,10''$$
$$\beta = 6^0\,4'$$
$$\gamma_1 = 16^0\,8'$$
$$\gamma_2 = 12^0\,51'\,45''$$
samt $A = 4{\cdot}768\ m$
und (konstant) $t = 15\ cm.$

Untersuchung der Photographie:

x_α gemessen $1{\cdot}30\ cm$, berechnet $t\ tg\ \alpha = 1{\cdot}2911\ cm$
$x_{\alpha+\beta}$ „ $2{\cdot}91\ cm$, „ $t\,(tg\ \alpha + tg\ \beta) = 2{\cdot}885\ cm.$

Berechnung der schrägen Linie L:

Die Achsenabschnitte

$$y = \frac{t \cos(v - \alpha)}{\cos\alpha} = 7{\cdot}499\ cm$$

$$x = \frac{t \,.\, \cos(v - \alpha)}{\cos\alpha \sin v} = 8{\cdot}652\ cm.$$

Lineare Vergrößerung:

$$k = \frac{A \cos\alpha}{t} = 31{\cdot}7$$

Maßstab: $\frac{1}{31{\cdot}7}$.

Kontrolle längs der x-Achse:

X_α gemessen $3{\cdot}12\ cm$, berechnet $3{\cdot}10\ cm$, Fehler $0{\cdot}7$ %
$X_{\alpha+\beta}$ „ $8{\cdot}94\ cm$, „ $8{\cdot}832\ cm$, „ $1{\cdot}2$ %.

Kontrolle in der Richtung der y-Achse:

$$R = X_\alpha + \frac{t \sin(v - \alpha)}{\cos\alpha} = 3{\cdot}12 + 13{\cdot}04 = 16{\cdot}16\ cm.$$

Die Korrektion dieses Falles: ca $3\ mm$, also: $R = 16{\cdot}46\ cm$.

MT gemessen $3{\cdot}67\ cm$, berechnet $3{\cdot}68\ cm$
MS „ $4{\cdot}60\ cm$, „ $4{\cdot}62\ cm.$

Die übrigen Strecken betreffend, ergibt sich das Verhältnis zwischen den wahren und konstruierten Größen aus der nebenstehenden Tabelle (S. 181):

Weitere Kontrolle:

Der Winkel $A = 60^0$.

Durch Planimetrierung: $F_0 = 30{\cdot}3\ cm^2$

$$F = F_0 k^2 = 304\ dm^2.$$

Die wahre Größe: $311{\cdot}76\ dm^2$.

Strecke	Gemessen	Lineare Vergrößerung k	Größe, gemessen mal k	Wahre Länge	Fehler in pct.
1—2	4·54 *cm*	31·7	144·0 *cm*	143·9 *cm*	+ 0·07
2—3	4·52	—	143·3	—	÷ 0·4
3—4	4·50	—	142·6	—	ca. + 1·0
4—5	4·52	—	143·3	—	÷ 0·6
5—6	4·48	—	142·0	—	÷ 1·3
6—1	4·56	—	145·0	—	+ 0·67
AB_1	7·50	—	238·0	240·0	ca. ÷ 1·0
AB_2	11·68	—	370·0	370·0	—
AC	9·40	—	298·0	300·0	÷ 0·67
CB_1	8·52	—	270·0	274·0	÷ 1·3
CB_2	10·69	—	339·0	339·6	÷ 0·2

+ bezeichnet, daß die Konstruktion zu große, ÷ zu kleine Maße gibt.

Über den Maßstab.

Bei der im vorstehenden beschriebenen Transformation wird der lineare Maßstab der gefundenen Fläche (F_0): $\frac{1}{k}$, wo $k = \frac{A \cos \alpha}{t}$.

Da jetzt A und α zufällige Größen sind, wird diese Größe k leicht eine unbequeme Zahl werden. Ist weiter die gegebene Fläche so groß, daß davon mehrere Bilder von demselben Standpunkt aus genommen werden müssen — vielleicht alle unter verschiedenen Winkeln — so werden die einzelnen Flächenteile in verschiedenem Maßstab wiedergegeben. Dieses ist eine Unannehmlichkeit. Wir werden uns daher so einrichten, daß man das Ergebnis in einem gegebenen Maßstab erhält. Wird dieser mit $\frac{1}{k^1}$ und die Koordinaten eines Punktes dieser $F_0{}^1$-Fläche mit $X_0{}^1$, $Y_0{}^1$ bezeichnet, so wird:

1. **Für die Abszissen:**

$$X_0 k = X_0{}^1 k^1,$$

wo also wie früher

$$X_0 = \frac{t \cdot x}{n}$$

$$X_0{}^1 k^1 = k \cdot \frac{t \cdot x}{n}$$

oder

$$X_0{}^1 = \frac{\left(\frac{k}{k^1} \cdot t\right) x}{n}.$$

Das Strahlenbündel vom Ursprung aus wird also nicht mit der Geraden $y = t$, sondern mit der parallelen Geraden:

$$y = \frac{k}{k_1} t$$

zum Schnitte gebracht.

Das übrige wie früher.

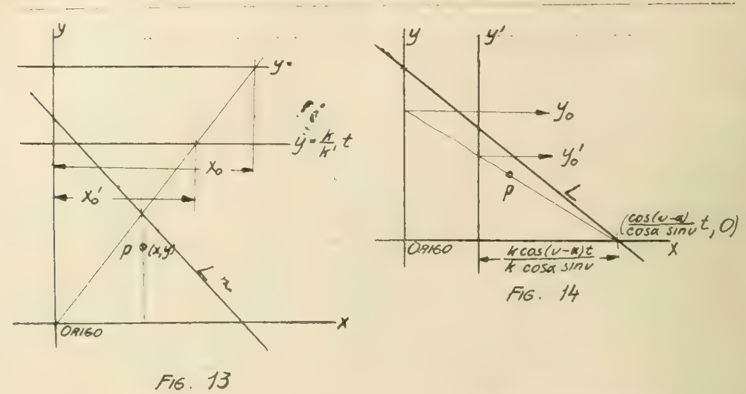


Fig. 13

Fig. 14

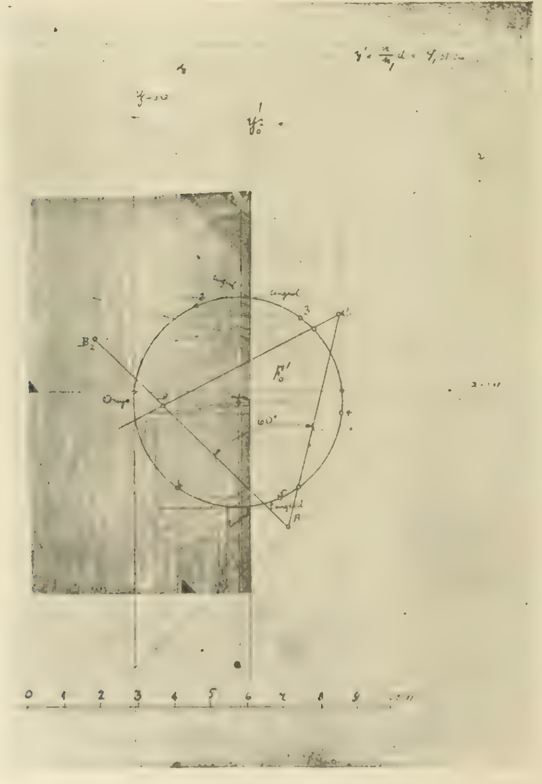


Fig. 15.

2. **Für die Ordinaten:**

$$Y_0 k = Y_0^1 k^1$$

$$Y_0^1 = \frac{k}{k^1} Y_0.$$

Das Strahlenbündel von dem Schnittpunkte der x-Achse mit der schrägen Linie:

$$\left[\text{den Punkt} \left(\frac{\cos (v - \alpha)}{\cos \alpha \sin v} t, 0 \right)\right]$$

wird also nicht zur Ordinatenachse geführt, sondern zu einer Geraden parallel mit dieser in der Entfernung von dem Konvergenzpunkte:

$$\frac{k}{k^1} \cdot \frac{\cos (v - \alpha)}{\cos \alpha \sin v} t.$$

Das übrige wie früher (Fig. 13 und 14).

Beispiel 2.

Dasselbe Photogramm wie in Beispiel 1 (Fig. 15). Hier wird aber der Maßstab $\frac{1}{50}$ verlangt.

Also $k_1 = 50$.

$$Y = \frac{k}{k_1} \cdot t = \frac{31 \cdot 7}{50} \cdot 15 = \underline{9 \cdot 51 \, cm.}$$

$$\frac{k}{k_1} \cdot \frac{\cos (v - \alpha)}{\cos \alpha \sin v} t = \frac{31 \cdot 7}{50} \cdot 8 \cdot 652 = \underline{5 \cdot 48 \, cm.}$$

Durch Planimetrierung des Dreiecks:

$$F_0^1 = 12 \cdot 45 \, cm^2.$$

$$F = 12 \cdot 45 \, (50)^2 = \underline{312 \, dm^2.}$$

Mehrere Bilder.

Ist die gegebene Fläche so groß, daß sie nicht auf einem Bilde Platz findet, so werden mehrere Bilder von demselben Standplatz aus und am liebsten unter demselben Horizontalwinkel v^0 gegen die Fläche genommen. Nach dem Herumklappen dieser Bilder in die Zeichenebene wird der Hauptpunkt jedes Bildes auf einem Kreise mit dem Radius

$$r = x_\alpha + \frac{t \sin (v - \alpha)}{\cos \alpha}$$

liegen — denselben Horizontalwinkel v und denselben Winkel α vorausgesetzt. Weiters wird auf der Abszissenachse jedes Bildes der Radius dieses Kreises sich ergeben und der Winkel φ zwischen benachbarten Aufnahmen wird gleich der Differenz zwischen den Horizontalablesungen sein, unter welchen die entsprechenden Bilder aufgenommen sind (Fig. 16).

Wenn aber der Schnittpunkt der Strahlen D und die Umdrehungsachse der Kamera (und des Fernrohrs) R nicht zusammenfällt, wird zu dem obenstehenden Ausdruck von r eine Korrektion z beizufügen sein. Wir werden ihren Wert untersuchen und zeigen, daß sie für gewöhnliche Bilder des Geländes im allgemeinen außer Betracht gesetzt werden können

Wird der Abstand zwischen den Punkten B und D mit a bezeichnet, so wird der Wert der Korrektion:

$$z = \frac{a \sin v}{\text{Lineare Vergrößerung}} = \frac{a \sin v}{\frac{A \cos \alpha}{t}} = \frac{a \,.\, t \,.\, \sin v}{A \cos \alpha}$$

Mit Rücksicht auf die Genauigkeit, mit welcher es hier überhaupt zu arbeiten sein wird, werden wir voraussetzen, daß eine Veränderung in r bis zu 0·5 *mm* außer Betracht gesetzt werden kann. Werden weiter die ungünstigsten Fälle $v = 90^0$ und $\alpha = 0^0$ gesetzt und werden hier für die Größe a und t ihre Werte für den benützten Apparat, beziehungsweise 10·5 und 15 *cm* genommen, bekommt man:

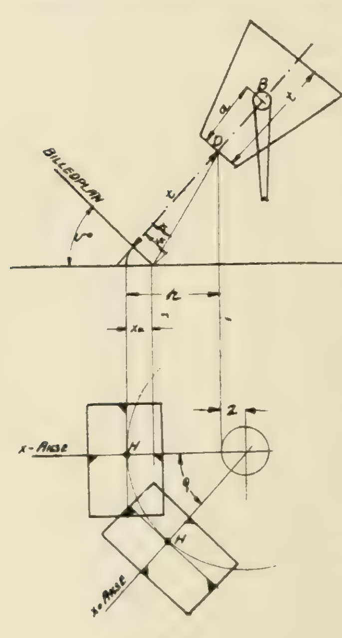


Fig. 16

$$0{\cdot}05 = \frac{10{\cdot}5 \,.\, 15}{100\, A}$$

$$A = \frac{10{\cdot}5 \,.\, 15}{0{\cdot}05 \,.\, 100} = 30 \text{ bis } 31 \; m.$$

Wir werden den Wert von $A = 30\; m$ als die Grenze für die Länge der Zielgeraden A festsetzen, bei welcher die obenstehende Korrektion wegfallen kann.

Der Fehler der Größe r wird bei dieser Grenze in Wirklichkeit kleiner als 0·5 *mm* sein, weil es nie vorkommen wird, daß $v = 90^0$ und gleichzeitig $\alpha = 0^0$ ist. Im Beispiel 1, wo $A = 4{\cdot}768\; m$, war die Korrektion zirka 3 *mm*.

Die Größe der Winkel φ betreffend ist es zweckmäßig, diese so zu wählen, daß einige Konturpunkte immer auf zwei Bilder zu liegen kommen. Hiedurch wird eine gute Kontrolle erreicht. Die äußerste Grenze des Winkels φ für den hier benützten Apparat ist 41°.

Beispiel 3.

Auf einem Boden ist ein Kreis mit dem Diameter 3·60 *m* gezeichnet samt einigen konzentrischen Kreisen mit dem Zentrum in der vertikalen Umdrehungsachse des Apparats. Weiters einige Radien unter dem gegenseitigen Winkel von 10°. Hievon sind zwei Bilder mit dem Winkel $\varphi = 40^0$ genommen. Siehe Fig. 17.

Weiter gemessen: $v = 65^0$

$\alpha = 7^0\, 8'$

$A = 2{\cdot}855\; m$

und $t = 15\; cm$.

Berechnung der schrägen Linie, dessen Achsenabschnitte für die beiden Bilder dieselben sind:

$$y = \frac{t \, . \, cos \, (v - \alpha)}{cos \, \alpha} = 8{\cdot}03 \; cm$$

und

$$x = \frac{t \, . \, cos \, (v - \alpha)}{cos \, \alpha \, . \, sin \, v} = 8{\cdot}86 \; cm.$$



Fig. 17.

Lineare Vergrößerung:

$$k = \frac{A \, cos \, \alpha}{t} = 18{\cdot}88 \; cm.$$

Zur Bestimmung der Größe r haben wir:

$$x_\alpha = t \, . \, tg \alpha = 1{\cdot}864 \; cm$$

$$\frac{t \, . \, sin \, (v - \alpha)}{cos \, \alpha} = 12{\cdot}810 \; cm$$

$$r = 14{\cdot}674 \; cm.$$

Die Korrektion:

$$z = \frac{10{\cdot}5 \,.\, \sin v}{k} = 0{\cdot}501 \; cm.$$

Hiedurch ist für die Orientierung und Transformation der Bilder alles bekannt.

Beispiel 4.

Es wird eine Karte vom Museumsplatz in Drontheim aus einer Photographie desselben konstruiert werden (Fig. 18).

Gemessen:

$$v = 64^0\, 11'\, 20''$$
$$\alpha = 11^0\, 27'\, 20''$$
$A = 25{\cdot}71\, m$ (mit Faden gemessen)

und $t =$ (wie früher) $= 15\; cm.$

Weiter:

β (zu Punkt E) $= 14^0\, 22'$

γ_1 (zu Punkt F) $= 16^0\, 4'$

γ_2 (zu Punkt G) $= 13^0\, 6'\, 40''$

$$k = \frac{A \cos \alpha}{t} = 168.$$

Maßstab: $\frac{1}{168}$.

Untersuchung der Photographie:

x_α gemessen $3{\cdot}04\; cm$, berechnet $3{\cdot}04\; cm$

x_β „ $3{\cdot}84\; cm$, „ $3{\cdot}85\; cm.$

Berechnung der Achsenabschnitte der schrägen Linie:

$$y = \frac{\cos(v - \alpha)\, t}{\cos \alpha} = \underline{9{\cdot}26\; cm;}$$

$$x = \frac{\cos(v - \alpha)\, t}{\cos \alpha \sin v} = \underline{10{\cdot}28\, cm.}$$

Kontrolle längs der x-Achse:

X_α gemessen $6{\cdot}88\, cm$, berechnet $6{\cdot}981\; cm$

$X_{\alpha+\beta}$ „ $33{\cdot}62\; cm$, „ $32{\cdot}59\; cm.$

Kontrolle in der Richtung der y-Achse:

$$r = x_\alpha + \frac{\sin(v - \alpha)}{\cos \alpha}\, t = 6{\cdot}981 + 12{\cdot}18 = \underline{19{\cdot}16\; cm}$$

Die Korrektion: $z \sim 0{\cdot}5\; mm.$

AG gemessen $4{\cdot}45\; cm$, berechnet $4{\cdot}39\; cm$

AF „ $5{\cdot}31\; cm$, „ $5{\cdot}36\; cm.$

Weiters sind zur Kontrollbestimmung der linearen Vergrößerung gemessen:

Museumsplatz in Drontheim.

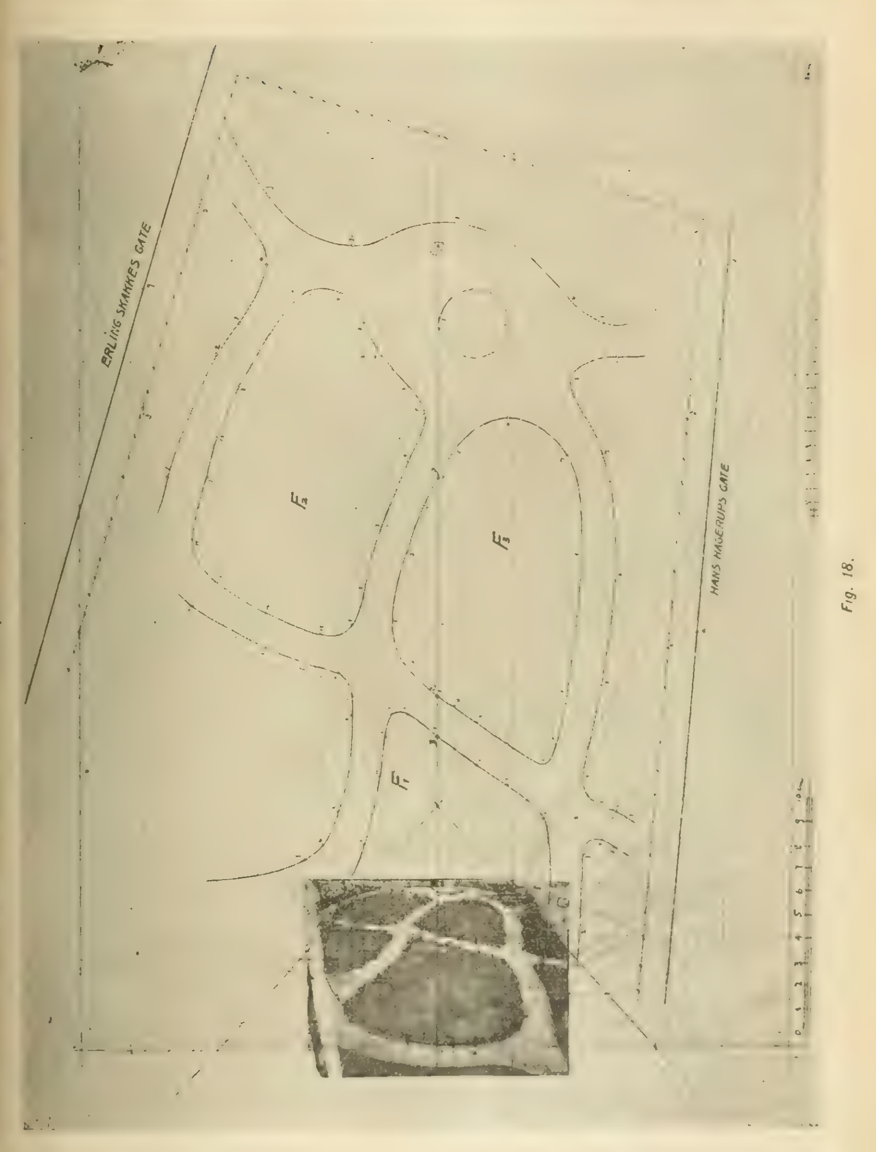


Fig. 18.

	Gelände	Karte	Lineare Vergrößerung
O A	11·17 *m*	6·88 *cm*	171·0
A B	10·70	6·30	170·0
B C	2·90	1·71	169·8
C D	17·40	9·10	162·0
D E	16·15	9·60	168·2
A F	9·07	5·31	170·7
A G	7·46	4·45	167·5
		Im Mittel:	168·46

Durch Planimetrierung:

$$F_1^0 = 95{\cdot}8\ cm^2$$
$$F_2^0 = 90{\cdot}8\ cm^2$$
$$F_3^0 = 84{\cdot}1\ cm^2$$

Wenn wir den berechneten Wert für $k = 168$ benützen:

$$F_1 = 270\ m^2$$
$$F_2 = 256\ m^2$$
$$F_3 = 237\ m^2.$$

Über die Berücksichtigung der stereoskopischen Parallaxe bei stereophotogrammetrischen Aufnahmen.

Von Ing. Franz Manek, Techn. Assistent i. d. Reserve.

Für stereophotogrammetrische Aufnahmen wird allgemein angegeben, daß die Standlinie etwa $^1/_{10}$ bis $^1/_{25}$ von der größten Entfernung des aufzunehmenden Geländes betragen solle. Da nun diese Zahlen nur für ganz besondere Voraussetzungen gelten, so wird ihre Entstehung in den folgenden Zeilen eingehender dargelegt.

Aus der Abstandsgleichung für den Normalfall

$$E = \frac{B}{a} \cdot F \quad \text{erhält man}$$

$$a = \frac{B}{E} \cdot F \qquad \qquad 1)$$

Es bedeuten:

a steroskopische Parallaxe oder Differenz der Bildabszissen $(x_1 - x_2)$,
B Standlinie,
E Entfernung des aufzunehmenden Geländes und
F Brennweite des Aufnahme-Objektivs.

Es ist aber auch von Wert, den Entfernungsfehler (Lagefehler) ΔE eines Punktes zu bestimmen, wofür näherungsweise folgender Ausdruck gilt:

$$\Delta E = \pm \frac{E^2 . \Delta a}{B . F} \qquad \qquad 2)$$

Hierin ist außer den bereits genannten Größen Δa die Änderung der stereoskopischen Parallaxe. Da nun vorausgesetzt wird, daß die Aufnahmen im Stereo-Komparator, beziehungsweise Stereo-Autographen ausgewertet werden, wobei die Negative mit 6- bis 8facher Vergrößerung betrachtet werden und an der Trommel der Parallaxenschraube 0·01 *mm* direkt abzulesen, 0·001 *mm* noch zu schätzen sind, so nimmt man den kleinsten Wert von Δa mit 0·01 *mm* an. —

Weiters läßt sich der relative Entfernungsfehler $\frac{\Delta E}{E}$ durch Gleichsetzung von $\frac{B}{E}$ aus den beiden Gleichungen 1) und 2) angeben.

$$\frac{B}{E} = \frac{a}{F} \text{ und } \frac{B}{E} = \frac{E}{\Delta E} \cdot \frac{\Delta a}{F} \cdot \text{ Man erhält}$$

$$\frac{\Delta E}{E} \doteq \frac{\Delta a}{a} \qquad \text{3)}$$

oder in Worten: Der relative Entferungsfehler bei Stereoaufnahmen ist angenähert nur von der stereoskopischen Parallaxe und deren kleinster, noch deutlich wahrnehmbaren Änderung abhängig, hingegen unabhängig von der Brennweite des Aufnahme-Objektivs und der Größe der Standlinie.

Die praktische Verwertung der vorstehenden Angaben geschieht durch Anlegung einer Tabelle, in welcher die Brennweite F (meist nahe 190 *mm*) und der Umstand berücksichtigt wird, daß man im Stereo-Komparator, beziehungsweise Stereo-Autographen Parallaxen zwischen 0 und etwa 70 *mm* einstellen kann.

Tafel I

für die Länge von Standlinien mit Rücksicht auf die stereoskopische Parallaxe (Normalfall, $F = 190$ *mm*).

a *mm*	$\frac{\Delta E}{E} =$ 1 : 100 a	$\frac{B}{E} = \frac{a}{F}$ (rund)	B in Meter für E in Kilometern $E = 1$	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1 : 100	1 : 190	5·3	11	16	21	26	32	37	42	48
2	200	95	10·6	21	32	42	53	64	74	85	95
3	300	63	15·8	32	47	63	79	95	111	126	142
4	400	48	21·0	42	63	84	105	126	147	168	189
5	500	38	26·3	53	79	105	132	158	184	210	237
10	1000	19	52·6	105	159	210	263	316	368	421	472
20	2000	10	105·2	210	316	421	526	631	736	842	947
30	3000	6	157·8	317	473	634	789	947	1105	1269	1420
40	4000	5	210·4	421	631	841	1052	1262	1473	1683	1894
50	5000	4	263·0	526	789	1052	1315	1578	1841	2104	2367
60	6000	3	315·6	631	947	1262	1578	1894	2209	2525	2840
70	7000	3	368·2	736	1105	1473	1841	2210	2677	2946	3314

Anmerkung: Die Basiswerte für Zehntelkilometer werden durch Zehntelteilung der Basiswerte für die ganzen Kilometer gefunden.

An den Praktiker tritt noch bei der Auswertung einer Stereo-Aufnahme im Stereo-Autographen die wichtige Frage nach der Wahl des Kartenmaßstabes $1/K$ heran.

$$1/K = \frac{\text{Länge im Plan}}{\text{Länge in der Natur}} = \frac{\text{Entfernung des Zeichenstiftes}}{E}.$$

Beim Stereo-Autographen, Mod. 1911, beträgt die kleinste Zeichenstiftnähe 8 *cm*, die größte 75 *cm*. Diese Werte eingesetzt, ergeben:

$$1/K_{max} = \frac{0{\cdot}08 \text{ Meter}}{E_{min}} \text{ und } 1/K_{min} = \frac{0{\cdot}75 \text{ Meter}}{E_{max}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

Tafel II

für den Kartenmaßstab $1/K$ bei Arbeiten mit dem Stereo-Autographen, Modell 1911.

$1/K$	E_{min} = 0·08 K Meter	E_{max} = 0·75 K Meter	$1/K$	E_{min} = 0·00008 K *km*	E_{max} = 0·00075 K *km*
1:1000	80	750	1 : 10.000	0·8	7·5
1250	100	937	12.500	1·0	9·4
1500	120	1125	15.000	1·2	11·2
2000	160	1500	20.000	1·6	15·0
2500	200	1875	25.000	2·0	18·7
3000	240	2250	30.000	2·4	22·5
4000	320	3000	40.000	3·2	30·0
5000	400	3750	50.000	4·0	37·5
6000	480	4500	60.000	4·8	45·0
7000	560	5250	70.000	5·6	52·5
8000	640	6000	80.000	6·4	60·0
9000	720	6750	90.000	7·2	67·5

Der Gebrauch der beiden Tafeln geht aus folgenden Beispielen hervor.

Beispiel 1. Bis zu welcher kleinsten Entfernung kann man eine Stereo-Aufnahme mit 200 *m* langer Standlinie im Stereo-Autographen auswerten, und welches wäre der größte Karten-Maßstab $1/K$ beim Auftragen?

$E_{min} = 600$ *m* (aus Tafel I für a = 70 *mm*).

$1/K = 1 : 7500$ (aus Tafel II, interpoliert).

Beispiel 2. Welches sind die Entfernungsgrenzen bei einer Stereo-Aufnahme für den Maßstab 1 : 2000?

$E_{min} = 160$ *m*; $E_{max} = 1500$ *m*.

Der Entfernungsfehler eines Punktes darf 5 *m* betragen. Welches Verhältnis der Standlinie zur Entfernung ist zu wählen?

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{5}{1500} = \frac{1}{300}; \quad \frac{B}{E} = \frac{1}{63}.$$

Wäre als Entfernungsfehler 2 *m* zugelassen, so ergäbe sich:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2}{1500} = \frac{1}{750}; \quad \frac{B}{E} = \frac{1}{63}.$$

Beispiel 3. Es wurde eine Aufnahme mit 150 *m* langer Standlinie gemacht.

Zum Zwecke einer vorläufigen Prüfung wird nach Fertigstellung der Negative das normale Plattenpaar (*A* und *B*), von der Glasseite aus betrachtet, übereinandergelegt und gegen das Licht gehalten. Hierauf bringt man idente Punkte zur Deckung und beobachtet, um wieviel sich hiebei die Marken der Hauptvertikalen verschoben haben. Das Maß dieser Verschiebung ist die stereoskopische Parallaxe des betreffenden Punktes.

Ein Punkt des Vordergrundes ergebe 50 *mm*, des Hintergrundes 5 *mm* Parallaxe. Wieviel sind diese Punkte entfernt und mit welchem Entfernungsfehler sind sie behaftet?

$$a = 50\ mm;\ E_{min} = 600\ m;\ \frac{\Delta E}{E} = 1/5000;\ \Delta E = 0{\cdot}12\ m$$

$$a = 5\ mm;\ E_{max} = 6000\ m;\ \frac{\Delta E}{E} = 1/500;\ \Delta E = 12\ m.$$

In welchem Maßstabe kann das Plattenpaar vollständig ausgewertet werden?

$$1/K_{max} = 1:7500 \text{ (aus Tafel II für } E_{min} = 600\ m).$$

Beispiel 4. Welches ist allgemein der detailreichste und rationellste Auftragemaßstab bei Arbeiten mit dem Stereo-Autographen?

Die photographischen Bilder ergeben durchschnittlich noch bis 8 *km* gute Einzelheiten, wofür die entsprechenden Maßstäbe aus Tafel II. 1:10.000, beziehungsweise 1:12.500 betragen. Es kann somit der Kartenmaßstab 1:10.000 als jener angenommen werden, bei welchem eine größere Serie von Aufnahmen, sowohl dem Inhalte (Einzelheiten) als auch der Fläche nach, am günstigsten ausgewertet wird. Derselbe Maßstab wurde bereits von Koppe als der zweckmäßigste für Übersichtspläne zum Aufsuchen und vorläufigen Entwerfen von Verkehrslinien bezeichnet und hat in einigen deutschen Staaten (z. B. Braunschweig) bei der Landesaufnahme Verwendung gefunden.

Ist jedoch beispielsweise als einheitlicher Maßstab für die Auswertung von Stereo-Aufnahmen 1:25.000 festgesetzt, so geht bei jeder Aufnahme im Vordergrunde etwa je ein Quadratkilometer verloren, während anderseits die maximale Entfernung von 18·7 *km* fast nie erreicht wird. Auch können viele aus den Bildern ersichtliche wichtige Einzelheiten in dem verhältnismäßig kleinen Maßstabe nicht mehr dargestellt werden. Dem gegenüber vergrößert sich aber die Auftrageschnelligkeit im Verhältnis der Quadrate von *K*:

$$25^2 : 10^2 = 6 : 1$$

oder in Worten: Der Maßstab 1:25.000 erfordert nur ein Sechstel an Zeit zum automatischen Auftragen gegenüber dem Maßstabe 1:10.000. Hiebei wird der Zeitaufwand für Nebenarbeiten, wie Einspannen und Justieren der Platten u. dgl. nicht berücksichtigt. —

Aus den vorangehenden Tafeln und Beispielen ist die Entstehung und Bedeutung der Verhältniszahl $\frac{B}{E}$ klar geworden. Bei gegebener Brennweite braucht man nur die stereoskopische Parallaxe zu wissen, bei welcher die Ausarbeitung der Platten am günstigsten vor sich geht. Als diesbezügliche Werte gelten etwa für $F = 190$ *mm* aus Tafel I:

$$a_{\min} = 5 \ mm; \quad \frac{B}{E} = 1/38$$

$$a_{\text{Mittel}} = 15 \ mm; \quad \frac{B}{E} = 1/15$$

$$a_{\max} = 30 \ mm; \quad \frac{B}{E} = 1/6.$$

Innerhalb dieser Grenzen liegen auch die eingangs erwähnten Zahlen 1/10 bis 1/25, welche bei $F = 190$ *mm* stets gut zu verwendende Plattenpaare liefern und eine ausreichende, gegenüber der Tachymetrie wesentlich erhöhte Auftragegenauigkeit verbürgen.

Hieran anschließend sei noch die Frage erörtert: Wie stehen die Verhältnisse bei Verschwenkung, und ergeben dieselben für $\frac{B}{E}$ etwa vollständig abweichende Werte?

$$\frac{B}{E_\varphi} = \frac{a}{F \cos \varphi \mp x_2 \sin \varphi};$$

hiebei gilt das obere Vorzeichen für „links", das untere für „rechts verschwenkt". Die Brennweite F betrage wieder 190 *mm*, x_2 nehme die Werte von — 90 bis + 90 *mm* an und φ sei 30°.

$$190 \cos \varphi - 90 \sin \varphi = 119{\cdot}545 \ mm$$
$$190 \cos \varphi + 90 \sin \varphi = 209{\cdot}545 \ mm$$

$\frac{B}{E_\varphi}$ liegt somit für $a = 10$ *mm* zwischen den Grenzen 1/12 bis 1/21 gegenüber 1/19 beim Normalfall. Für die Praxis wird es daher stets ausreichend sein, bei der Berücksichtigung von $\frac{B}{E}$ nur den Normalfall in Betracht zu ziehen. —

Wenn in den vorstehenden Zeilen Verhältnisse dargelegt wurden, welche sich unmittelbar aus den Grundlehren der Stereophotogrammetrie ergeben, so verfolgen dieselben insbesondere den Zweck, dem praktisch aufnehmenden und auftragenden Photogrammeter einfach zu merkende Regeln in die Hand zu geben, um sich in jedem Falle über die Grenzen der Aufnahme und Auftragung leicht Aufschluß geben zu können. Die Betrachtung soll aber nicht nur für terrestrische Aufnahmen dienen, sondern auch in anderen Fällen der Stereophotogrammetrie zu zweckentsprechender Anordung der Aufnahme-Apparate und Wahl des Auswertungs-Maßstabes anregen.

Studie über die Herleitung der Abstandsgleichungen für stereophotogrammetrische Aufnahmen mit wagrechten Hauptachsen.

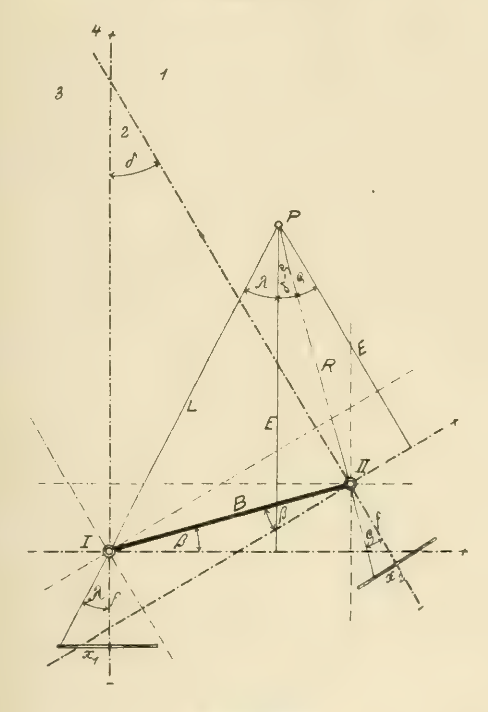
Von Dr. Hans Dock, Professor an der Höheren Forstlehranstalt zu Mährisch-Weißkirchen.

1. Konvergente wagrechte Hauptachsen, bezogen auf die rechte Station.

Berechnung der Abstandsgleichung (für den Objektraum 1).

$$E = M + L \,.\, \sin(90 - \delta + \lambda) = M + L \cos(\delta + \lambda) \qquad (1)$$

$$L = B \,.\, \frac{\cos(\varrho - \beta)}{\sin(\delta + \lambda - \varrho)} \qquad (2)$$



$$M = B \,.\, \sin\beta \qquad (3)$$

$$B' = B \,.\, \cos\beta \qquad (4)$$

Daraus folgt:

$$E = B \,.\, \sin\beta + B \,.\, \frac{\cos(\varrho - \beta)\cos(\delta + \lambda)}{\sin(\delta + \lambda - \varrho)} \qquad (5)$$

oder entwickelt:

$$E = B \cdot \sin\beta + B \cdot \frac{\cos\beta \cos\delta \cos\lambda \cos\varsigma + \sin\beta \cos\delta \cos\lambda \sin\varsigma - \cos\beta \sin\delta \sin\lambda \cos\varsigma - \sin\beta \sin\delta \sin\lambda \sin\varsigma}{\sin\delta \left[\cos\lambda \cos\varsigma + \sin\lambda \sin\varsigma\right] + \cos\delta \left[\sin\lambda \cos\varsigma - \cos\lambda \sin\varsigma\right]} \quad (6)$$

Weil

$$\left.\begin{aligned} \sin\lambda &= \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + f^2}} \\ \cos\lambda &= \frac{f}{\sqrt{x_1^2 + f^2}} \\ \sin\varsigma &= \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 + f^2}} \\ \cos\varsigma &= \frac{f}{\sqrt{x_2^2 + f^2}} \\ tg\,\delta &= d \end{aligned}\right| \quad (7)$$

sind, so folgt:

$$E = B \cdot \sin\beta + B \cdot \frac{\cos\beta . f^2 + \sin\beta . x_2 . f - \cos\beta . d . x_1 . f - \sin\beta . d . x_1 . x_2}{d f^2 + d x_1 x_2 + x_1 . f - x_2 f} \quad (8)$$

Wegen $\pm\beta$ ergibt sich:

$$E = \frac{f(B \pm M d) \mp x_1 (M \mp B d)}{a \pm d f \mp \frac{d}{f} . x_1 (x_1 \mp a)} \quad (I)$$

Die oberen Zeichen gelten für $+\beta$, die unteren Zeichen für $-\beta$.

Soferne man die oberen Vorzeichen gelten läßt, deckt sich Gleichung I mit der in der Abhandlung: „Beiträge zur Stereophotogrammetrie" von A. Freiherrn v. Hübl; Mitteilungen des k. u. k. Militärgeographischen Instituts, XXIV. Bd. 1904, angegebenen Formel:

$$E = \frac{B_1 f - M_1 . x_1}{a + d f - \frac{d}{f} x_1 (x_1 - a)} \quad (9)$$

worin $B_1 = B + M d$ und $M_1 = M - B d$ sind.

Die Vorzeichen der Bildpunktabszissen wechseln in folgender Art:

für den Objektraum	1	x_1	x_2
„ „ „	2	x_1	x_2
„ „ „	3	x_1	x_2
„ „ „	4	x_1	$+ x_2$

B. Parallele Hauptachsen.

1. Für $\delta = 0$ und $\beta = \beta$ ergibt sich bei gleichzeitiger Beziehung auf die linke Station der Spezialfall paralleler, links verschwenkter Hauptachsen[1]

a) Für Punkte links vom linken Hauptstrahl:

$$E = \frac{f}{a} B \cos\beta + B \cdot \sin\beta - \frac{x_1}{a} B \cdot \sin\beta \quad (10)$$

[1] Siehe „Neue stereoskopische Methoden und Apparate" von Dr. C. Pulfrich, Jena J. Springer, Berlin, 1912.

oder

$$E = B' . \frac{f}{a} - M - M\frac{x_1}{a} \tag{11}$$

b) **Für Punkte rechts vom linken Hauptstrahl:**

$$E = \frac{f}{a} . B . \cos\beta - B . \sin\beta + \frac{x_1}{a} . B . \sin\beta \tag{12}$$

oder

$$E = B' . \frac{f}{a} - M + M\frac{x_1}{a} \tag{13}$$

2. Für $\delta = 0$ und $-\beta = -\beta$ ergibt sich der Spezialfall paralleler, rechts verschwenkter Hauptachsen.

a) Für Punkte links vom linken Hauptstrahl:

$$E = \frac{f}{a} . B . \cos\beta + B . \sin\beta + \frac{x_1}{a} . B . \sin\beta \tag{14}$$

oder

$$E = B' . \frac{f}{a} + M + M\frac{x_1}{a} \tag{15}$$

b) **Für Punkte rechts vom linken Hauptstrahl:**

$$E = \frac{f}{a} . B \cos\beta + B . \sin\beta - \frac{x_1}{a} . B . \sin\beta \tag{16}$$

oder

$$E = B' . \frac{f}{a} + M - M\frac{x_1}{a} \tag{17}$$

3. Für $\delta = 0$ und $\beta = 0$ ergibt sich der Spezialfall paralleler Hauptachsen, die normal zur Basis stehen (Normalfall).

$$E = \frac{B . f}{a} \tag{18}$$

C. Konvergente wagrechte Hauptachsen, bezogen auf die linke Station.

Berechnung der Abstandsgleichung (für den Objektraum 1).

$$E = L . \cos\lambda \tag{19}$$

$$L = B . \frac{\cos(\beta - \delta + \varsigma)}{\sin(\lambda + \delta - \varsigma)} \tag{20}$$

daher

$$E = B . \frac{\cos\lambda . \cos(\beta - \delta + \varsigma)}{\sin(\lambda + \delta - \varsigma)} \tag{21}$$

oder entwickelt:

$$E = B . \cos\lambda . \frac{\cos\beta\cos\delta\cos\varsigma + \cos\beta\sin\delta\sin\varsigma + \sin\beta\sin\delta\cos\varsigma - \sin\beta\cos\delta\sin\varsigma}{\sin\lambda\cos\delta\cos\varsigma + \sin\lambda\sin\delta\sin\varsigma + \cos\lambda\sin\delta\cos\varsigma - \cos\lambda\cos\delta\sin\varsigma} \tag{22}$$

oder

$$E = \frac{f\,[B' \mp M\,d] \mp x_2\,[M \mp B'\,d]}{a + d\,f + \frac{d}{f} \cdot x_1\,(x_1 - a)} \tag{II}$$

Die oberen Zeichen gelten für $+\beta$, die unteren für $-\beta$.

Für die oberen Vorzeichen geltend sei $B_1 = B' + M\,d$ und $M_1 = M - B'\,d$; dann ist:

$$E = \frac{B_1 \cdot f - M_1\,x_2}{a + d\,f + \frac{d}{f} \cdot x_1\,x_2} \tag{23}$$

Die Vorzeichen der Bildpunktabszissen wechseln in folgender Art:

für den Objektraum	1	$+x_1$	$+x_2$
„ „ „	2	$+x_1$	$-x_2$
„ „ „	3	$-x_1$	$-x_2$
„ „ „	4	$-x_1$	$+x_2$

D. Parallele Hauptachsen.

1. Für $\delta = 0$ und $\beta = \beta$ ergibt sich bei gleichzeitiger Bezugnahme auf die linke Station — was sich in diesem Falle von selbst versteht — der Spezialfall paralleler, rechts verschwenkter Hauptachsen.

a) Für Punkte links vom linken Hauptstrahl:

$$E = \frac{f}{a} \cdot B \cdot \cos\beta - B \cdot \sin\beta + \frac{x_1}{a} \cdot B \cdot \sin\beta \tag{24}$$

oder

$$E = B' \frac{f}{a} - M + M \frac{x_1}{a} \tag{25}$$

b) Für Punkte rechts vom linken Hauptstrahl:

$$E = \frac{f}{a} \cdot B \cdot \cos\beta + B \cdot \sin\beta - \frac{x_1}{a} \cdot B \cdot \sin\beta \tag{26}$$

oder

$$E = B' \frac{f}{a} + M - M \frac{x_1}{a} \tag{27}$$

2. Für $\delta = 0$ und $\beta = -\beta$ ergibt sich der Spezialfall paralleler, links verschwenkter Hauptachsen.

a) Für Punkte links vom linken Hauptstrahl:

$$E = \frac{f}{a} \cdot B \cdot \cos\beta + B \cdot \sin\beta - \frac{x_1}{a} \cdot B \cdot \sin\beta \tag{28}$$

oder

$$E = B' \cdot \frac{f}{a} + M - M \frac{x_1}{a} \tag{29}$$

b) Für Punkte rechts vom linken Hauptstrahl:

$$E = \frac{f}{a} \cdot B \cos\beta - B \cdot \sin\beta + \frac{x_1}{a} \cdot B \cdot \sin\beta \tag{30}$$

oder

$$E = B' \cdot \frac{f}{a} - M + M\frac{x_1}{a} \tag{31}$$

3. Für $\delta = 0$ und $\beta' = 0$ ergibt sich ebenfalls wieder der Spezialfall der „Normalstellung":

$$E = \frac{B \cdot f}{a} \tag{32}$$

E. Transformation der auf die rechte Station bezogenen Abstandsgleichung (rechter Hauptstrahl normal zur „reduzierten Basis") auf die linke Station (linker Hauptstrahl normal zur „reduzierten Basis").

Um die Richtigkeit der auf die linke Station bezogenen Abstandsgleichung zu prüfen, soll die auf die rechte Station bezogene Abstandsgleichung, welche sich mit der v. Hüblschen Gleichung deckt, auf die linke Station transformiert werden.

Wir führen Gleichung I in folgende Form über:

$$E = \frac{M \cdot f \cdot d + M x_1 - B' f + B' x_1 d}{a + d f - \frac{d}{f} \cdot x_1 \cdot x_2} \tag{33}$$

β ist der „Ausrückungswinkel", bezogen auf die rechte Station. Weil

$$90 - \beta' - \delta = 90 - (\delta + \beta') = \beta \tag{34}$$

den „Ausrückungswinkel", bezogen auf die linke Station vorstellt, läßt sich Gleichung 33 durch Größen, die sich auf die linke Station beziehen, ausdrücken:

$$E = \frac{B \sin\beta \cdot d \cdot f + B \sin\beta \cdot x_1 + B \cdot \cos\beta \cdot f - B \cos\beta \cdot d \cdot x_1}{a + d f - \frac{d}{f} \cdot x_1 \cdot x_2} \tag{35}$$

geht wegen Gleichung 34 und daher wegen:

$$\left.\begin{aligned} \sin\beta &= \sin\delta \cos\beta' + \cos\delta \sin\beta' \\ \cos\beta &= \cos\delta \cos\beta' - \sin\delta \sin\beta' \end{aligned}\right| \tag{36}$$

in folgende Form über:

$$E = B \cdot \frac{\begin{aligned} & d f \sin\delta \cos\beta' + d f \cos\delta \sin\beta' + x_1 \sin\delta \cos\beta' + x_1 \cos\delta \sin\beta' + \\ & + f \cos\delta \cos\beta' - f \sin\delta \sin\beta' - d x_1 \cos\delta \cos\beta' + d x_1 \sin\delta \sin\beta' \end{aligned}}{a + d f - \frac{d}{f} \cdot x_1 \cdot x_2} \tag{37}$$

Setzt man:

$$B \cdot \cos\beta' = B' \quad \text{und} \quad B \sin\beta' = M \tag{38}$$

so ist

$$E = \frac{\begin{aligned} & B' d f \sin\delta + M d f \cos\delta + B' x_1 \sin\delta + M x_1 \cos\delta + \\ & + B' f \cos\delta - M f \sin\delta - B' x_1 d \cos\delta + M x_1 d \sin\delta \end{aligned}}{a + d f - \frac{d}{f} \cdot x_1 x_2} \tag{39}$$

Die Transformationsgleichungen lauten:

$$\left.\begin{aligned} X &= y' \,.\, \sin\delta - x' \,.\, \cos\delta \\ E &= x' \,.\, \sin\delta + y' \,.\, \cos\delta \end{aligned}\right\} \tag{40}$$

Weil

$$X = E \,.\, \frac{x_2}{f} \tag{41}$$

ist, so folgt:

$$E \,.\, \frac{x_2}{f} = y' \,.\, \sin\delta - x' \cos\delta \tag{42}$$

woraus sich

$$x' = y' \,.\, \frac{\sin\delta}{\cos\delta} - E \,.\, \frac{x_2}{f} \,.\, \frac{1}{\cos\delta} \tag{43}$$

ergibt.

Es ist daher:

$$E = y' \,.\, d \,.\, \sin\delta - E \,.\, \frac{d}{f} \,.\, x_2 + y' \,.\, \cos\delta \tag{44}$$

Setzt man in Gleichung 44 den Wert E aus Gleichung 9 ein, so folgt bei gleichzeitiger Division durch $\cos\delta$:

$$y' = \frac{B'' f + M' x_1}{a + d f + \frac{d}{f} \,.\, x_1 \,.\, x_2} - \frac{d}{f} \,.\, x_2 \,.\, \frac{B'' \,.\, f + M' \,.\, x_1}{a + d f + \frac{d}{f} \,.\, x_1 \,.\, x_2} \tag{45}$$

Die Abstandsgleichung, bezogen auf die linke Station, lautet daher:

$$E' = y' \pm M' \tag{46}$$

oder

$$E' = \frac{f[B'' \mp M' d] \pm x_2 [M' \mp B'' d]}{a + d f + \frac{d}{f} \,.\, x_1 \,.\, x_2} \tag{47}$$

Für $+\beta$ gelten die oberen, für $-\beta$ die unteren Vorzeichen. Gleichung 47 deckt sich also mit II.

Bei dieser Gelegenheit soll auf die früher zitierte Abhandlung: „Beiträge zur Stereophotogrammetrie" von A. Freiherr v. Hübl; Mitteilungen des k. k. Militärgeographischen Instituts, XXIV. Bd. 1904, Kapitel C „Die Kameraachsen konvergieren", Bezug genommen werden.

Der Ausdruck $A = \frac{Bf + M x_1}{a}$ gilt nur für links verschwenkte Achsen. Für rechts verschwenkte Achsen geht der Ausdruck unter sonst gleichen Bedingungen (für Punkte rechts vom linken Hauptstrahl) in die Form $A = \frac{Bf - M x_1}{a}$ über, wie auf Seite 153 der zitierten Abhandlung dargelegt ist. Dieser Ausdruck hätte daher dem weiteren Gange der Induktion zugrunde gelegt werden müssen, wie auch die Annahme (siehe Fig. 15 der zitierten Abhandlung) verlangt.

Es muß daher:

$$A_2 = \frac{B - M\, tg\, \alpha_1}{tg\, \alpha_1 - tg(\alpha_2 - \delta)} \tag{48}$$

sein, wenn man den linken Hauptstrahl normal zur reduzierten Basis annimmt.

Es ist daher:

$$A_2 = \frac{(B f - M x_1)\left(1 + \frac{d}{f}(x_1 - a)\right)}{a + d f + \frac{d}{f} x_1 (x_1 - a)} \qquad (49)$$

wobei wir den Winkel β stets positiv anzunehmen haben. Den Wert A_2 aus Gleichung 49 müssen wir um M vergrößern, damit die Abstandsgleichung für Punkte rechts vom linken Hauptstrahl, bezogen auf die linke Station, bei linkem Hauptstrahl normal zur „reduzierten Basis" zustande komme.

Also:

$$E = \frac{B' f \left[1 + \frac{d}{f} x_2\right] + M d f - M x_2}{a + d f + \frac{d}{f} x_1 x_2} \qquad (50)$$

B bedeutet bei v. Hübl unser $B' = B . \cos \beta$.

Durch eine gerinfügige Umformung gelangen wir sodann zu:

$$E = \frac{f [B' \pm M d] \mp x_2 [M \mp B' d]}{a + d f + \frac{d}{f} . x_1 . x_2} \qquad (51)$$

Somit sind wir wieder zu unserer Abstandsgleichung II für konvergente wagrechte Hauptachsen, bezogen auf die linke Station [linker Hauptstrahl normal zur „reduzierten Basis"] gelangt, deren Richtigkeit durch die früher dargelegte Transformation bestätigt erscheint.

Über die Orientierung aerophotogrammetrischer Aufnahmen.

Von A. Klingatsch, Professor an der Technischen Hochschule in Graz.

I.

Für die Orientierung photogrammetrischer Aufnahmen aus Luftfahrzeugen sind bekanntlich die Arbeiten von Finsterwalder[1]) und Scheimpflug[2]) grundlegend.

Bei bekannter innerer Orientierung (Bildweite, Hauptpunkt) ist für die Anwendung die Kenntnis der räumlichen Lage von drei Punkten des zu bestimmenden Objektes (Geländes) notwendig, deren Bilder sich auf der Photographie vorfinden. Das Dreikant, welches durch das abgebildete Dreieck und das Zentrum der Perspektive gebildet wird, ist dann durch eine Ebene so zu schneiden, daß das Schnittdreieck dem Dreiecke der gegebenen drei Punkte des Objektes kongruent ist. Die Neigung der Aufnahmsplatte

[1]) Die geometrischen Grundlagen der Photogrammetrie. Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 1897, Bd. VI, Leipzig 1899.

[2]) Die Herstellung von Karten und Plänen auf photographischem Wege. Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse. Bd. CXVI, Abt. II a, Februar 1907.

wird bei dieser Lösung mitbestimmt. Diese von Finsterwalder neben vielen anderen und allgemeineren Orientierungsproblemen behandelte Aufgabe hat in letzterer Zeit auch andere, sowohl rechnerische als auch graphische Lösungen, gefunden.

Wesentlich verschieden von dieser geometrischen Behandlung des Grundproblems der Aerophotogrammetrie ist die optisch-mechanische Lösung Scheimpflugs. Sein Photoperspektograph hat bekanntlich nicht nur den Zweck, die auf der geneigten Platte aufgenommenen Bilder in horizontale Perspektiven umzubilden, sondern er vermittelt sowohl die Bestimmung der Neigung der Aufnahmsplatte als auch die geodätische Orientierung derselben auf Grundlage triangulierter und in der Photographie dargestellter Punkte. Wird nämlich das Dreieck von drei der Lage nach bekannten Punkten auf die Mattscheibe des Perspektographen in dem gewünschten Maßstabsverhältnisse aufgetragen, so können im Wege optischer Koinzidenz die in der Photographie abgebildeten Dreieckspunkte mit jenen zur Deckung gebracht werden. Die Neigung der Originalaufnahme, die räumliche Lage des Aufnahmsortes, sowie dessen Orthogonalprojektion in der horizontierten Vogelperspektive lassen sich dann aus den Ablesungen an den Teilungen des Perspektographen herleiten.

Über die weiteren Einzelheiten der einschlägigen Orientierungs- und Aufnahmsmethoden, sowie über die Würdigung, welche den hervorragenden und für die Aerotopographie aussichtsreichen Arbeiten Scheimpflugs und Kammerers von maßgebender Seite zuteil wurde, geben die unten angeführten Veröffentlichungen Aufschluß[1]).

Es möge noch hinzugefügt werden, daß die Aeroaufnahme Scheimpflugs aus dieser selbst gewissermaßen eine Art Kleintriangulierung in ein weitmaschiges Triangulierungsnetz besorgt, indem aus zwei sich übergreifenden Vogelperspektiven die relative Lage der Aufnahmsorte und ihrer Bilder ermittelt wird, während sich die absolute Lage einer ganzen Gruppe aus jenem Netz herleiten läßt.

Schließlich ist eine weitere Durchbildung der Scheimpflugprojektion durch Finsterwalder[2]) anzuführen, welche in der angegebenen Abhandlung auch die grundlegenden Konstruktionsbedingungen für einen neuen Perspektographen angibt und das ganze Orientierungsproblem nach der photomechanischen Methode weiter ausbaut. Auch hier handelt es sich darum aus der optischen Koinzidenz zwischen den drei abgebildeten und den drei gegebenen in einem verlangten Verjüngungsverhältnis auf einem Projektions-

[1]) Scheimpflug. Über Orientierung von Ballonaufnahmen. Intern. Archiv für Photogrammetrie. Bd. II, 1909 bis 1911.

Kammerer, Th. Scheimpflugs Landvermessung aus der Luft. Ebendort, Bd. III, 1911 bis [illegible]

Doležal E., Hauptmann Theodor Scheimpflug. Sein Leben und seine Arbeiten. Ebendort, Bd. II.

Doležal E., Ingenieur Gustav Kammerer. Ebendort, Bd. V, 1915

[2]) Finsterwalder, Eine neue Lösung der Grundaufgabe der Luftphotogrammetrie [illegible] Akademie der Wissenschaften in München. Mathematisch physikalische Klasse, [illegible]

schirm aufgetragenen Punkten die betreffenden Daten wie: Plattenneigung, Lage und Höhe des Aufnahmsortes usf. abzuleiten.

Die bisherigen Orientierungen von Aufnahmen aus Luftfahrzeugen haben lediglich die Aufnahmsdaten als solche benützt; dieselben waren also von direkten Messungen von der Erdoberfläche aus, wenn von den bereits als gegeben anzusehenden Triangulierungs- oder Kartenpunkten abgesehen wird, unabhängig.

Es war nun wohl schon bei den ersten derartigen Aufnahmen das nächstliegende Bestreben, die Lage des Aufnahmsortes im Augenblicke der Aufnahme von der Bodenfläche aus zu bestimmen. Die bezüglichen Versuche scheinen infolge der unzulänglichen Hilfsmittel zu keinem befriedigenden Ziele geführt zu haben.

Wenn wir nun dessenungeachtet die Frage der unmittelbaren Ortsbestimmung im Wege des Einschneidens von der Bodenfläche aus hier behandeln und dieselbe, soweit dies theoretisch möglich ist, studieren wollen, so soll dieser Absicht der Gedanke ferne liegen, für die oben erwähnten Orientierungsmöglichkeiten mit Hilfe des Perspektographen einen Ersatz bieten zu wollen. Es kann jedoch wünschenswert erscheinen, einige Aufnahmspunkte auch unmittelbar von der Bodenfläche aus festzulegen, um Kontrollen zu schaffen, oder aber eine Lösung in solchen Fällen zu geben, in welchen die andere Lösung aus irgendwelchen Gründen versagt oder ungenau würde. Erfahrungen liegen eben, soweit uns bekannt ist, in ausreichendem Maße noch nicht vor, so daß die hier zur Diskussion gestellte unmittelbare Ortsbestimmung nicht ohneweiters von der Hand zu weisen ist. Lediglich von dem obigen Gesichtspunkte aus mögen die nachfolgenden Ausführungen beurteilt werden.

Die Frage der Positionsbestimmung von Luftfahrzeugen für die Zwecke größerer topographischer Neuaufnahmen hängt in gewisser Hinsicht mit der Frage der geographischen Ortsbestimmung zusammen.

Wir geben hier zunächst den Grundgedanken einer derartigen Bestimmung, welche von uns kürzlich an anderer Stelle eingehender behandelt wurde[1]).

In Fig. 1 bezeichnen Q_1 Q_2 O die Zenitpunkte von drei Punkten der Erdoberfläche, von welchen der dritte für Instrumentenaufstellungen nicht in Betracht kommt. Der Kürze halber werden wir in der Folge von den Beobachtern Q_1 Q_2 sprechen, obwohl die Zenitpunkte der betreffenden Orte gemeint sind. Die Bedingungen, unter welchen die Beobachtungen vorgenommen werden sollen, sind zunächst die folgenden:

Die in telephonischer Verbindung stehenden Beobachter Q_1 Q_2 sollen gleichzeitig, also auf ein gegebenes Signal, den Durchgang eines Sternes S_1 durch den Schnittpunkt der Fäden ihrer Fernrohre auffassen; sodann erfolgen die Ablesungen am Horizontal- und Höhenkreis ihrer Instrumente. Hierauf wird ebenso gleichzeitig der Durchgang eines zweiten Sternes S_2

[1]) Über ein Vierhöhenproblem. Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften, Wien. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse Bd. CXXVI. Abt. IIa. 1916.

beobachtet und werden abermals die beiden Kreise abgelesen. Eine Uhrablesung kommt hiebei nicht zur Verwendung.

In jedem der beiden Dreiecke $S_1\ S_2\ Q_1$ und $S_1\ S_2\ Q_2$ sind nun die beiden Zenitdistanzen $Q_1\ S_1$, $Q_1\ S_2$ respektive $Q_2\ S_1$, $Q_2\ S_2$ sowie die Winkel $S_2\ Q_1\ S_1$, beziehungsweise $S_2\ Q_2\ S_1$ bekannt, so daß $S_1\ S_2$ doppelt abgeleitet werden kann. Aus der Figur folgt nun, daß mit den bekannten Deklinationen $\delta_1\ \delta_2$ der beiden Sterne, die Polhöhen $\varphi_1\ \varphi_2$ der beiden Orte Q_1, Q_2, sowie ihr Längenunterschied und die Meridianrichtungen gegeben sind, wobei diese letzteren an terrestrische Punkte angeschlossen werden können.

Wir wollen nun die Beobachtungen den weiteren Bedingungen unterwerfen, daß Q_1 in der durch Q_1 und den Punkt O bestimmten Vertikalebene

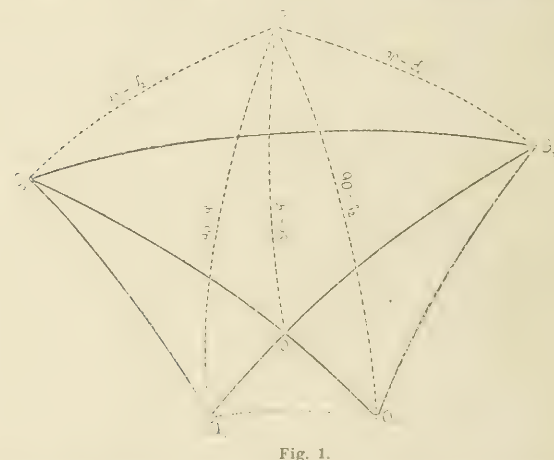


Fig. 1.

den Durchgang des Sternes S_1 beobachten und im Augenblicke dieses Durchganges auch der zweite Beobachter Q_2 den Stern S_1 im Schnittpunkt der beiden Fäden seines Fernrohres halten soll; sodann soll der Beobachter Q_2 in der durch Q_2 und O bestimmten Vertikalebene den Durchgang eines Sternes S_2 beobachten, wobei in diesem Augenblicke auch die Einstellung dieses Sternes durch den Beobachter Q_1 vollzogen sein soll, sowie dies in Fig. 1 zum Ausdrucke kommt.

Aus den vier Zenitdistanzmessungen und den beiden Horizontalwinkeln $S_2\ Q_1\ S_1$, $S_2\ Q_2\ S_1$ ist dann das Punkttripel $Q_1\ Q_2\ O$ geographisch vollständig bestimmt. Man kennt also von $Q_1\ Q_2$ und dem als unzugänglich vorausgesetzten Punkte O die Polhöhen, die Meridianrichtungen, sowie die gegenseitigen Längenunterschiede, überdies den Horizontalwinkel $Q_2\ O\ Q_1$ im Punkte O.

Bezüglich der Durchführung, der Vervielfältigung und Reduktion derartiger Konzidenzmessungen, welche außer bei Längenbestimmungen für die

Zwecke der vollständigen geographischen Ortsbestimmung unseres Wissens bisher noch nicht in Vorschlag gebracht oder durchgeführt wurden, wird auf die angezogene Abhandlung des Verfassers verwiesen.

Es wäre nun O ein beweglicher Punkt — etwa das Objektiv eines Aufnahmsapparates. Werden nun in dem Augenblicke, wo die Aufnahme im Luftfahrzeug erfolgt, von Q_1 und Q_2 die Einstellungen auf O vollzogen, so ist die Lage des Aufnahmsortes durch räumliches Vorwärtseinschneiden vollzogen. Hiebei kommt die Möglichkeit der direkten Visur zwischen Q_1 und Q_2 nicht in Frage, da im allgemeinen sowohl die Richtung zwischen Q_1 und Q_2 als auch die Horizontalentfernung und der Höhenunterschied dieser beiden Punkte geodätisch, also durch ein Triangulierungsnetz, oder durch Einschalten dieser beiden Punkte in ein solches herzuleiten ist.

Da die Richtungen Q_1 O, Q_2 O an terrestrische Punkte angeschlossen werden, so sind jene Richtungen zum Zwecke der Beobachtungen von Sterndurchgängen jederzeit wieder einstellbar. Es kann daher später der Aufnahmsort des Luftfahrzeuges nach dem Vorhergehenden auch geographisch festgelegt werden, wodurch eben Q_1, Q_2 mitbestimmt werden, so daß sich zugleich für diese Punkte auch die Meridiankonvergenz ergibt.

Wegen der hier in Betracht zu ziehenden größeren Entfernungen können von Q_1, Q_2 aus eine Reihe derartiger Ortsbestimmungen von Aufnahmspunkten vorgenommen werden.

Die Abbildung der Punkte Q_1 Q_2 durch die photographische Aufnahme kommt natürlich nicht in Betracht. Der Augenblick dieser letzteren ist vom Flugzeug aus durch optische oder drahtlose Signale den Beobachtern in Q_1, Q_2 bekanntzugeben, etwa so, daß durch den Momentverschluß des Apparates im Flugzeug ein solches Signal ausgelöst und den Beobachtern übermittelt wird.

Für große Entfernungen und demgemäß kleine Höhenwinkel wird das Verfolgen des Flugzeuges, beziehungsweise des für die Einstellung in Betracht kommenden und dementsprechend bezeichneten Punktes keine besonderen Schwierigkeiten haben, insbesondere, wenn die betreffenden Instrumente hiezu geeignete Einrichtungen besitzen.

Für kleinere Entfernungen könnte für die Lagebestimmung von O auch die photogrammetrische Bestimmung aus Q_1 und Q_2 in Frage kommen, derart, daß sich die drei Apparate, jener nämlich im Luftfahrzeug, sowie die beiden Kameras in Q_1, und Q_2 gegenseitig gleichzeitig auslösen.

Die Tätigkeit der Beobachter in Q_1, Q_2 beschränkt sich dann lediglich auf die betreffenden Kreisablesungen an ihren Phototheodoliten und ist daher diese Bestimmung von jeder persönlichen Auffassung frei, was sehr für dieselbe spricht. Die Vollkommenheit der betreffenden Instrumente, insbesondere die Art der Ausmessung ist natürlich für die zu erreichende Genauigkeit entscheidend.

Die für die Berechnung erforderlichen Winkel werden eben dann durch die Aufnahmen von Q_1 und Q_2 geliefert.

Die geographische Ortsbestimmung ist selbstverständlich keineswegs eine unerläßliche Bedingung für die Bestimmung von O, denn jene hat

eigentlich mit dieser nichts zu tun; doch haben wir hier mehr die Anwendung für eine zusammenhängende topographische Neuaufnahme vor Augen, bei welcher die geographische Ortsbestimmung wenigstens teilweise zu berücksichtigen ist. Außerdem kann diese auch für den Aufnahmspunkt wünschenswert sein, da sie einen wesentlichen Behelf für die Orientierung der Aufnahme, respektive für diejenige einer ganzen Gruppe bilden kann.

Wie aus dem Vorstehenden zu entnehmen ist, hängt die unmittelbare Ortsbestimmung mit der gut funktionierenden drahtlosen Verständigung, respektive Zeichengabe zwischen dem Beobachter im Flugzeug und den Beobachtern Q_1 und Q_2 ab. Auch in dieser Hinsicht können erst Versuche Klarheit schaffen. Der Krieg dürfte auch hier der große Lehrmeister, wenn auch für ganz andere Aufgaben, gewesen sein.

Wir werden nun im nachstehenden den Ort der Aufnahme der Lage und Höhe nach als gegeben voraussetzen.

Die Neigung der optischen Achse des Aufnahmsapparates nehmen wir als nicht unmittelbar — wenigstens nicht in einem für die Orientierung genügenden Genauigkeitsgrade — gemessen an. Diese Neigung soll aus mindestens einem abgebildeten Punkt p, für welchen der Vertikalwinkel β aus dessen räumlicher Lage P herzuleiten ist, bestimmt werden. Hiebei ist also p ein beliebiger auf der Platte nach erfolgter Aufnahme auszuwählender Punkt, dessen Lage im Terrain erkennbar und nachträglich aus gegebenen Punkten — wie Q_1 Q_2 — bestimmt werden kann.

Die Entfernung zwischen den Punkten, wo Aeroaufnahmen erfolgen, ist daher hinsichtlich der Orientierung an keine Einschränkungen gebunden; diese Entfernung ist lediglich abhängig von dem Zwecke, dem diese Aufnahmen dienen, ob dieselben also als horizontierte Vogelperspektiven, oder aber als photogrammetrische oder stereophotogrammetrische Aufnahme weiter verarbeitet werden sollen.

In den folgenden Abschnitten werden wir uns mit der Ermittlung der Neigung der Bildebene aus dem anderweitig hergeleiteten Höhenwinkel β eines abgebildeten Punktes beschäftigen, die betreffenden Genauigkeitsfragen erörtern und die Verwendung des Perspektographen im Sinne der Scheimpflugprojektion für diesen Fall besprechen, wobei sich naturgemäß eine Reihe von Kontrollen ergeben müssen, da die Bestimmung des Aufnahmsortes nunmehr aus der direkten Messung vorliegt.

Wir setzen hiebei die innere Orientierung als bekannt voraus und schließen hieran die weitere Annahme, daß die Hauptvertikale des Negativs zur Abbildung gelangt und diese auch identisch sei mit der durch das Zentrum und den Hauptpunkt der Platte gehenden Vertikalebene im Augenblicke der Aufnahme, eine Voraussetzung, welche auch der neuesten Behandlung dieses Gegenstandes durch Finsterwalder zugrunde liegt.

Erst im letzten Abschnitt werden wir auch diese Voraussetzung fallen lassen und lediglich die innere Orientierung, also Bildweite und Hauptpunkt als gegeben annehmen.

II.

Das Ergebnis der räumlichen Punktbestimmung von O aus Q_1 und Q_2 sind die Koordinaten $x\ y\ z$, jenes der Bestimmung von P die Koordinaten $x_1\ y_1\ z_1$. Hiebei soll der Ursprung des Systems in Q_1 liegen und die Achse **Z die Richtung der Vertikalen bezeichnen.**

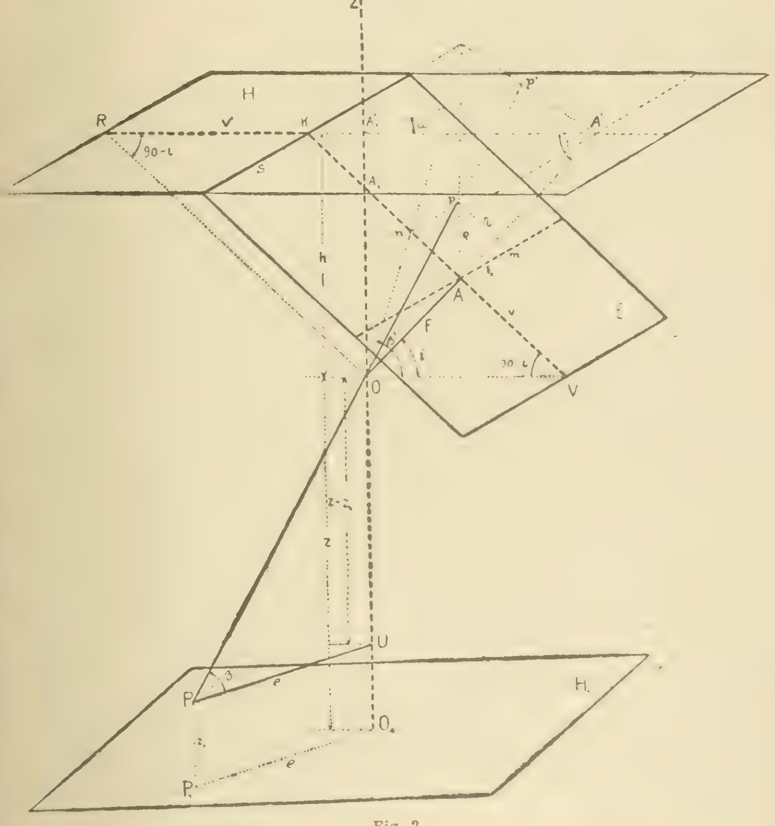


Fig. 2.

Es ist dann die Neigung der Geraden $O\ P$ (Fig. 2) gegeben durch

$$tang\ \beta = \frac{z - z_1}{\sqrt{(y - y_1)^2 + (x - x_1)^2}} \quad . \ . \ . \ . \ . \ 1)$$

wo also der Nenner die Horizontaldistanz e zwischen O und P bezeichnet. In der Figur bedeutet ferner E die Lage der Aufnahmsplatte, A ihren

Hauptpunkt, O das Zentrum, i die Neigung der optischen Achse $OA = F$ mit dem Horizont, wo also F die Bildweite ist.

Eine durch A und die Vertikale von O gehende Ebene schneidet E in der Hauptvertikalen v, welch letztere der Voraussetzung gemäß zur Abbildung gelangt. Die Koordinaten ξ, η des abgebildeten Punktes p und ebenso dessen Abstand ϱ von A sind daher meßbar.

Ist ω der Winkel zwischen der Vertikalebene durch v und jener durch p, so gelten die Gleichungen

$$tang\, \omega = \frac{\xi}{F \cos i - \eta \sin i} \quad \ldots \ldots \ldots \; 2)$$

$$tang\, \beta = \frac{F \sin i + \eta \cos i}{F \cos i - \eta \sin i} \cdot \cos \omega \quad \ldots \ldots \; 3)$$

Setzt man in 3) den Wert von ω aus 2), so wird mit

$$\varrho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \; 4)$$

$$\sin \beta = \frac{F \sin i + \eta \cos i}{\sqrt{F^2 - \varrho^2}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \; 5)$$

$$\cos \beta = \sqrt{\frac{(F \cos i - \eta \sin i)^2 + \xi^2}{F^2 - \varrho^2}} \quad \ldots \ldots \; 6)$$

Die Bestimmung von i bei gegebenem β erfolgt am einfachsten mit Einführung des Hilfswinkels φ aus

$$tang\, \varphi = \pm \frac{F}{\eta} \quad \ldots \ldots \ldots \; 7)$$

$$\cos (\varphi - i) = \frac{\sin \beta \cdot \sin \varphi \cdot \sqrt{F^2 - \varrho^2}}{F} \quad \ldots \ldots \; 8)$$

Ist β' die Projektion von β auf die Ebene der Hauptvertikalen, so gilt in 7) das obere oder untere Zeichen, je nachdem $\beta \gtrless i$ ist, da im ersteren Falle in 2) und 3) die Ordinate η positiv, im letzteren negativ zu nehmen ist.

Der Figur ist zu entnehmen, daß der Winkel $\varphi = \sphericalangle AnO$ ist, dessen Größe also durch η und F bestimmt wird, er liegt daher im ersten oder zweiten Quadranten. Einem gegebenen Winkel β entsprechen natürlich zwei Lagen der Bildebene. So würde man in der Figur die zweite Lage von E erhalten, indem man in der Vertikalebene durch v durch den Punkt n die zweite Tangente an den mit O konzentrischen Kreis legt, dessen Halbmesser $\overline{OA} = F$ ist.

Welcher Lage die tatsächliche Aufnahme entspricht, wird nicht zweifelhaft sein, da die Neigung der Platte, beziehungsweise ihres Ausschlages durch Libellen in einem für den vorliegenden Zweck ausreichenden Maße angezeigt werden kann.

Wir geben als Anwendung der Gleichungen 7) und 8) einige Beispiele:

1) $F = 180\, mm$, $\xi = \eta = 50\, mm$, $\beta = 60°$.

Aus 7) erhält man je nach dem Vorzeichen

$$\varphi = 74^0\ 28'\ 33'' \text{ beziehungsweise } \varphi = 105^0\ 31'\ 27'',$$

hingegen aus 8)

$$\varphi - i = 26^0\ 17'\ 50'',$$

da die Ergänzung zu 360^0 praktisch nicht in Betracht kommt.

Man erhält dann entweder

$$i = 48^0\ 10'\ 43'' \text{ oder } i = 79^0\ 13'\ 37''.$$

$$2)\ F = 90\,mm,\ \xi = \eta = 50\,mm,\ \beta = 60^0.$$

Es wird

$$\varphi = 60^0\ 56'\ 43'', \text{ oder } \varphi = 119^0\ 3'\ 17''$$

und wegen

$$\varphi - i = 15^0\ 41'\ 48'',$$

also entweder

$$i = 45^0\ 15'\ 25'', \text{ oder } i = 103^0\ 21'\ 59'',$$

wobei die Sekunden natürlich nur Rechnungsgrößen sind.

Sowohl in Fig. 2 als auch in den Gleichungen 2) bis 6) sind β und i als Höhenwinkel in dem Sinne: Zentrum – Abbildung eingeführt. Wäre der eine oder der andere der beiden Winkel β, i im Sinne unserer Zählung ein Tiefenwinkel, so ist derselbe mit negativem Zeichen in 2) bis 8) einzuführen.

Zur Untersuchung der Genauigkeit der Ableitung des Winkels i schreiben wir 5) in der Form

$$F \sin i \pm \eta \cos i = \sin \beta \,.\, \sqrt{F^2 + \varrho^2}, \qquad \ldots\ldots \quad 5')$$

wo das obere oder untere Zeichen zu nehmen ist, je nach dem $\beta \gtrless i$.

Von dem Fehler in der Bildweitenbestimmung, sowie überhaupt von dem Fehler in der inneren Orientierung soll abgesehen werden.

Da ϱ und η unmittelbar am Negativ gemessen werden, so kann, absolut genommen, $d\varrho = d\eta$ gesetzt werden.

Es wird dann aus 5')

$$di = \left(\frac{\varrho \sin \beta \mp \cos i \sqrt{F^2 + \varrho^2}}{(F \cos i \mp \eta \sin i) \sqrt{F^2 + \varrho^2}} \right) d\eta + \left(\frac{\cos \beta \,.\, \sqrt{F^2 + \varrho^2}}{F \cos i \mp \eta \sin i} \right) d\beta \quad . \ 9)$$

Geht man nun auf die mittleren Fehler über und nennt den von der Plattenausmessung herrührenden Teilfehler im i, m_i', hingegen den von der fehlerhaften Ableitung des Höhenwinkels β herrührenden Teilfehler m_i'', so wird

$$m_i' = \pm \frac{\varrho \sin \beta \mp \cos i \sqrt{F^2 + \varrho^2}}{(F \cos i \mp \eta \sin i) \sqrt{F^2 + \varrho^2}} \,.\, m_\eta \qquad \ldots\ldots \quad 10)$$

$$m_i'' = \pm \frac{\cos \beta \,.\, \sqrt{F^2 + \varrho^2}}{F \cos i \mp \eta \sin i} \,.\, m_\beta \qquad \ldots\ldots \quad 11)$$

also der Gesamtfehler m_i in der Ableitung der Plattenneigung

$$m_i^2 = m_i'^2 + m_i''^2 \qquad \ldots\ldots \quad 12)$$

Für die beiden früheren Rechnungsbeispiele können jetzt auch die betreffenden mittleren Fehler gerechnet werden.

Hiebei erhält man für denselben Wert von F aus 10) verschiedene Werte für m_i' je nach den zugehörigen Winkeln i, während sich aus 11), wie leicht einzusehen, derselbe Wert m_i'' ergeben muß.

Um m_i in Sekunden zu erhalten, ist die rechte Seite von 10) mit dem Reduktionsfaktor 206265 zu multiplizieren.

Man hat dann folgende Ergebnisse:

1) $F = 180\,mm$,
$m_i' = 872{\cdot}6\,.\,m_{ij}$, beziehungsweise $m_i' = 1255{\cdot}0\,m_{ij}$,
$m_i'' = 1{\cdot}2\,m_{ij}$.

2) $F = 90\,mm$,
$m_i' = 1251{\cdot}3\,.\,m_{ij}$, beziehungsweise $m_i' = 2251{\cdot}2\,m_{ij}$,
$m_i'' = 2{\cdot}0\,m_{ij}$.

Wäre also etwa $m_{ij} = 0{\cdot}1\,mm$, so schwankt m_i' für die behandelten vier Fälle zwischen 1·4 und 3·7 Minuten, wobei allerdings m_{ij} verhältnismäßig groß angenommen ist.

Für die Bewertung von m_i'' ist natürlich die Genauigkeit der Punktbestimmung maßgebend.

Dem Vorwärtseinschneiden aus Q_1 und Q_2 liegen nun nicht allein die Horizontalwinkelmessungen, sondern auch die Vertikalwinkelmessungen aus beiden Punkten zugrunde, so daß die Ableitung der Höhe von O sowohl über dem Horizont von Q_1 als auch über jenem von Q_2 bei dem bekannten Höhenunterschied dieser beiden Punkte eine Kontrolle gibt.

Nennen wir die Horizontalprojektionen der Seiten $Q_1 O$ und $Q_2 O$ bezüglich b und a und die Winkel $O Q_1 Q_2 = \alpha$, $Q_1 Q_2 O = \gamma$ und setzen wir die Messung oder die Ableitung dieser beiden Winkel als gleich genau mit dem mittleren Fehler m_α behaftet und die Projektion von $Q_1 Q_2$ als fehlerfrei gegeben voraus, so ergibt sich leicht

$$m_a^2 = b^2 (\cot g^2 \gamma + \cot g^2 (\alpha + \gamma))\, m_\alpha^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13)$$

Hiebei ist von einer strengeren Fehlerberechnung, da es sich um überschüssige Messungen handelt, abzusehen, indem es sich doch nur um eine erste Genauigkeitsschätzung handelt.

Bedeutet, so wie früher, z die Höhe von O über dem Horizont H_1 von Q_1, so ist

$$z = a\, tg\, \delta \,.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 14)$$

wenn δ den in Q_1 gemessenen Höhenwinkel bedeutet.

Nimmt man den mittleren Fehler m_δ in δ mit m_α gleich groß an, so ergibt sich aus 13) und 14), wenn die betreffenden $m_\alpha = m_\delta$ in Minuten verstanden werden, der mittlere Fehler m_z in z aus

$$m_z^2 = \frac{a^2 m_\alpha^2}{(3438)^2} \left[(\cot g^2 \gamma + \cot g^2 (\alpha + \gamma))\, tg^2 \delta + \sec^2 \delta \right] . \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$

Nun war β der Neigungswinkel jener Geraden mit dem Horizont, welche den Aufnahmsort O mit demjenigen Punkte P der Bodenfläche verbindet, dessen Abbildung p zur Herleitung des Neigungswinkels i der Aufnahmsplatte benützt wird.

Wir setzen nun die Lage von P gegenüber Q_1 Q_2 oder anderen gegebenen Punkten als fehlerfrei bestimmt voraus. Es ist dann nach Fig. 2)

$$tang\,\beta = \frac{z - z_1}{e} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 16)$$

Der Fehler in β wird nun fast ausschließlich durch die vertikale Komponente dz des räumlichen Punktfehlers von O bedingt.

Indem man daher in 16) e als konstant ansehen kann, ist

$$d\beta = \frac{\cos^2 \beta}{e}\, dz, \text{ oder}$$

$$m_\beta = \pm \frac{\cos^2 \beta}{e} \cdot m_z, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 17)$$

wo m_z aus 15) folgt.

Zu einer genäherten Schätzung für den Fehler m_β nehmen wir, lediglich als Rechnungsbeispiel mit kleineren Entfernungen, $Q_1 Q_2 = 1000\,m$, $\alpha = 80^0$, $\gamma = 70^0$ an. Der Schnittwinkel bei O beträgt in diesem Falle 30^0 und ist daher die Punktbestimmung ziemlich ungünstig.

Wir wollen ferner annehmen, daß die Ableitung der Winkel α, γ, δ auf photogrammetrischem Wege erfolge, also durch gleichzeitige Aufnahmen von Q_1, Q_2 aus. Wir setzen dann $m_\alpha = m_\gamma = m_\delta = 1'$, eine Genauigkeit, die ohne Benützung eigener Ausmeßvorrichtungen oder genauer Instrumente zu erreichen ist.

Nehmen wir ferner P als im Horizont H_1 von Q_1 liegend an und setzen $z_1 = 0$, $z = 500\,m$, so wird wegen $b = 1879{\cdot}39\,m$, der in Q_1 nach O gemessene Höhenwinkel $\delta = 14^0\,51'$.

Aus 15) folgt dann $m_z = 0{\cdot}61\,m$ und wegen $e = 500 \,.\, cotg\,\beta$ und $\beta = 60^0$, $m_\beta = 1{\cdot}8'$.

Bringt man nun damit die Werte von m_i' und m_i'' in den früheren Beispielen in Verbindung, so schwankt hienach der mittlere Gesamtfehler m_t in den behandelten vier Fällen wegen 12) zwischen den Grenzen $2{\cdot}5'$ und $4{\cdot}0'$.

Da für eine Aufnahme unter bestimmten Verhältnissen, also bei gegebenem i der Fehler merkbar von der Wahl des abgebildeten Punktes p abhängig ist, so erscheint es geboten, auf diese Verhältnisse näher einzugehen. Zunächst ist ersichtlich, daß der Nenner in den Gleichungen 10) und 11) von Null verschieden ist, und die Fehler m_i' und m_i'' daher endlich bleiben.

Die Bedingung

$$F \cos i \; [illegible] \; \eta \sin \; [illegible]$$

würde den abgebildeten Punkt p in den Zenitpunkt der Platte verlegen und sohin $\beta = 90^0$ zur Folge haben, ein Fall, der naturgemäß außer Betracht bleiben muß.

Aus 11) folgt ferner, daß wegen 6), wenn dort im Zähler ebenfalls das Doppelzeichen eingeführt wird, stets $m_i'' > m_\beta$ ist, und lediglich für $\xi = 0$, wenn also der abgebildete, respektive der gewählte Punkt p in die Hauptvertikale v fällt, $m_i'' = m_\beta$ wird.

Hingegen könnte die Punktauswahl so getroffen werden, daß in 10)

$$\varrho \sin \beta = \cos i \sqrt{F^2 + \varrho^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 18)$$

und damit $m_i' = 0$ wird.

Die Gleichung 18) gilt nur für die in Fig. 2 dargestellten Verhältnisse, also für positive Werte von η oder $\beta > i$. Ersetzt man in 18) $\sin \beta$ durch den aus 5) folgenden Wert, wo dann ebenfalls das obere Zeichen zu nehmen ist, so genügt der Bedingung 18) eine Kurve, deren Gleichung

$$\varrho (F \sin i + \eta \cos i) = \quad \varrho^2) \cos (F^2 + i \quad . \; . \; . \; . \; . \; 18')$$

ist. Wegen 4) ist diese Gleichung bezüglich ξ, η vom vierten Grad. Diese Kurve, welche also für ein bestimmtes Instrument, somit einen gegebenen Wert von F und für eine bestimmte Aufnahme, also eine, wenn auch nur näherungsweise bekannte Plattenneigung i gilt, ließe sich einfach konstruieren. Jedem Kreise vom Halbmesser ϱ und dem Mittelpunkte A der Platte als Zentrum, entspricht nach 18') ein bestimmter Wert von η, also eine Gerade parallel zum Plattenhorizont, deren Schnitte mit dem Kreise zwei zu v symmetrisch gelegene Punkte der Kurve geben. Bei der Wahl von ϱ ist aber zu berücksichtigen, daß nur solche Kurvenpunkte, respektive Kurventeile für die Anwendung in Betracht kommen, für welche sich aus 18) ein Winkel β ergibt, für welche also

$$\varrho > F \cot g\, i$$

ist und sich überdies aus 18') ein positiver Wert von η berechnet.

Beispielsweise hätte man für $i = 45^0, \varrho > F$,

$$\eta = \frac{F^2 + \varrho^2 - \varrho . F}{\varrho},$$

wo also η sich positiv ergibt.

Die obigen Bedingungen schränken nun die Benützung dieser den Werten $m_i' = 0$ entsprechenden Genauigkeitskurven sehr ein. Für $i = 0$ und $i = 90$ gibt es überhaupt keine derartigen Kurven.

Aussichtsreicher ist der Weg, Kurven konstanten mittleren Gesamtfehlers m und um diesen handelt es sich ja hauptsächlich, zu bestimmen. Der dazu führende Weg ist bereits in dem obigen speziellen Falle angedeutet.

Der Bedingung

$$m^2 = m_i'^2 + m'^2 = k^2$$

entspricht dann auf der Platte eine Kurve, welche alle diejenigen Punkte enthält, bei deren Benützung der mittlere Fehler in der abgeleiteten Plattenneigung den konstanten Wert k erhält, so daß hienach eine Auswahl getroffen werden kann. Für verschiedene k erhält man eine Kurvenschar. Für die Aufstellung der Gleichung ist dann in 10) und 11) $\sin \beta$ und $\cos \beta$ durch 5) und 6) zu ersetzen. Die Gleichung enthält dann außer den Fehlern m_i und m, für welche geeignete Annahmen zu machen sind, noch die Bilddistanz F sowie die Neigung i der optischen Achse. Als Veränderliche treten ϱ und η auf, da ξ durch 4) ausgedrückt werden kann.

Die Gleichung der Genauigkeitskurve für konstanten Fehler k hat dann die Form

$$f(\varrho, \eta, k) = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 19)$$

Einem gewählten Werte ϱ als Halbmesser eines mit A konzentrischen Kreises entsprechen aus der hinsichtlich η quadratischen Gleichung 19) zwei Werte von η, so daß sich im Schnitt dieses Kreises mit den entsprechenden beiden zum Plattenhorizont parallelen Geraden allemal vier Punkte der Kurve ergeben.

Derartige Diagramme können bei bekanntem Apparat, also gegebenem F für angenommene Werte von i und hier wieder für anzunehmende, respektive zuzulassende Werte k im voraus aufgetragen und auf einer Glasplatte im Plattenformat zur Darstellung gebracht werden.

Ist nun bei einer Aufnahme die Neigung i wenigstens annähernd bekannt, so kann das diesem Werte am nächsten entsprechende Diagramm für die Punktauswahl benützt werden, doch werden auch hier noch andere Rücksichten, insbesondere die Möglichkeit der Bestimmung von P aus anderweitig bereits festgelegten Punkten maßgebend sein.

Wir gehen nunmehr zur Anwendung, nämlich zur Umbildung der schiefen Aufnahme in eine horizontale, sowie zur Orientierung dieser letzteren über.

III.

In Fig. 2 bezeichnet O_1 die Projektion von O auf eine beliebige Ausgangsebene H_1, die etwa so wie früher durch O_1 gelegt wird. Da die Lage von P bekannt ist, so sind auch e und z_1 gegeben.

Es sei nun H diejenige Horizontalebene, auf welche die Umbildung der Ebene E erfolgen soll. Ihr lotrechter Abstand h von O ist dann durch die gewünschte Maßstabsreduktion gegeben, somit auch jener von der Vergleichsebene H_1. In der Figur bedeutet daher A_1 den Zenitpunkt für H, A_1 denjenigen für die Aufnahmsebene E; hingegen ist A' die Projektion des Hauptpunktes A auf H.

Denken wir uns nun die Transformation mit Benützung des Photoperspektographen bereits durchgeführt, so ist v' die Abbildung der Hauptvertikalen v, p' diejenige des abgebildeten Punktes p auf die Ebene H. Die Neigung i der optischen Achse $OA = F$ gegen den Horizont wird nach dem in II auseinandergesetzten Verfahren als bestimmt vorausgesetzt, somit ist nach 2) auch der Winkel ω, den die Abbildung v' der Hauptvertikalen mit $A_1'p'$ einschließt, gegeben.

Da ferner aus der Figur

$$A_1'p' = \frac{h}{z_1} \cdot e,$$

also ebenso bekannt ist, so ist die Lage von p' gegenüber A_1' also auch bezüglich v' gleichfalls bestimmt: der senkrechte Abstand dieses Punktes von v' ist daher $A_1'p' . \sin \omega$.

Die durch O parallel zu E und H gelegten Ebenen schneiden die Ebenen H und E in den betreffenden zu ihrer Schnittlinie s parallelen Fluchtgeraden. Die in der Hauptvertikalenebene gelegenen Punkte R und V sind daher die resp. Fluchtpunkte.

Die gegenseitigen Lagen der Punkte R, V, A, A_1, A', A_1' sind dann durch die folgenden Gleichungen bestimmt.

$$\left.\begin{aligned} \overline{KR} &= \overline{OV} = \frac{F}{\cos i}, \\ \overline{KV} &= \overline{OR} = \frac{h}{\cos i}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \; 20)$$

$$RA_1' = h \,.\, tg\, i, \quad \overline{A_1' A'} = h \cot g\, i, \quad \ldots\ldots\ldots \; 21)$$

$$VA = F \,.\, tg\, i, \quad \overline{A A_1} = F \cot g\, i, \quad \ldots\ldots\ldots \; 22)$$

also auch

$$\frac{RA_1'}{VA} = \frac{\overline{A_1' A'}}{\overline{A A_1}} = \frac{\overline{K\,.\,V}}{\overline{KR}} = \frac{h}{F}, \quad \ldots\ldots\ldots \; 23)$$

also unabhängig von der Neigung i.

Man entnimmt ferner ebenso leicht, daß die Projektion der durch A gehenden in E gelegenen zu s parallelen Horizontalen auf die Ebene H durch A' parallel zu s gehen muß und dieselbe Bemerkung für die Punkte A_1 und A_1' gilt.

Wir gehen nunmehr zur optischen Abbildung der Ebene E auf die Ebene H über.

Der Photoperspektograph Scheimpflugs ist in der unten angeführten Arbeit[1]) beschrieben. Im übrigen setzen wir keine bestimmte Konstruktion voraus, und beziehen uns auf die früher angegebenen Akademieschriften Scheimpflugs und Finsterwalders.

In Fig. 3 bezeichnet C das Reproduktionsobjektiv mit der Brennweite f; die beiden Ebenen E und H entsprechen den ebenso bezeichneten der Fig. 2. Die Fluchtlinien V und R fallen mit den Brennebenen von C zusammen. Die Ebenen in der doppelten Brennweite schneiden E und H in den beiden zur Zeichnungsebene senkrecht stehenden Geraden K und K', deren Punktreihen kongruent abgebildet werden; sie entsprechen der Schnittlinie K in Fig. 2, also den gemeinsamen Elementen der beiden Ebenen E und H.

Das Objektiv C wird in einer Geradführung so verschoben, daß die Hauptebene des Objektivs stets durch den Schnitt T der beiden Bildebenen E und H der Fig. 3 hindurchgeht; diese letzteren sind überdies drehbar und bilden dieselben in der dargestellten der Fig. 2 entsprechenden Lage die Winkel φ und ψ mit der Ebene des Objektivs.

1 Scheimpflug behandelt nun bezüglich der Orientierung die folgenden beiden Fälle.

a) Gegeben sei F, i, h. Man erhält nach unserer Bezeichnung aus Fig. 3

$$KV \sin\varphi = f = KR \,.\, \sin\psi.$$

Wegen 20 wird $\quad \sin\varphi = \dfrac{f \cos i}{h}, \quad \sin\psi = \dfrac{f \cos i}{F},$

wonach die Einstellungen am Apparat bewerkstelligt werden können.

[1] Scheimpflug, Der Photoperspektograph und seine Anwendung Photographische Korrespondenz, November 1906 Nr 554 der ganzen Folge

b) **Gegeben ist lediglich F und außer f das Maßstabsverhältnis.**

Es werden dann drei abgebildete Punkte, deren räumliche Lage in der Natur bekannt ist, benützt und diese letzteren in perspektivischer Projektion auf die Mattscheibe der Ebene H des Perspektographen übertragen. Die der Ebene E angehörenden drei Punkte der Originalaufnahme werden mit jenen drei Punkten der Ebene H optisch zur Deckung gebracht. Für die endgültige Einstellung des Apparates werden dann die Entfernungen KV und $K'R$ der Fig. 3 an Maßstäben abgelesen.

Die Neigung i — bei Scheimpflug bedeutet i die Neigung der Plattenebene — bestimmt sich dann aus der ersten der Gleichungen 20), deren zweite damit h gibt.

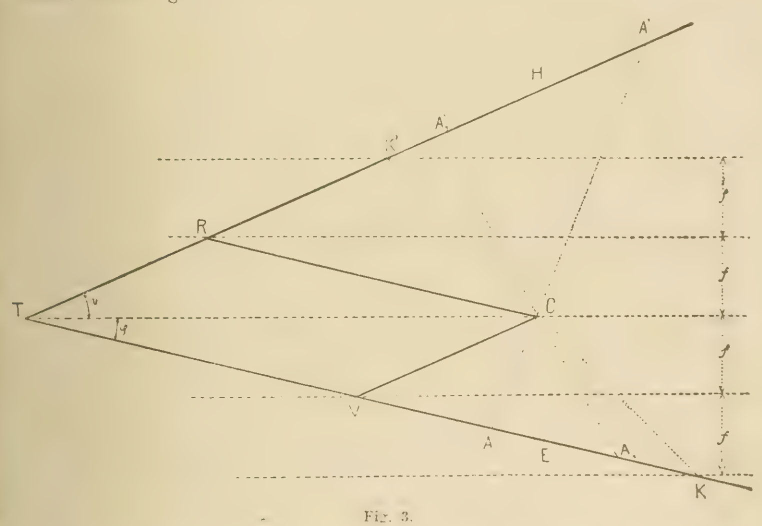


Fig. 3.

Die erste unserer Gleichungen 21) liefert den Abstand RA_1, also nach Fig. 2 die Lage des Bildes A_1' des Aufnahmsortes in der horizontierten Vogelperspektive, nachdem die Abbildung durchgeführt ist. Durch den Vergleich der Lage von A_1' mit der Natur findet sich O_1 der Fig. 2.

Dabei ist, möchten wir hinzufügen, vorausgesetzt, daß die Linien vv' vorhanden, respektive zur Abbildung gelangen, daß also im Augenblicke der Aufnahme die Vertikalebene durch A die Hauptvertikale v enthält, da die Gleichungen 20), 21), 22) diese Voraussetzungen zur Grundlage haben.

Die Hauptvertikale v und ebenso v' müssen daher in Fig. 3 in der Zeichnungsebene, die durch A respektive A' gehenden Horizontalen der Fig. 2 in Fig. 3 senkrecht zur Zeichnungsebene gedacht werden.

2. **Finsterwalder** bringt in seiner Akademieschrift eine neue Konstruktion eines Perspektographen und behandelt die Orientierung ebenfalls

mit Benützung der von ihm als Scheimpflugprojektion bezeichneten optisch-mechanischen Abbildungsmethode.

Es wird zunächst die Voraussetzung gemacht, daß die drei gegebenen Punkte einer Horizontalebene angehören. Das Dreieck dieser drei Punkte wird dann auf einem Projektionsschirm verschiebbar gelagert und das Negativ so verschoben und gedreht, bis die Deckung stattfindet. Die Abstände $\overline{KT} = 2\,\overline{K.V}$ und $\overline{K'T} = 2\,\overline{K'R}$ (Fig. 2 und 3) können dann an Teilungen abgelesen und aus 20) h und i berechnet werden. Der Punkt A_1' wird von dem abgebildeten Punkte A' aus nach der zweiten der Gleichungen 21) bestimmt.

Die Lösung wird etwas zusammengesetzter, wenn die drei gegebenen Punkte nicht einer horizontalen Ebene angehören, es ist dann eine Reihe von Zwischenoperationen nötig. Jedenfalls kann den in Aussicht gestellten weiteren Veröffentlichungen mit größtem Interesse entgegengesehen werden, um so mehr als dann auch die Genauigkeitsfrage der erlangten Ergebnisse erörtert werden dürfte.

3. Wir denken uns die Orientierung der Aufnahme in nachstehender Weise bewirkt.

Die Gleichungen 20), 21), 22) lassen sich, da i und h bekannt sind, unmittelbar auswerten. Auf einem Projektionsschirm werden die drei Punkte $A'\,A_1'\,p'$ der Fig. 2 aufgetragen, welchem Zwecke die frühere Bemerkung, daß p' gegenüber v und A_1' bereits festgelegt ist, sowie die zweite der Gleichungen 21) dient. Ebenso ergibt sich auch dann die Lage von A_1 auf der abgebildeten Hauptvertikalen V aus der zweiten der Gleichungen 22). Die in A' errichtete Senkrechte zu v gibt die Abbildung der Richtung des Horizontes der Ebene E (Fig. 2), also der Senkrechten in A auf v.

Da nun die Lage von A in der Ebene E der Figur 3 aus der ersten der Gleichungen 22) bestimmt ist, die Linie v muß wie erwähnt, in die Zeichnungsebene dieser Figur fallen, so kann man in der Ebene H den Projektionsschirm mit den darauf verzeichneten Punkten und Linien so verschieben, bis die optische Koinzidenz erfüllt ist.

Die Lesungen des Apparates geben dann umgekehrt wieder die Neigung i und alles Erforderliche, wodurch eine wünschenswerte Kontrolle geschaffen ist. Wird nunmehr der Projektionsschirm in der Ebene H (Fig. 3) durch die Platte ersetzt, so gibt die Abbildung durch die Projektionslinse unmittelbar die verlangte Horizontierung der Aufnahme. Man erhält dadurch die Darstellung v' von v, ebenso p und nach dem früheren damit, sowie durch die direkte Abbildung A_1, also den Zentpunkt der horizontierten Aufnahme. Da ebenso A dargestellt wird, so ergeben sich nach 21) abermals Kontrollen.

Da nun die Lage von O_1 bereits gegeben ist, so ist die Orientierung der horizontierten Aufnahme in der Ebene H dem geforderten Maßstabsverhältnisse entsprechend, vollständig bestimmt und für weitere Verwendung geeignet.

Eine weitere Kontrolle gewährt, wie unter 1 bemerkt wurde, die Möglichkeit der geographischen Orientierung des Aufnahmsortes, die auch

Scheimpflug mit Benützung der Karte, also einer bereits vorliegenden Landesaufnahme verwendet.

Ein Vergleich zwischen der Orientierung von Aeroaufnahmen ohne direkte Bestimmung des Aufnahmsortes mit dem hier behandelten Verfahren ist ohne Versuche in dem einen wie in dem anderen Falle nicht möglich. Das erstere ist für den in Aussicht genommenen Fall der Anwendung in der Entwicklung, das letztere bedarf hinsichtlich der Zeichengabe und exakten Einstellungsmöglichkeiten ebenfalls der Klarstellung.

Die Genauigkeit in der Ableitung von i wurde hinsichtlich der Verwendung von gewöhnlichen Feldinstrumenten an einigen Beispielen erörtert. Die aus den Gleichungen 21) und 22) mit Benützung von i gerechneten Entfernungen, welche bei uns zum Auftragen der Punkte auf dem Projektionsschirm benützt werden, sind natürlich mit dem Fehler in i behaftet.

Es ist also beispielsweise wegen 21)

$$\Delta (A_1' A') = \frac{h}{3438, \sin^2 i} \Delta i,$$

wo Δi in Minuten einzusetzen ist. Für eine nahezu horizontale Plattenlage, also mit $i = 90^0$ und etwa $h = 90$ *mm* wäre also $\Delta (A' A_1') = 0{\cdot}08$ *mm*.

Für $i = 45^0$ ergibt sich der doppelte Betrag. Immerhin könnte sich daher der Fehler im Auftragen bemerkbar machen, wobei allerdings wegen 23) die Ähnlichkeit der betreffenden Punktreihen unabhängig von der Neigung ist.

Für die Beurteilung der Koinzidenz wird daher in erster Linie die Deckung zwischen den Punkten p, p' und den Geraden v, v' maßgebend sein. Die Lage von p' gegenüber v' ist durch den von i unabhängigen Abstand $A_1' p'$ und den aus 2) ermittelten Winkel ω festgelegt. Dieser letztere ist daher von dem Fehler in i beeinflußt.

Differenziert man 2) lediglich nach i, um eben diesen Einfluß festzustellen, so wird mit Rücksicht auf den aus 5) und 6) folgenden Wert von $tang\, \beta$

$$dw = \frac{\xi \,.\, tang\, \beta}{\sqrt{(F \cos i - \eta \sin i)^2 + \xi^2}} \cdot di$$

Nimmt man die Verhältnisse in einem unserer früheren Beispiele, also etwa $F = 180$ *mm*, $\xi = \eta = 50$ *mm*, $i = 79^0\, 14'$, so wird

$$d\,w = 0{\cdot}5\, di\,.$$

Der Fehler ist also in der Bestimmung der Lage zwischen v und p' nicht störend.

IV.

Die bisherigen Orientierungen mit Benützung des Perspektographen zum Zwecke von Punktbestimmungen haben sich, wie erwähnt, auf die Voraussetzung gegründet, daß die in Fig. 2 ersichtliche Anordnung auch bei der Aufnahme stattfindet, also die Vertikalebene durch A die Hauptvertikale v enthält.

Es muß daher bei der Montierung des Aufnahmsapparates Vorsorge getroffen werden, daß dieser im Wege einer kardanischen Aufhängung lediglich um eine horizontale und auch horizontal bleibende Achse schwingt.

Die zahlreichen Anordnungen, die Exposition der Platte erst im Augenblick ihrer horizontalen Lage zu ermöglichen, eignen sich eher für Aufnahmen vom Fesselballon[1]) aus, sie dürften aber bei bewegtem Luftfahrzeug den Nachteil haben, daß der Augenblick der Exposition nicht mehr in der Hand des Aufnehmenden gelegen ist.

Wird von anderen wiederholt angewendeten Hilfsmitteln, wie Lotleinen u. dgl., welche doch nur eine genäherte Bestimmung des Zenitpunktes gestatten, abgesehen, so bleibt mit Rücksicht auf die Unsicherheit der Libellenivellierung — vorläufig wenigstens — nur übrig, die Lage des Achsenkreuzes der Platte und ihre Neigung aus wenigstens zwei abgebildeten und der räumlichen Lage nach bekannten oder bezüglich dieser zu bestimmenden Punkten in Verbindung mit der unmittelbaren Bestimmung der Lage des Aufnahmsortes herzuleiten.

Wären $p_1 p_2$ zwei solcher Punkte in der Abbildungsebene E und hienach $p_1' p_2'$ ihre Darstellungen in der transformierten Ebene H, so sind, da die Lagen der entsprechenden Punkte $P_1 P_2$ im Terrain als gegeben angenommen werden, die Abstände des Zenitpunktes A_1' der Ebene H von p_1' und p_2' ebenfalls bekannt.

Es ergibt sich dann also A_1' ohneweiters, sowie im Perspektographen die Umbildung vollzogen ist.

Da nunmehr die Linie v der Ebene E nicht vorhanden ist, so stehen für die Ausmessung lediglich die Seiten des Dreieckes $A p_1 p_2$ zur Verfügung, so daß also die drei Strecken

$$A p_1 = \varrho_1, \quad A p_2 = \varrho_2, \quad p_1 p_2 = d$$

die Ergebnisse der Plattenausmessung bilden. Dazu kommen nach 1) die beiden Vertikalwinkel β_1, β_2 der Geraden $P_1 O$, $P_2 O$, die aus den Koordinaten dieser drei Punkte herzuleiten sind.

In der Pyramide $O\,(A\; p_1\; p_2)$, wo $O A = F$ ist, nennen wir

$$\sphericalangle\, p_2 O p_1 = \sigma, \quad \sphericalangle\, A O p_1 = \sigma_1, \quad \sphericalangle\, p_2 O A = \sigma_2,$$

wobei diese drei Winkel aus den folgenden Gleichungen berechnet werden können.

$$\cos\sigma = \frac{2F^2 + \varrho_1^2 + \varrho_2^2 - d^2}{2\sqrt{(F^2 + \varrho_1^2)(F^2 + \varrho_2^2)}}, \quad \cos\sigma_1 = \frac{F}{\sqrt{F^2 + \varrho_1^2}}, \quad \cos\sigma_2 = \frac{F}{\sqrt{F^2 + \varrho_2^2}} \quad \ldots \; 21)$$

Schneidet man die Pyramide mit einer mit O konzentrischen Kugel, so lassen sich die in Betracht kommenden Größen aus den in Fig. 4 dargestellten sphärischen Dreiecken berechnen.

Zunächst ergeben sich aus dem sphärischen Dreieck $p_1 A p_2$, dessen

[1]) Vgl. u. a. Schell, Die stereophotogrammetrische Ballonaufnahme für topographische Zwecke. Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse, Bd. CXV, Abt. IIa, Mai 1906.

Ecken also ebenso bezeichnet sind wie die Punkte der Plattenebene, durch welche die Kugelradien gehen, die drei Winkel ε, ε_1, ε_2 mit

$$s = \frac{\sigma + \sigma_1 + \sigma_2}{2} \text{ und } k = \sqrt{\frac{\sin(s-\sigma)\sin(s-\sigma_1)\sin(s-\sigma_2)}{\sin s}}$$

$$\text{aus } cotg\frac{\varepsilon}{2} = \frac{\sin(s-\sigma)}{k},\; cotg.\frac{\varepsilon_1}{2} = \frac{\sin(s-\sigma_1)}{k},\; cotg.\frac{\varepsilon_2}{2} = \frac{\sin(s-\sigma_2)}{k} \quad . \; 25)$$

Sodann gibt das Dreieck $p_1 Z p_2$, wo also Z den Zenitpunkt bezeichnet, ebenso behandelt, mit

$$s' = \frac{\sigma + 180 - (\beta_1 + \beta_2)}{2} \text{ und}$$

$$k' = \sqrt{\frac{\cos\frac{1}{2}(\sigma - \beta_1 + \beta_2)\sin\frac{1}{2}(\sigma + \beta_1 - \beta_2)\sin\frac{1}{2}(\sigma + \beta_2 - \beta_1)}{\sin s'}}$$

$$cotg\frac{\varepsilon'}{2} = \frac{\cos\frac{1}{2}(\sigma + \beta_1 + \beta_2)}{k'},\; cotg.\frac{\varepsilon_1'}{2} = \frac{\sin\frac{1}{2}(\sigma + \beta_1 - \beta_2)}{k'}, \quad 26)$$

$$cotg.\frac{\varepsilon_2'}{2} = \frac{\sin\frac{1}{2}(\sigma + \beta_2 - \beta_1)}{k'}$$

Man erhält dann aus den beiden Dreiecken $p_1\ Z\ A$ und $Z\ A\ p_2$ die Seite $90 - i$ doppelt und die Winkel ω_1 ω_2 mit der Kontrolle $\varepsilon' = \omega_1 + \omega_2$. Übrigens bemerkt man leicht, daß der aus 25) folgende Winkel ε bei A sich auch unmittelbar durch ϱ_1 ϱ_2 d ausdrücken läßt.

Die Gleichungen 2), 3) geben dann für die Punkte p_1 und p_2 angewendet, je zwei lineare Gleichungen, welche zur Bestimmung der vier Koordinaten $\xi_1\,\eta_1$, $\xi_2\,\eta_2$ führen. Damit ist die Lage von r und diejenige der durch den Hauptpunkt gehenden horizontalen, da die Abbildungen $p_1\,p_2$ vorliegen, bestimmt. Die Kontrolle ergibt sich dadurch, daß jene Linien durch den vorhandenen Punkt A gehen müssen.

Damit ist aber dieser allgemeinere Fall auf den früheren zurückgeführt und kann die Transformation auf die Ebene H, die Bestimmung des Zenitpunktes A_1' usf. so wie früher geschehen, wodurch sich wieder eine Reihe von Kontrollen ergeben.

Wir haben bereits früher das Anwendungsgebiet der hier behandelten Orientierung von Aeroaufnahmen angedeutet. Es handelt sich hier nicht etwa um Aufnahmen zu Erkundungszwecken, bei welchen die Entwicklung, Transformation und Orientierung der Aufnahmsplatte in sehr kurzer Zeit bewirkt werden sollen, oder aber um Aufnahmen, welche sich bereits auf eine genügende Zahl festgelegter Punkte gründen lassen, in welchem Falle man selbstverständlich diese Punkte im Wege der Transformation auch für die Ortsbestimmung heranziehen wird und daher dann keine Veranlassung zur unmittelbaren Ermittlung des Aufnahmsortes gegeben ist.

Die Anwendung liegt eben mehr bei topographischen Neuaufnahmen oder Ergänzungen und Fortsetzung bestehender Aufnahmen, in welchen

Fällen sich behufs Schaffung der Grundlagen ein großzügiges und planmäßiges Zusammenarbeiten des Geodäten mit dem Aerotopographen ganz von selbst ergibt. Die Wahl der Aufnahmspunkte vom Flugzeug soll lediglich den Bedürfnissen und dem Zwecke der Aufnahme entsprechen; die Kleintriangulierung — die geodätische Festlegung dieser Aufnahmsorte — muß sich diesen Zwecken anpassen, und nicht umgekehrt. Diese Kleintriangulierung soll daher in jenen Fällen, wo die Aeroaufnahme überhaupt am Platze ist, der Aufnahme nicht vorausgehen, sondern mit dieser im Zusammenhange vorgenommen werden.

Die unmittelbare Lagenbestimmung bewegter Punkte durch Einschneiden war vielleicht in früheren Zeiten ziemlich ausgeschlossen, da in dem in Behandlung stehenden Falle eben andere Genauigkeitsansprüche zu stellen sind, als beispielsweise bei der Messung von Wolkenhöhen u. dgl.

Durch den Krieg ist nicht nur die Ausbildung des Flugwesens, sondern auch die drahtlose Verständigung sowie das gesamte Signalwesen zu einer nie geahnten Vollkommenheit ausgebildet worden.

Die Präzisionsmechanik wird zweifellos die geeigneten Anordnungen an den betreffenden Instrumenten schaffen können, damit die hier in Betracht gezogene Ortsbestimmung von Flugzeugen und die damit zusammenhängende Orientierung der durch sie bewirkten Aufnahmen bezüglich der Genauigkeit auch strengeren Anforderungen genügen kann.

Zur Bildweitebestimmung.

Von Prof. Jos. Adamczik in Prag.

Im Band IV dieses Archivs, S. 75, bringt Haerpfer eine Ausgleichsrechnung für die Bestimmung der Bildweite f aus gemessenen Bildstrecken S und den mit einem Theodolit im Felde gemessenen, zugehörigen Winkeln α, welche die Zielstrahlen nach den abgebildeten Feldpunkten miteinander einschließen. Nach durchgeführter Ableitung sagt er S. 77 wörtlich: „Auf Grund von mehrfach durchgeführten Ausgleichungsversuchen ist von zwei Winkeln verschiedener Größe jeweilig dem kleineren, dem ein kleineres S entspricht, das größere Gewicht zu erteilen und im Hinblicke auf die Gewichtszahl 1 der gemessenen Abstände $S_1, S_2 \ldots S_n$ für den kleinsten Winkel α_1 das Gewicht $g_1 = 10000000 = 10^7$ anzunehmen. Die Gewichte $g_2, g_3 \ldots g_n$ der übrigen Winkel $\alpha_2, \alpha_3 \ldots \alpha_n$ folgen dann aus $g_2 = \frac{S_1}{S_2} 10^7$, $g_3 = \frac{S_1}{S_3} 10^7 \ldots$ $\ldots g_n = \frac{S_1}{S_n} 10^7$." Nachdem für die Bildstrecken S die gemessenen Werte eingeführt wurden, ergeben sich auf S. 78 nachstehende Gewichtszahlen:

$$
\begin{aligned}
g_1 &= 1 \cdot 10^7 = 10{,}000\,000 \\
g_2 &= 0{,}58 \cdot 10^7 = 5{,}800\,000 \\
g_3 &= 0{,}31 \cdot 10^7 = 3{,}100\,000 \\
g_4 &= 0{,}27 \cdot 10^7 = 2{,}700\,000
\end{aligned}
$$

Zunächst drängt sich in Ansehung dieser kolossalen Gewichtszahlen die Frage auf, ob bei diesem Mißverhältnis die Photogrammetrie überhaupt wert ist, einer Anwendung gewürdigt zu werden. Dann aber muß man fragen, wie kann es möglich sein, daß die voneinander nicht gar so verschiedenen Winkel $\alpha_1 = 12^0$ und $\alpha_2 = 22^0$ so verschiedene Gewichtszahlen haben, daß dem Winkel α_2 nur mehr zirka das halbe Gewicht zukommt, welches allerdings noch groß genug ist. Man hat also Gründe genug, diese Gewichtszahlen nachzuprüfen, um ihre Stichhältigkeit zu erproben. Zunächst ist zu betonen, daß es bei einer exakten Ausgleichung keinerlei Versuche



geben kann und darf. Die Gewichte hängen bekanntlich von den zu erwartenden, mittleren Fehlern ab und müssen aus diesen berechnet werden, dürfen aber nicht versuchsweise, besser gesagt, willkürlich gewählt werden.

Bezeichnen wir nach der beigegebenen Figur die Abstände der Bildstreckenenden vom Hauptpunkte O mit x_1, x_2, x_3 und x_4, so ergibt, da $tg\,\omega = \frac{x}{f}$ ist, eine Verschiebung um Δx eine Richtungsverschwenkung um $\Delta\alpha$ und es besteht die Beziehung (siehe Hartner-Doležal, Nied. Geodäsie, II. Bd., S. 462, 10. Auflage): $\Delta\alpha = \frac{f}{f^2+x^2}\,\Delta x$, also $\Delta\alpha'' = 206\,265\,\frac{\Delta x}{f+\frac{x^2}{f}}$.

Man sieht aus dieser Gleichung sofort, daß für $x = o$, also beim Hauptpunkte die Richtungsverschwenkung am größten werden muß und sodann

nach den beiden Plattenrändern, also sowohl nach links, als nach rechts mit zunehmender Entfernung vom Hauptpunkte abnehmen muß.

Wäre die Bildstrecke S_1 um 0·1 *mm* unsicher, so wird infolgedessen, da

$x_1 = 110 - 53 = 57\ mm$, $\Delta\alpha_1'' = 90''$, ferner ebenso
$x_2 = 110 - 90 = 20\ mm$, $\Delta\alpha_2'' = 96''$
$x_3 = 170 - 110 = 60\ mm$, $\Delta\alpha_3'' = 90''$
$x_4 = 200 - 110 = 90\ mm$, $\Delta\alpha_4'' = 82''$

Diese so ermittelten Richtungsverschwenkungen sind nun mit dem mittleren Winkelmeßfehler zu vergleichen, welcher durch die Theodolitmessung zu erwarten ist.

Wären die Winkel α mit dem Theodolit auf 10″ genau gemessen, und setzt man für die Bildstreckenmessung das Gewicht $g_s = 1$, so bestehen die Beziehungen:

$1 \times 90^2 = g_1 \times 10^2$, $\sqrt{g_1} = 9$; also $g_1 = 81$
$1 \times 96^2 = g_2 \times 10^2$, $\sqrt{g_2} = 9{\cdot}6$; „ $g_2 = 92$
$1 \times 90^2 = g_3 \times 10^2$, $\sqrt{g_3} = 9$; „ $g_3 = 81$
$1 \times 82^2 = g_4 \times 10^2$, $\sqrt{g_4} = 8{\cdot}2$; „ $g_4 = 67$

Man sieht also 1. daß die Winkelgewichte keineswegs so verschieden ausfallen können, 2. daß ein so grelles Mißverhältnis zwischen der Theodolitmessung und der photogrammetrischen Bestimmung keineswegs bestehen kann, und 3. daß es auch gar nicht richtig ist, daß gerade dem kleinsten Winkel α_1 das größte Gewicht zukommt, sondern demjenigen Winkel, welcher mit dem zweiten Schenkel dem Hauptpunkte zunächst kommt und dies ist hier α_2. Dieser Winkel α_2 hat also sogar ein größeres Gewicht wie α_1, während nach den Ausgleichungsversuchen von Haerpfer demselben nur zirka das halbe Gewicht von α_1 zugeschrieben wurde.

Derartige willkürliche, ganz unrichtige Gewichtszahlen machen natürlich eine Ausgleichungsrechnung ganz illusorisch, so daß die ganze Arbeit dadurch wertlos wird.

Wir wollen nun noch untersuchen, welche Genauigkeit die Theodolitmessung haben müßte, damit ein Gewicht $g_\alpha = 10{,}000.000$ zustande käme.

Nehmen wir der Einfachheit halber die Richtungsverschwenkung infolge des Bildstreckenmessungsfehlers mit 100″, so hätte man:

$$1 \times 100^2 = g_\alpha\, m_\alpha^2,\quad g_\alpha = 10{,}000.000$$

$$m_\alpha'' = \frac{100}{\sqrt{10{,}000000}} = \frac{100}{3000} = \frac{1''}{30} = 0''\!\cdot 03$$

Es müßte also ein solcher Winkel auf $\frac{3''}{100}$ genau gemessen worden sein. In Jordan, Bd. I, 5. Aufl., S. 497, ist aus den Triangulierungen des königl. preußischen geodätischen Instituts von Helmert als mittlerer Winkelfehler ein Gesamtmittel $m = \pm 0''{\cdot}774$ angegeben. Wollte man also untersuchen, wie sich die Genauigkeit unseres Winkels α_1 nach Haerpfer zu der

hier angeführten der preußischen Triangulierungen verhält, so würde sich ergeben:

$$1 \times (0{\cdot}774)^2 = g_\alpha \times (0{\cdot}03)^2, \quad \sqrt{g_\alpha} = 0{\cdot}774 : 0{\cdot}03 = 26, \quad g_\alpha = 676$$

Es müßte also dieser Winkel α_1 beinahe das 700fache Gewicht eines Winkels obiger Triangulierungen haben.

Zur Ausgleichung der Koordinaten stereophotogrammetrisch bestimmter Punkte.

Von Prof. Jos. Adamczik in Prag.

Unter diesem Titel stellt Baurat Ing. S. Wellisch im Heft 2, Band V, S. 135 dieses Archivs eine „kritische Vergleichung" der hierauf bezüglichen Arbeiten an. An der Hand eines Zahlenbeispieles weist er nach, daß die Ergebnisse dieser Arbeiten bei einer Berechnung der Raumkoordinaten eines Punktes nicht viel voneinander verschieden sind und so könnte man leicht den Eindruck gewinnen, als wäre es eigentlich so ziemlich gleichgültig, nach welchen Formeln dieser vier Abhandlungen gerechnet werde. Ja der Schlußsatz könnte sogar die Vermutung aufkommen lassen, als hätten die Werte nach Liebitzky eigentlich das meiste für sich. Um die ganze Art und Weise dieser „kritischen Vergleichung an der Hand eines Zahlenbeispieles" gleich von vornherein zu charakterisieren, will ich auch auf ein Zahlenbeispiel verweisen. Hätte man in einem Dreieck alle drei Winkel gleich genau gemessen und im Dreiecksschluß einen Widerspruch von 3″ erhalten, so sagt der natürliche Verstand und auch die Theorie der Ausgleichungsrechnung, daß jeder Winkel um 1″ zu verbessern ist. Würde nun irgend eine, wenn auch ganz unrichtige Anwendung der Ausgleichungsrechnung vorschreiben, daß zwei Winkel um 1¼ und der dritte nur um ½″ zu verbessern kämen, so würde dadurch natürlich weder diese gute Dreiecksmessung unbrauchbar gemacht, noch könnte man aus diesen sich zeigenden, kleinen Unterschieden die Folgerung ziehen, daß die letztere Anwendung der Ausgleichung gerechtfertigt, oder richtig sei.

Ich sehe mich daher genötigt, hier nochmals aufklärende Erläuterungen anzuführen.

Ganz allgemein genommen handelt es sich darum: „Ist es überhaupt möglich, photogrammetrische Aufnahmen ohne gegebene, abgebildete Fixpunkte dahin verwerten zu wollen, um Korrektionen für die Standlinie abzuleiten? Denn wenn es sich auch zunächst nur um die Raumkoordinaten eines aufgenommenen Punktes handelt, so resultieren doch schließlich aus der Ausgleichungsrechnung Verbesserungen, welche an den verbesserungsfähigen Messungsgrößen anzubringen sind. Führt man also die Standlinienelemente b und h als verbesserungsfähige Größen in die Rechnung ein, so würde man eben schließlich Standlinienkorrektionen erhalten. Und dies noch dazu aus einem einzigen, aufgenommenen Neupunkte?

Vom Standpunkte des Geodäten habe ich diese Frage in meinen vier Schriften sicherlich ausführlich genug besprochen. Sowohl die photogramme-

trische, als auch die stereophotogrammetrische, einfache Punktbestimmung beruhen auf dem Prinzipe des gewöhnlichen Vorwärtsabschneidens, also auf einem uralten, lange geübten Vorgange der Vermessungspraxis und deshalb müssen auch hier dieselben Grundsätze gelten. Die Ausgleichung beim Vorwärtsabschneiden führt aber bekanntlich stets nur auf Richtungsverbesserungen, niemals aber auf Standlinienkorrektionen.

Ich will aber hier noch zeigen, daß vom rein mathematischen Gesichtspunkte eine andere Ausgleichungsart, als diejenige, welche die Standlinienelemente b und h, sowie die Bildweite f als fehlerfrei in die Rechnung einführt, ganz unmöglich ist. Die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate hat eben unbestritten einen wissenschaftlichen Charakter und führt bei richtiger Anwendung niemals auf einen Widersinn. Bei der stereophotogrammetrischen Punktbestimmung hat man folgende 6 Gleichungen zur Verfügung:

$$\frac{Y}{f} = \frac{X}{x_1} = \frac{Z}{z_1} = \frac{X-b}{x_2} = \frac{Z-h}{z_2} = \frac{b}{\Delta} = \frac{h}{\delta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; 1)$$

Hiebei bedeuten $(x_1\, z_1)$ die linken, $(x_2\, z_2)$ die rechten Bildkoordinaten, Δ die Horizontal- und δ die Vertikalparallaxen und X, Y, Z die Raumkoordinaten. Ein Mathematiker, dem die Geodäsie ganz fremd wäre, müßte nun rein nur nach den für die Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen geltenden Regeln, wie folgt, überlegen:

1. Jede verbesserungsfähige Beobachtung o gibt eine Verbesserungsgleichung.

2. Die jeweilige Beobachtungsgröße o ist als eine Funktion der drei zu bestimmenden Raumkoordinatem darzustellen.

3. Es darf nur eine einzige, verbesserungsfähige Messungsgröße in jeder Gleichung vorkommen.

4. Aber auch im ganzen Gleichungssystem darf eine und dieselbe verbesserungsfähige Messungsgröße nur einmal vorkommen; denn würden zwei verschiedene Verbesserungsgleichungen für ein und dasselbe o vorkommen, so würden schon zwei verschiedene Verbesserungen hiefür resultieren, was einen Widerspruch in sich birgt.

Also:
$$\left.\begin{array}{l} o_1 + v_1 = F_1(X, Y, Z) \\ o_2 + v_2 = F_2(X, Y, Z) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ o_n + v_n = F_n(X, Y, Z) \end{array}\right| \; n > 3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; 2)$$

Man sieht nun sofort, daß in den Gleichungen 1) sowohl b als auch h zweimal auftreten. Sie scheiden also schon als verbesserungsfähige Größen aus. Sobald man nun die vier Bildkoordinaten als verbesserungsfähig erkennt, müssen folgerichtig auch die beiden Parallaxen Δ und δ als verbesserungsbedürftig erklärt werden. Damit nun in jeder Gleichung nur eine einzige, eigentliche Beobachtungsgröße vorkomme, muß also endlich f als fehlerfrei erklärt werden. So scheiden also die drei für die ganze Aufnahme grundlegenden Bestimmungsstücke von vornherein aus den verbesserungsfähigen

Messungsgrößen aus und es bleiben deren sechs solche übrig, die eben die sechs Verbesserungsgleichungen ergeben, welche ich aufgestellt habe:

$$v_1 = \frac{f\,X}{Y} - x_1 \qquad v_3 = \frac{f(X-b)}{Y} - x_2 \qquad v_5 = \frac{f\,b}{Y} - \Delta$$

$$v_2 = \frac{f\,Z}{Y} - z_1 \qquad v_4 = \frac{f(Z-h)}{Y} - z_2 \qquad v_6 = \frac{f\,h}{Y} - \delta$$

Man sieht also, daß auch die rein mathematische Auffassung gar keine andere Lösung zuläßt.

Wäre es aber überhaupt denkbar, daß aus zwei Beobachtungsgrößen b und h die drei Raumkoordinaten X, Y und Z auch noch mit Ausgleichung herausgerechnet werden könnten? Hier läge sogar Unbestimmtheit vor. Die Ausgleichung erfordert doch Überschüssigkeit der Beobachtungen?

Mit den nach Haerpfers Formeln von Wellisch berechneten Raumkoordinaten erhielte man:

$$v_1 = \frac{f}{x_1} \cdot X - Y = \frac{0\cdot2433}{0\cdot0475} \cdot 1326\cdot931 - 6796\cdot698 = -0\cdot018$$

$$v_2 = \frac{z_1}{x_1} \cdot X - Z = \frac{0\cdot0277}{0\cdot0475} \cdot 1326\cdot931 - 773\cdot839 = -0\cdot029$$

Wo sollen nun diese beiden Verbesserungen angebracht werden? Soll man etwa als Lohn für die immerhin mühsame Arbeit zwei verschieden verbesserte Nullen erhalten?

Diese erste Fehlergleichung hat aber Liebitzky in anderer Form gegeben, nämlich:

$$v_1 = f\,X - x_1\,Y$$

und ebenso ließe sich die zweite Gleichung schreiben:

$$v_2 = z_1\,X - x_1\,Z.$$

Die entsprechende Gleichung der zugehörigen Geraden lautet nämlich: $\frac{X}{x_1} = \frac{Y}{f}$. und man kann nun sowohl $Y = \frac{f}{x_1} \cdot X$, als auch $f\,X = x_1 \,.\, Y$ anschreiben; daher diese Verschiedenheiten.

Rechnet man nun wieder mit den Werten von Haerpfer, so wird

$$v_1 = 0\cdot2433 \,.\, 1326\cdot931 - 0\cdot0475 \,.\, 6796\cdot698 = -0\cdot008$$
$$v_2 = 0\cdot0277 \,.\, 1326\cdot931 - 0\cdot0475 \,.\, 773\cdot839 = -0\cdot0013$$

Man hätte nun bereits schon vier verschieden verbesserte Nullen. Hat dies auch noch wissenschaftlichen Charakter?

Die beiden ersten Fehlergleichungen Haerpfers müßten also unbedingt gestrichen werden und es blieben also tatsächlich nur mehr zwei Fehlergleichungen übrig, die aber auch noch Formfehler aufweisen. denn man müßte Gleichungen suchen:

$$b + v_5 = F_3(X, Y) \text{ und: } h + v_6 = F_4(X, Z).$$

nicht aber wie Haerpfer aufgestellt hat:

$$q\,b + v_5 = F_3(X, Y) \text{ und: } (s\,b - h) + v_6 = F_4(X, Z)$$

Und nun sollten also aus zwei Gleichungen drei Raumkoordinaten hervorgehen? Meine Behauptung von der Unrichtigkeit solcher Fehlergleichungen wird also wohl endlich rückhaltlos zugegeben werden müssen. Liebitzky muß man es gut schreiben, daß er wenigstens in der letzten Fehlergleichung h von k getrennt hat und sich bemühte, diesen Fehlergleichungen einen Sinn zu unterlegen, was ihm allerdings nicht gelingen konnte. Es sei auch noch bemerkt, daß eine Vernachlässigung der Faktoren $(x_2 z_1 - x_1 z_2)$, wie sie Haerpfer vornimmt, um auf die allgemein geläufigen Formeln für X und Y zu kommen, sich mathematisch nicht begründen läßt. Haben x_1 und x_2, oder z_1 und z_2 verschiedene Vorzeichen, so geht natürlich die Differenz in eine Summe über. Aber schon für dieses hier angeführte Beispiel erhält man ohne Vernachlässigung dieses Faktors $(x_2 z_1 - x_1 z_2)$, also nach der in den Gleichungen (5) auf S. 137 in der Abhandlung von Wellisch angeschriebenen Formel für Y ebenfalls mit siebenstelligen Logarithmen unter Beachtung der achten Dezimalstelle:

$Y' = 6796 \cdot 970\ m.$ Die vereinfachte Formel ergab aber:

$Y = 6796 \cdot 698\ m$

$Y' - Y = 0 \cdot 272\ m.$

Es ergibt sich also hier schon eine Differenz von über $\frac{1}{4}$ m. Jedenfalls für eine Ausgleichungsrechnung keine zulässige Vernachlässigung. Dadurch, daß Wellisch meine zwei Fehlergleichungen, die sich auf die Parallaxen beziehen, einfach wegläßt und sodann ganz neue Normalgleichungen entwickelt, wird natürlich die Rechnung ganz identisch mit der Doležals, also eigentlich nur eine in anderer Form durchgeführte Rechnungskontrolle, so daß die Anführung meines Namens hiebei gar nicht gerechtfertigt ist; höchstens deshalb, weil er die von mir angegebene Substitution benützt. Es ist also das erstemal dieses Zahlenbeispiel nach bedingten und das anderemal nach vermittelnden Beobachtungen durchgerechnet, was natürlich gleiche Resultate ergeben muß.

Das Zahlenbeispiel selbst betreffend, muß ich es als auffallend bezeichnen, daß während $x_1 = 47 \cdot 5\ mm$, das $x_2 = 26 \cdot 72\ mm$ angegeben ist. Diese $\frac{2}{100}$ mm deuten wohl darauf hin, daß eine Parallaxenmessung erfolgte und demnach $x_2 = (x_1 - h)$ gemacht wurde. Dies ist um so mehr anzunehmen, da ausdrücklich angeführt wird, daß diese Werte sich als Ablesungen am Stereo-Koordinatometer (Stereokomparator) ergaben. Man wird also wohl erkennen, daß eine wirklich sachliche, kritische Vergleichung ganz anders ausfällt, als die im Band V, Heft 2 dieses Archivs gegebene.

Aufklärungen

zu dem vorstehenden Artikel des Herrn Prof. J. Adamczik.

Von Baurat Ing. S. Wellisch.

Herr Prof Adamczik hat sich bestimmt gefunden, in dem vorstehenden Artikel auf meine Schrift über die „Ausgleichung der Koordinaten stereophotogrammetrisch bestimmter Punkte" in unfreundlicher Weise Bezug zu nehmen. Da ich in manchen Stellen dieses Artikels den Vorwurf einer ungerechtfertigten Parteinahme erblicke, bin ich genötigt, mich vor diesem ungerechten Vorwurfe zu verteidigen.

Zunächst muß ich dagegen Verwahrung einlegen, daß ich die Formeln von Haerpfer und Liebitzky mit jenen von Dolezal und Adamczik als gleichberechtigt ansehe oder gar höher einschätze. Das gerade Gegenteil ist der Fall. Ausdrücklich stellte ich fest, daß die den Formeln von Haerpfer und Liebitzky zugrunde liegenden Voraussetzungen nicht gerechtfertigt sind, und daß daher selbstverständlich bloß die Formeln von Dolezal und Adamczik vollkommen übereinstimmende, also richtige Ergebnisse liefern können. Ich sagte dies allerdings in der rücksichtsvollsten Form, weil die Herren Haerpfer und Liebitzky ihre Verfehlungen in der schonungslosesten Art ohnehin oft genug zu hören bekommen mußten. Wie ein roter Faden zieht sich die Absicht, die Arbeiten dieser Herren herabzusetzen, durch die Abhandlungen des Herrn Adamczik. Immer wieder vernimmt man darin die Feststellung, daß Haerpfer und Liebitzky „dieses Thema in nicht gelungener Weise zu lösen versucht haben", daß „ihre Fehlergleichungen ganz unrichtig sind", daß sie „keinen rechten Sinn hätten", daß „alle ihre Resultate und Schlußfolgerungen hinfällig werden und keineswegs zu Recht bestehen können", „wie irrig diese Gleichungen sind", usw.

In solcher Art fortzufahren, lag mir gänzlich fern; in meiner Abhandlung habe ich mir die ganz bestimmte Aufgabe gestellt, die von verschiedenen Seiten empfohlenen Formeln unter der ausdrücklichen Voraussetzung, daß nur die vier Bildpunktkoordinaten, nicht aber die Parallaxen gemessen seien, an der Hand eines Zahlenbeispieles einer kritischen Vergleichung zu unterziehen. Eine kritische Besprechung lag durchaus nicht in meiner Absicht.

Wenn mir nun der Vorhalt gemacht wird, daß ich an die mit Rücksicht auf die Möglichkeit der gewünschten Vergleichung in die geeignete Form gebrachten Formeln von Adamczik weiterhin den Namen Adamcziks knüpfte, so glaubte ich mich dazu berechtigt, ja verpflichtet. Sicher wäre mir der Vorwurf der Unbescheidenheit oder gar des Plagiates nicht erspart geblieben, wenn ich dies — bei meinem bescheidenen Anteil an der praktischen Vereinfachung — unterlassen hätte. Auch habe ich bei dieser Vereinfachung die Fehlergleichungen, die sich auf die Parallaxen beziehen, nicht „einfach" weggelassen, sondern auf Grund der ausdrücklich gemachten Voraussetzung notwendig ausschalten müssen.

Prof. Adamczik spricht die Meinung aus, daß man aus dem Zahlenbeispiel „leicht den Eindruck gewinnen könnte, als wäre es eigentlich so

ziemlich gleichgültig, nach welchen Formeln gerechnet werde". Im gewissen Sinne hat er da vollkommen recht. Das Beispiel sollte in augenfälliger Weise dartun (nicht bloß den Eindruck erwecken), daß bei stereophotogrammetrischen Punktbestimmungen, denen gute Messungen zugrunde liegen, jede Ausgleichung — sei es eine strenge oder nur genäherte — ganz und gar überflüssig ist, weil sie dann keine wesentlich besseren Ergebnisse als die ursprünglichen Fundamentalgleichungen liefert, und die erzielten Verbesserungen mit der aufgewendeten Mühe in keinem entsprechenden Verhältnisse stehen. Wenige Zentimeter bei Längen, die nach Kilometern gemessen werden, spielen doch keine Rolle. Wenn ausnahmsweise eine Ausgleichung erwünscht sein sollte, dann sind vorzugsweise die Formeln von Dolezal für Ausgleichungen nach bedingten Beobachtungen, allenfalls die umgestalteten Formeln von Adamczik für Ausgleichungen nach vermittelnden Beobachtungen zu empfehlen.

Da alle aufklärenden Erläuterungen, die Adamczik nochmals sich genötigt sieht anzuführen, dazu dienen sollen, abermals nachzuweisen, daß die von Haerpfer und Liebitzky aufgestellten Fehlergleichungen unrichtig sind, diese Erläuterungen daher mit meinen Vergleichungen gewiß nichts zu tun haben, so brauche ich auch darauf nicht näher einzugehen. Bloß auf die von Adamczik geradezu provozierend gestellten Fragen sei hier besonders hingewiesen, weniger um die ganze Art und Weise der „sachlichen Kritik" zu charakterisieren, als im Interesse der Wissenschaft selbst.

Prof. Adamczik berechnet nach Haerpfers Ansätzen:

$$v_1 = \frac{f}{x_1} X - Y = -0{\cdot}018$$

$$v_2 = \frac{z_1}{x_1} X - Z = -0{\cdot}029$$

und fragt: „Wo sollen nun diese beiden Verbesserungen angebracht werden? Soll man etwa als Lohn für die immerhin mühsame Arbeit 2 verschieden verbesserte Nullen erhalten?" Dann berechnet er nach Liebitzkys Ansätzen:

$$v_1 = f X - x_1 Y = -0{\cdot}0008$$
$$v_2 = z_1 X - x_1 Z = -0{\cdot}0014$$

und fügt hinzu: „Man hätte nun bereits schon 4 verschieden verbesserte Nullen. Hat dies auch noch wissenschaftlichen Charakter?"

Auf diese Fragen seien folgende Aufklärungen gegeben:

Werden in die zweifellos richtigen Ansätze von Haerpfer und Liebitzky nicht die nach Haerpfer, sondern die nach Adamczik von mir berechneten Werte der Raumkoordinaten eingeführt, so erhält man

$$v_1 = \frac{f}{x_1} X - Y = +0{\cdot}010 \qquad v_1 = f X - x_1 Y = +0{\cdot}0005$$

$$v_2 = \frac{z_1}{x_1} X - Z = -0{\cdot}025 \qquad v_2 = z_1 X - x_1 Z = -0{\cdot}0012,$$

also gleichfalls Widersprüche von derselben Größenordnung, welche für Adamczik dieselben Fragen offen lassen.

Mehr noch! Hätte Adamczik diese Untersuchung nicht allein mit seinen gegnerischen, sondern auch mit seinen eigenen Ansätzen durchgeführt, so hätte er gleichfalls Widersprüche erhalten, und zwar in Einheiten der 4. Dezimalstelle:

$$v_1 = \frac{f X}{Y} - x_1 = -0{\cdot}0012$$

$$v_2 = \frac{z_1 X}{Z} - x_1 = -0{\cdot}0020$$

Dies gäbe also — immer nach Adamcziks Auffassung — gar schon 6 verschieden verbesserte Nullen! wo es sich doch in Wirklichkeit immer nur um dieselben 2 Widersprüche handelt, da z. B. die Beziehungen bestehen müssen:

$$v\,(\text{Haerpfer}) = \frac{v\,(\text{Liebitzky})}{x_1} = \frac{Y}{x_1}\, v\,(\text{Adamczik}).$$

Welche Bewandtnis hat es nun mit diesen „geheimnisvollen" Widersprüchen? Stellt man diese Untersuchungen mit den aus den ursprünglichen Fundamentalgleichungen gewonnenen Näherungswerten an, so erhält man sowohl nach Haerpfer und Liebitzky, als auch nach Adamczik für alle v reine Nullen. Es ist z. B. für die „Näherung mit b" nach Haerpfer:

$$\frac{0{\cdot}2433}{0{\cdot}0475} \cdot 1326{\cdot}937 - 6796{\cdot}710 = 0$$

$$\frac{0{\cdot}0277}{0{\cdot}0475} \cdot 1326{\cdot}937 - 773{\cdot}814 = 0.$$

Es ist aber gar keine Frage, sondern nach der Lehre der Ausgleichungsrechnung selbstverständlich, daß an Stelle dieser Nullen Widersprüche v auftreten müssen, wenn statt der genäherten Koordinaten die verbesserten Koordinaten eingeführt werden. Sollen aber bei dieser Substitution die Fundamentalgleichungen widerspruchslos wieder auf Null aufgehen, so müssen gleichzeitig auch die verbesserten Beobachtungen Berücksichtigung finden. Man hat also im obigen Ansatze mit den richtig ausgeglichenen Koordinaten und den verbesserten Beobachtungen wieder auf Null aufgehend:

$$\frac{0{\cdot}2433\,.\,1326{\cdot}932}{0{\cdot}0475000541} - 6796{\cdot}675 = 0$$

$$\frac{0{\cdot}027700939\,.\,1326{\cdot}932}{0{\cdot}047500054} - 773{\cdot}836 = 0.$$

Im übrigen ist in der Weise zu verfahren, wie es zum ersten Male in meinem Buche: „Theorie und Praxis der Ausgleichungsrechnung", II. Band, § 46 im Kapitel über „Widerspruchslose Ausgleichung" ausführlich auseinandergesetzt erscheint.

Nebstbei sei noch bemerkt, daß Prof. Adamczik übersehen hat, daß im Zahlenbeispiele zur Berechnung der Haerpferschen Koordinatenwerte nicht die vereinfachten Formeln 4), sondern — wie dort ausdrücklich erwähnt — die ungekürzten Formeln 3) angewendet wurden, und daß überdies

Adamcziks Rechenergebnis nach der Formel 3) mit meinem nach derselben Formel erhaltenen Ergebnisse ziffermäßig nicht übereinstimmt. Es sind daher die Ergebnisse **Adamcziks** wie folgt richtigzustellen:

$$\begin{array}{rlll} Y'' = & 6796{\cdot}698\ m & \text{statt} & 6796{\cdot}970\ m \\ Y' = & 6796{\cdot}710\ m & „ & 6796{\cdot}698\ m \\ \hline Y'' - Y' = & -0{\cdot}012\ m & \text{statt} & +0{\cdot}272\ m. \end{array}$$

Die Differenz beträgt sohin nicht über $\frac{1}{4}\,m$, sondern kaum $\frac{1}{80}\,m$.

„Man wird also", um mit den eigenen Worten **Adamcziks** zu schließen, „erkennen, daß eine wirklich sachliche Kritik ganz anders ausfällt, als die im voranstehenden Artikel gegebene", und die von **Adamczik** unbedacht gestellte Frage: „Hat dies auch noch wissenschaftlichen Charakter?" beantwortet sich jetzt von selbst.

* * *

Anmerkung: Die Redaktion hat solange zur Klar- und Richtigstellung von im Archiv behandelten Fragen Raum geboten, als der sachliche Boden der Kritik nicht verlassen wurde. Diesem Grundsatze folgend, sieht sie sich nunmehr genötigt, mit obigen Aufklärungen die vom Herrn Professor J. **Adamczik** gemachten Anregungen abzuschließen.

Die Redaktion.

Ein neuer Universalphototheodolit von Günther und Tegetmeyer in Braunschweig, sowie seine Prüfung und Berichtigung.

Von Prof. Dr. Ing. **Hohenner** in Darmstadt.

Der nachstehend beschriebene photogrammetrische Universaltheodolit wurde von der Firma Günther und Tegetmeyer in Braunschweig für das Geodätische Institut der Technischen Hochschule in Darmstadt im wesentlichen nach den Angaben des Verfassers schon im Jahre 1911 angefertigt. Er ist in der Hauptsache einem Phototheodoliten nachgebildet, den der Verfasser mehrere Jahre vorher unter teilweiser Verwendung vorhandener Teile selbst hergestellt hatte und der bei mehreren photogrammetrischen Vermessungen seine gute Brauchbarkeit erwiesen hatte. Da der unten beschriebene Theodolit nach einigen kleinen Änderungen und Ergänzungen sich nunmehr einige Jahre lang auch in den Händen ungeübter Studierender der Technischen Hochschule sowohl bei einfachen als auch bei stereophotogrammetrischen Aufnahmen bewährt hat, so glaubt der Verfasser durch seine Beschreibung mehrfach geäußerten Wünschen nachkommen zu sollen.

Der Konstruktion lag die Absicht zugrunde, einen niedrig und kräftig gebauten, zentrischen, tachymetrischen Repetitionstheodolit durch Einsetzen einer photogrammetrischen Kammer an Stelle des herausgenommenen Fernrohrs mit Höhenkreis bei Bedarf rasch zu einem Phototheodoliten sowohl für die einfache Bildmessung mit lotrechter oder geneigter Bildebene als auch für die stereophotogrammetrische Bildmessung brauchbar zu machen. Bei diesen beiden Gebrauchsarten soll der Phototheodolit es möglich machen,

daß die richtige Lage der Kammerachse unmittelbar vor und sogar auch während der Belichtung der Platte geprüft, beziehungsweise hergestellt werden kann. Außerdem soll die Bildweite des Apparates bei allen möglichen Aufnahmen konstant bleiben; infolge Anlagerns störender Gegenstände, wie z. B. kleiner Glassplitterchen, Sandteilchen, Teilchen von Trockenplatten-emulsion zwischen die üblichen ebenen Auflagerahmen und die Trockenplatte gewähren nach meinen Erfahrungen drei Anlagepunkte, an die die Platte mit sanftem Drucke unter kleinen Seitwärtsbewegungen angeschoben wird, eine größere Sicherheit als ebene Rahmen.

Die Ansicht des tachymetrischen Theodolits (mit für gewöhnlich nicht aufgesetzter Kippachsenlibelle) gibt die Abb. 1, die des photogrammetrischen Theodolits für die einfache Bildmessung die Abb. 2, den stereophotogrammetrischen Theodolit mit Hilfsgeräten zeigen die Abb. 3 und 4 und die Verpackung die Abb. 5. Zu letzterem ist zu bemerken, daß ich im allgemeinen die Unterbringung der photogrammetrischen Ergänzungsteile in einem zweiten Kästchen für zweckmäßiger halte als alles zusammen in einem Kasten zu verpacken, der leer 8·0 *kg* und voll 19·3 *kg* wiegt.

Der tachymetrische Theodolit.

Der tachymetrische Theodolit ist zur Messung mit verlorenen Punkten, die z. B. auch die beiden Endpunkte einer sehr kurzen Polygonseite sein können, eingerichtet. Deshalb ist das untere Ende der Dreifußbüchse des Theodolits mit einem kugelförmigen Ansatze versehen. Durch Einsetzen dieser Kugel in die dazu passende zylindrische Bohrung des Freiberger Untersatzes, der in bekannter Weise[1]) am Theodolitstativ mit nahezu horizontaler Oberfläche befestigt wird, und darauffolgende Lotrechtrichtung der Umdrehachse kommt diese auf Zehntelmillimeter in die Achse der zylindrischen Bohrung. An (sehr nahezu) dieselbe Stelle kommt die Achse des in Abb. 4 sichtbaren Signals, wenn dieses nach Herausnahme des Theodolits in den Freiberger Untersatz eingesteckt wird nach Lotrechtrichten der Signalumdrehachse mit Hilfe der in der Abbildung sichtbaren Dosenlibelle und umgekehrt. Zur vorübergehenden Bezeichnung zweier Punkte, z. B. der beiden Basispunkte bei stereophotogrammetrischen Aufnahmen mit kurzer Standlinie sind demnach zwei Stative mit je einem Freiberger Untersatze und dazu ein Signal notwendig. Der horizontale Abstand der Mitten der zylindrischen Bohrungen der beiden Freiberger Untersätze kann mittels eines Meßbandes als Abstand geeigneter Punkte auf dem Umfange zweier gleich großer Kreise abgemessen werden, die auf den Oberflächen der diese Bohrungen enthaltenden zylindrischen Körper eingedreht sind.

Der tachymetrische Repetitionstheodolit besitzt einen Horizontalkreis von 140 *mm* Durchmesser mit $^1/_6{}^0$ Teilung, auf der mit zwei diametralen Nonien von 30″ Angabe abgelesen wird. Der Höhenkreis hat 100 *mm* Durchmesser, $^1/_2{}^0$ Teilung, Zenitdistanzbezifferung, eine Libellenalhidade mit 2 Nonien von 1′ Angabe und einer Libelle von 6″ Teilwert. Das astronomische Fernrohr besitzt ein Objektiv von 27 *mm* freier Öffnung und 195 *mm* Brennweite,

[1]) Siehe z. B. Hohenner, „Geodäsie". Leipzig 1910, S. 118.

hat $19\frac{1}{2}$fache Vergrößerung und ist mit einem Ramsdenschen Okular mit Distanzfäden (Multiplikationskonstante für die beiden Außenfäden nahezu 100) versehen. Das Fernrohr ist nach Herausheben aus den Kippachsenlagern durchschlagbar und umlegbar. Die in Richtung der Kippachse auf der Alhidade angeordnete feste Alhidadenlibelle besitzt 20″ Teilwert, die Kippachsenlibelle (Reitlibelle) 20″ und die mit dem Fernrohr fest verbundene Doppelschlifflibelle (Nivellierlibelle) 12″. Unter der rechten Kippachsenlagerstütze ist ein Röhrenkompaß angebracht, dessen Einstellebene sich bei Verwendung eines entfernten Zielpunktes durch Justierschräubchen leicht parallel

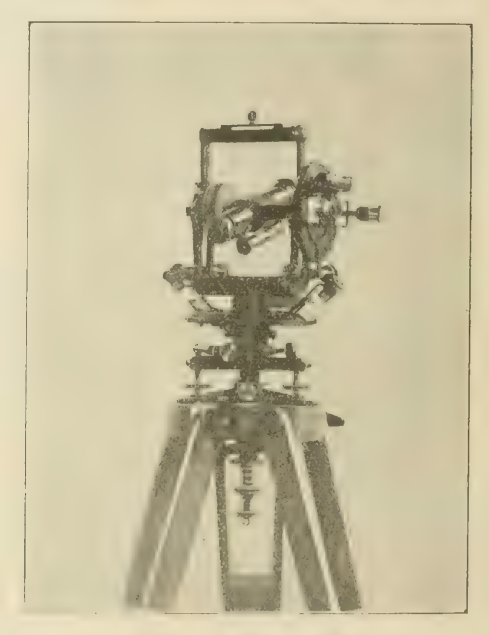


Fig. 1

zur Zielebene des Fernrohres stellen läßt. Am Theodolit sind folgende Berichtigungsschrauben vorhanden:

an der festen Alhidadenlibelle zwecks Senkrechtrichtung ihrer Achse zur (lotrechten) Umdrehachse;

an der Kippachsenlibelle (Reitlibelle) zwecks Parallelrichtung ihrer Achse zur Fernrohrkippachse;

an einem Kippachsenlager zwecks Senkrechtstellung der Kippachse zur Alhidadenachse;

am Fadenkreuz, um dieses nach allen Seiten etwas verschieben zu können, hauptsächlich zwecks Senkrechtstellung der Hauptziellinie zur Kippachse;

an der Nivellierlibelle des Fernrohrs zwecks Parallelrichtens ihrer beiden Achsen zur Hauptziellinie (mittlere Ziellinie);

an der Libelle der Höhenalhidade zwecks Wegschaffens des Höhenzeigerfehlers.

Mit diesen Schräubchen kann der Theodolit in bekannter Weise justiert werden, damit er richtige Horizontal-, Streich- und Höhenwinkel durch Messung in einer Fernrohrlage liefert und um ihn auch zur Ausführung kleiner Nivellierungen brauchen zu können. Sämtliche Berichtigungen sind stets auf einem Standorte mit jeder wünschenswerten Schärfe leicht durchführbar, da die beiden Achsen der Doppelschlifflibelle hinreichend genau parallel zueinander liegen.

Der Phototheodolit.

Durch Herausheben des Fernrohrs mit Höhenkreis aus den Kippachsenlagern und Einsetzen der photogrammetrischen Kammer wird ein Phototheodolit erhalten. Dieser ist für die einfache Bildmessung bestimmt, wenn

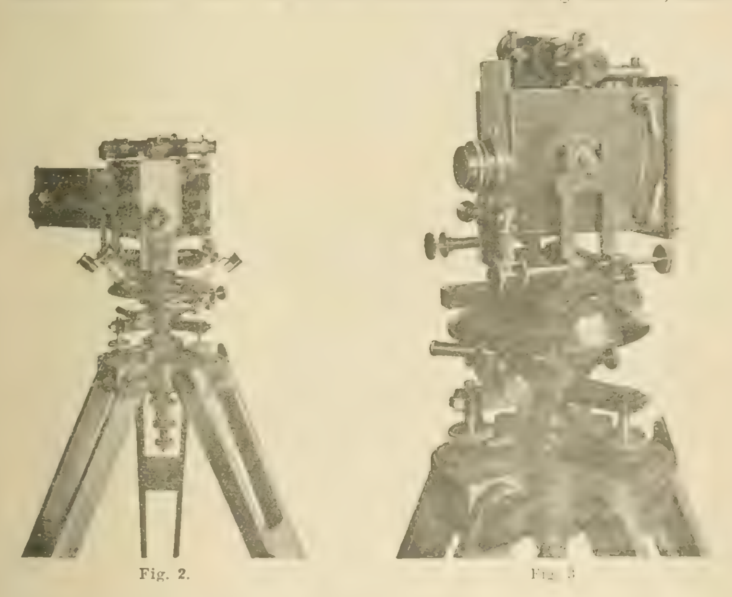


Fig. 2. Fig. 3.

auf die Kammer ein Zielfernröhrchen mit horizontal gerichteter Visierlinie und vor das Objektiv gestecktem drehbaren, konstant ablenkendem Fünfseitprisma (Ablenkungswinkel sehr nahezu [illegible]), wie dies die Abb. 2 zeigt, gesetzt wird, für die stereophotogrammetrische Aufnahme aber, wenn dasselbe, nach Entfernen eines in die Kammerdeckplatte einsteckbaren zylindrischen Körpers, kippbare Zielfernröhrchen ohne Objektivprisma nach

Andeutung von Abb. 3 aufgesetzt ist. Dieses Fernröhrchen besitzt eine gesamte Länge von 145 *mm* bei Einstellung auf Unendlich, freie Objektivöffnung 20 *mm*, Brennweite 125 *mm*, 10fache Vergrößerung und ein einfaches Fadenkreuz. Es läßt sich nach Herausheben aus seinen Kippachsenlagern sowohl durchschlagen als auch umlegen, so daß seine Ziellinie durch Seitwärtsbewegen des Fadenkreuzrahmens, beziehungsweise durch dessen Vertikal-

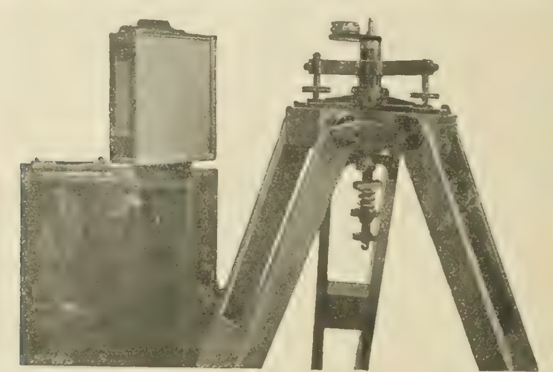


Fig. 4.

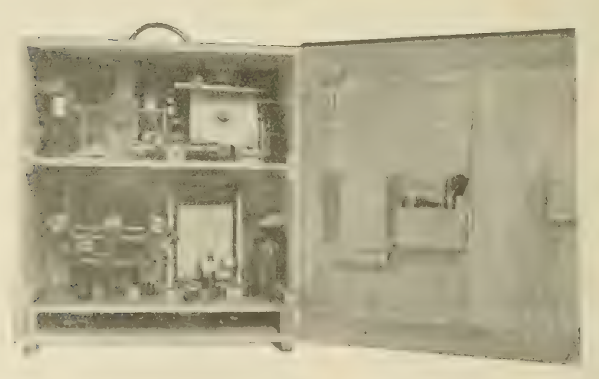


Fig. 5.

bewegen sich leicht senkrecht zur Kippachse, beziehungsweise winkelhalbierend zu zwei Ebenen stellen läßt, die durch die Kippachse und zwei am Fernrohrkörper vorhandene Aufliegepunkte gebildet werden. In diesen zwei Aufliegepunkten berührt das Fernröhrchen vor und nach dem Umlegen in den Lagern (das Objektiv bleibt hiebei auf derselben Seite) den oben erwähnten in die Kammerdeckplatte einsteckbaren Zylinder A_7 der Fig. 6, der in der Höhe mittels eines Schräubchens etwas verstellbar eingerichtet ist. Mit Hilfe

passender Justierschräubchen läßt sich die Richtung der Fernröhrchenkippachse im horizontalen Sinne durch Drehen der beiden Lager, im vertikalen Sinne durch Heben oder Senken eines Lagers etwas verstellen und außer-

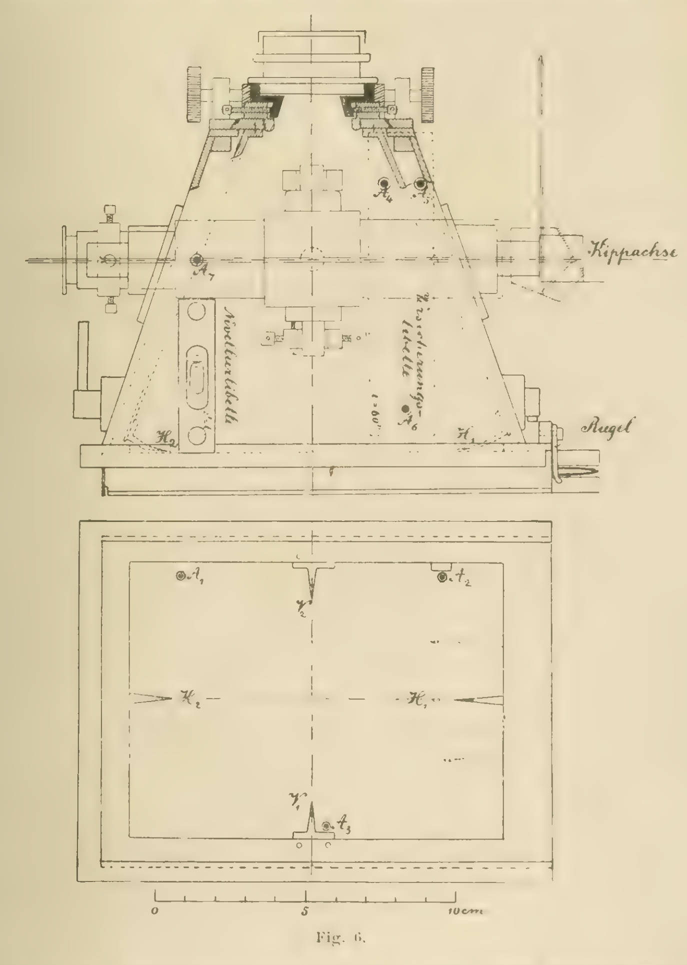


Fig. 6.

dem ist die Fernrohrvisierebene parallel zu sich etwas verschiebbar. Die Kamera ist fast ganz aus kräftigen Leichtmetallplatten gefertigt und für das Aufnahmeformat 9·12 *cm* mit horizontaler Langseite eingerichtet. Das Objektiv ist ein Weitwinkel-Anastigmat „Lineoplast" *f*: 12·5 mit Irisblende

bis $f/70$ und $f = 13\,cm$ Brennweite von Dr. Staeble in München, vor das bei Bedarf z. B. für Fernaufnahmen ein Schottsches Gelbfilter (Jena) mit dem Belichtungsfaktor etwa 12 geschraubt werden kann. Im allgemeinen wird mit kleinster Blende aufgenommen. Die Abb. 3 und 6 lassen die nähere Einrichtung der Kammer zum größten Teil erkennen. Das Objektiv ist auf dem durch Zahnstange und Trieb in der Höhe um etwa 40 *mm* verschiebbaren Objektivbrette derart befestigt, daß es sich mit vier Schrauben sowohl in horizontaler als auch in vertikaler Richtung etwas verstellen läßt. Die jeweilige Stellung des Objektivbrettes läßt sich in ähnlicher Weise wie beim Finsterwalderschen Phototheodoliten[1]) auf einer an einer Führungsschiene angebrachten Millimeterteilung ablesen, doch ist diese Teilung hier nicht für Meßzwecke bestimmt, weil sich der jeweilige Bildhorizont bei vertikaler Bildebene selbsttätig durch zwei etwa 93 *mm* voneinander entfernte Zacken H_1 und H_2 mitphotographiert und die Höhenwinkel direkt mit dem Theodolithöhenkreis gemessen werden. Aus diesen Angaben folgt, daß bei lotrechter Bildebene das Gesichtsfeld horizontal 49°, vertikal ± 19°, durch Verschiebung des Objektivs um ± 20 *mm* aber ± 26½° beträgt. Die Führungsleisten des Objektivbrettes lassen sich um einen kleinen Betrag verändern, damit das Objektiv in einer zur Kammerkippachse senkrechten Ebene (parallel zur Bildebene) geführt wird. Diese Kammerkippachse wird gebildet durch die Achse zweier zylindrischer Zapfen, die unveränderlich mit den beiden Seitenwänden der Kammer verbunden sind. Die Kammerachse läßt sich um die Kippachse in der Mittelstellung des Objektivs ohne vorheriges Entfernen z. B. der Federhäuser der beiden Vertikalmikrometer nach abwärts um etwa 45°, nach aufwärts um etwa 17° kippen, so daß also auch innerhalb dieses Winkelraums jede beliebige Bildneigung verwendet werden kann, wodurch das vertikale Gesichtsfeld bis auf etwa — 65° bis + 43° erhöht wird. Auf der Rückseite der Kammer kann durch geeignete Führungen die die Trockenplatte bergende Kassette lichtdicht (von rechts aus) eingeschoben und durch Umdrehen des Sicherungsriegels in ihrer Lage festgehalten werden. Als Kassette können zweckmäßig Doppelkassetten verwendet werden oder auch eine Kassette in Verbindung mit einem Wechselkasten, wie ein solches für 12 Platten eingerichtetes Kästchen in Fig. 4 mit abgebildet ist. Die Einrichtung solcher Wechselkästen mit zugehöriger Kassette darf hier als bekannt vorausgesetzt werden. Wird der vordere mit E bezeichnete Schieber der verriegelten Kassette herausgezogen, dann wird die Schichtseite der Trockenplatte gegen das Objektiv zu frei. Um nun diese Bildebene in ihre richtige Lage, d. i. „Aufnahmestellung" zu bringen, werden die auf der linken Seite der Kammer sichtbaren und bei der „Ladestellung" nach dem Objektiv zu gerichteten zwei Hebel solange gegeneinander gedreht, bis die weitere Bewegung infolge Anschlagens an Hemmstücke unmöglich ist, was in der in Abb. 3 ersichtlichen Hebellage zutrifft. Mit jedem dieser beiden Hebel ist eine quer durch die Kammer gehende kräftige Welle verbunden; die obere trägt im Innern der Kammer zwei parallele Hebel, die untere aber nur einen, die in Vierkantschräubchen mit gerundeten Köpfen

[1]) Siehe Zeitschrift f. Vermessungswesen, Jahrgang 1896, S. 236.

A_1, A_2 und A_3 der Fig. 6 enden. Bei der Gegeneinanderdrehung der beiden äußeren Hebel beschreiben die Endpunkte der inneren Hebel Kreisbögen, berühren dabei streifend die Schichtseite der Platte und schieben diese, durch Federn schwach vorwärts gedrückte Platte, in ihre richtige Lage. Sogleich nach der Aufnahme müssen die Hebel wieder in die „Ladestellung" gebracht werden, damit beim Einschieben des Kassettenschiebers E keine Beschädigung hauptsächlich des Auflagepunktes A_2 eintreten kann. Im Innern der Kammer sind einige Millimeter vor der Platte die beiden festen zackenförmigen Marken V_1 und V_2 und die beiden gleichzeitig mit dem Objektiv verschiebbaren Marken H_1 und H_2 angebracht. Erstere sollen durch ihre Verbindungsgerade stets die Hauptvertikale der Perspektive, letztere die Richtung des Horizonts, beziehungsweise den Horizont selbst, der Schnittpunkt beider Markenlinien aber den Hauptpunkt der Perspektive liefern. Trotz des verhältnismäßig großen Abstandes der Marken von der Schichtseite, der aber bei Verwendung geeigneter Kassetten leicht zu verringern ist, werden sie, insbesondere bei kleiner Blende, noch sehr scharf abgebildet. Auf der Deckplatte der Kammer befindet sich die Nivellierlibelle von etwa 2′ Teilwert und die als Tischlibelle auf die drei festen Punkte A_4, A_5 und A_6 (Fig. 6) auf- und umsetzbare Versicherungslibelle mit etwa 1′ Teilwert. Die beiden Ebenen A_1 A_2 A_3 und A_4 A_5 A_6 werden ein- für allemal senkrecht zueinander gerichtet und zu letzterer soll dann die durch den hinteren Hauptpunkt des Objektivsystems und durch H_1 und H_2 gebildete Ebene möglichst parallel sein. Durch Einspielenlassen der stets leicht für sich zu berichtigenden Versicherungslibelle kann jederzeit die Nivellierlibelle geprüft und eventuell berichtigt werden. Als Horizontlibelle (für die Zackenlinie H_1 H_2) dient im allgemeinen die in Richtung der Kammerkippachse vorhandene feste Alhidadenlibelle; in besonderen Fällen kann aber hiezu auch die auf die Kippachse aufsetzbare Reitlibelle Verwendung finden.

Berichtigung.

Nach in bekannter Weise durchgeführter Berichtigung des tachymetrischen Theodolits liegt u. a. bei lotrechtstehender Umdrehachse die Fernrohrkippachse scharf horizontal, die Hauptziellinie hiezu senkrecht und außerdem parallel zur Achse der am Fernrohr angebrachten Nivellierlibelle. An der photogrammetrischen Kammer sollen dann bei horizontaler Kammerkippachse (d. h. einspielender Horizontlibelle in Richtung dieser Kippachse) und einspielender Nivellierlibelle auf der Kammer (und der zugehörigen Versicherungslibelle) — abgesehen davon, daß selbstverständlich in der Bildebene deutliche Bilder erzeugt werden müssen — folgende Bedingungen erfüllt sein:

1. Die Bildweite soll unabhängig von der jeweiligen Stellung des Objektivs sein, so daß sie also auch in den beiden extremsten Objektivstellungen gleich groß bleibt.

2. Die Verbindungsgerade der beiden Vertikalzacken V_1 und V_2 soll bei jeder Objektivstellung die Hauptvertikale der Perspektive sein.

3. Die Verbindungsgerade der beiden Horizontalzacken H_1 und H_2 soll bei jeder Objektivstellung der Bildhorizont sein.

4. Der Schnittpunkt O der beiden Geraden V_1, V_2 und H_1, H_2 soll, unabhängig von der jeweiligen Horizontrichtung, stets der Hauptpunkt der Perspektive sein.

5. Die beim Kippen des auf der Kammer angebrachten Zielfernröhrchens um seine Kippachse entstehende Lotebene soll durch die Alhidadenachse gehen und (sehr nahezu) parallel zur Kammerkippachse sein.

6. Die bei eingestecktem Auflagezylinder A_7, beim Drehen des Objektivprismas gebildete Zielebene, soll auch bei geneigter Bildebene nahezu senkrecht zur Kammerkippachse sein.

Die vollständige Prüfung und Erfüllung dieser Bedingungen kann auf sehr verschiedenen Wegen ausgeführt werden; im folgenden werden Verfahren angegeben, die zu ihrer Anwendung außer einer dem Instrumente beigegebenen nahezu planparallelen Spiegelglasplatte im Ausmaß 9/12 *cm* (— scharf planparallele Glasplatten sind teuer, es genügt aber eine alte ausgesuchte Trockenplatte auf Spiegelglas, deren eine Seite zweckmäßig versilbert ist, oder eine daraus gefertigte Mattscheibe —) nur ein Nivellierinstrument (ohne Gaußsches Okular) erfordert.

A. Einmaliges Berichtigen der Bildebene A_1 A_2 A_3.

Die Bildebene muß nach diesen Forderungen 1) parallel zur Objektivführung und 2) parallel zur Kammerkippachse liegen; ersteres wird durch das Schräubchen A_3, letzteres durch die beiden Schräubchen A_1 und A_2 ermöglicht, die sämtlich nach ausgeführter Berichtigung durch Festlöten gesichert werden. Bei scharf lotrechter Alhidadenachse (also auch horizontaler Kammerkippachse) wird die Kammer gekippt, bis das Objektiv senkrecht nach unten gerichtet ist, die Kammerachse also nahezu lotrecht liegt. Setzt man dann auf die Innenseite des ebenen Objektivbrettes (möglichst im Innern der Kammer) eine durch Umsetzen vorher berichtigte Setzlibelle, z. B. die Versicherungslibelle, in Richtung der Objektivführung auf und bringt sie durch geringes Kippen der Kammer zum Einspielen, so ist die Objektivführung horizontal gerichtet. Legt man nun auf die drei Auflagepunkte A_1, A_2, A_3 die planparallele Glasplatte und setzt auf diese die Libelle in Richtung der Objektivführung auf, so zeigt ein etwaiger Ausschlag unmittelbar den Fehler in der Parallelstellung der Bildebene zur Objektivführung an. Mit Hilfe des Schräubchens A_3 kann der Ausschlag beseitigt werden. Setzt man sodann die Libelle in Richtung der Kippachse auf, dann zeigt ein Ausschlag den Winkel zwischen der horizontalen Kammerkippachse und der Bildebene an. Dieser Ausschlag ist also zur Hälfte am Schräubchen A_1, zur anderen Hälfte am Schräubchen A_2 wegzuschaffen, so daß schließlich die Bildebene horizontal liegt. Die Planparallelität der Glasplatte läßt sich scharf durch Drehen der Platte in ihrer Ebene um 180° und Wiederauflegen auf die drei Aufliegepunkte unter der Libelle prüfen. Das Prüfungsverfahren mit einer schwach prismatischen Platte ergibt sich demnach von selbst. Diese Berichtigung kann eventuell der Mechaniker ein für alle Mal genügend scharf ausführen.

B. Einmaliges Berichtigen der Ebene $A_4 A_5 A_6$.

In den durch die höchsten Punkte dreier Schraubenköpfe gebildeten drei Punkten A_4, A_5 und A_6 liegt die ebene Bahn der Versicherungslibelle auf. Diese Ebene A_4 A_5 A_6 soll bei vertikaler Bildebene A_1 A_2 A_3 und horizontaler Kammerkippachse (hauptsächlich in der Richtung senkrecht zur Kippachse sehr nahezu) horizontal sein. Diese Bedingung wird eventuell vom Mechaniker durch geeignetes Abfeilen der drei Schraubenköpfe ein- für allemal etwa in folgender Weise erfüllt. Nach Einsetzen der Kassette, Öffnen ihrer beiden Schieber und Einstellen der zwei Schalthebel in die Aufnahmestellung kann in die Bildebene die nahezu planparallele Spiegelglasplatte z. B. so gebracht werden, daß die an den Punkten A_1, A_2, A_3 anliegende Ebene spiegelt. In dieser Lage wird dieser Spiegel durch eine der in der Abb. 5 an der Innenseite der Türe sichtbaren Klammer festgehalten. Die durch Umsetzen auf den drei Aufliegepunkten A_4, A_5 und A_6 in bekannter Weise für sich berichtigte Setzlibelle (Versicherungslibelle) wird hierauf in der Richtung A_4 A_5 aufgehalten. Ein dabei sich zeigender größerer Ausschlag (bei lotrechter Alhidadenachse usw.) wird durch Abfeilen eines dieser beiden Schraubenköpfe beseitigt. Hierauf wird die Bildebene A_1 A_2 A_3, z. B. unter Benützung eines berichtigten Nivellierinstrumentes und einer Nivellierlatte, in der sogleich zu beschreibenden Weise lotrecht gerichtet; der sodann nach Aufsetzen der Versicherungslibelle auf die Punkte A_4, A_5 und A_6 sich zeigende Ausschlag ist also durch passendes Abfeilen u. dgl. des Schraubenkopfes A_6 wegzuschaffen. Das erwähnte Lotrechtstellen der Bildebene ist dem m. W. zuerst von Doležal angegebenen Verfahren nachgebildet und geschieht in der Weise, daß das berichtigte Nivellierinstrument etwa $^1/_2$ *m* vor dem Spiegel ungefähr in der Höhe der Kammerkippachse so aufgestellt wird, daß mit ihm nach einer etwa 20 *m* weit entfernten lotrechten Nivellierlatte und nach deren Spiegelbild gezielt werden kann. Liest man mit dem Nivellierfernrohr auf dieser Latte bei einspielender Libelle den Betrag a_1 ab, zielt sodann das Spiegelbild der Latte an, bringt die Nivellierlibelle des Nivelliers wieder zum Einspielen und kippt hierauf die Kammer bis ihre Versicherungslibelle einspielt, dann liest man im Spiegelbilde a_2 ab. Nach Drehen des Spiegels in seiner Ebene um 180° wird weiterhin bei einspielender Versicherungslibelle im Spiegelbilde a_3 abgelesen. Kippt man hierauf die Kammer, bis in dieser zweiten Spiegellage $a_3 - \left(\frac{a_2 + a_3}{2} - a_1\right)$ abgelesen wird, dann ist die Bildebene vertikal gerichtet. Nach hierauf ausgeführter Berichtigung der Auflagepunkte zeigt die Wiederholung dieses Verfahrens die gelungene Berichtigung an. Die unempfindlichere feste Nivellierlibelle auf der Kammer wird durch Einspielenlassen bei einspielender Versicherungslibelle richtig gestellt.

Zahlenbeispiel. Entfernung des Nivellierinstrumentes vom Spiegel 0·5 *m*, von der Nivellierlatte 17 *m*.

Ablesung bei horizontaler Zielung des Nivellierinstrumentes: $a_1 = 1{\cdot}100$
Ablesung bei einspielender Versicherungslibelle und 1. Spiegellage $a_2 = 1{\cdot}212$
" " " " 2. " $a_3 = 1{\cdot}182$

(Differenz $a_2 - a_3 = 0{\cdot}030$)

Mittel $\frac{a_2 + a_3}{2} = 1{\cdot}197$.

Einstellen in der zweiten Spiegellage auf $1{\cdot}182 - (1{\cdot}197 - 1{\cdot}100) = 1{\cdot}085$ und darauffolgendes Ändern von A_6, bis die Versicherungslibelle einspielt. Hierauf Probe:

$a_3' = 1{\cdot}084$
$a_2' = 1{\cdot}114$

(Differenz $= 0{\cdot}030$)
Mittel $= 1{\cdot}099$, soll $1{\cdot}100$ sein.

C. Berichtigen der Vertikalzacken V_1 und V_2 und der Objektivführung.

Die durch die beiden Vertikalzacken V_1 und V_2 und den hinteren Hauptpunkt Ω des Objektivsystems, dessen unterste Lage mit Ω_1 und dessen höchste Lage mit Ω_2 bezeichnet werden möge, gebildete Ebene soll senkrecht zur (horizontalen) Kammerkippachse stehen. Da die photographische Kammer sowohl durchschlagbar als auch umlegbar ist, könnte die Berichtigung in ähnlicher Weise wie die des Ziellinienfehlers beim Theodolitfernrohr gemacht werden. Ich ziehe aber das folgende Verfahren wegen der beschränkten Kippbarkeit der Kammer vor.

Mit dem (berichtigten) Theodolitfernrohre des richtig und fest aufgestellten Tachymetertheodolits wird ein nahezu im Horizont des Instrumentes gelegener, weit entfernter und gut sichtbarer Punkt P angezielt. Nach vorsichtigem Herausheben des Theodolitfernrohrs und Einsetzen der photogrammetrischen Kammer schiebt man deren (abgeblendetes) Objektiv möglichst weit nach oben, z. B. nach $\Omega_2 = 40$ *mm*, und kippt die Kammer so lange, bis das Bild von P nahe an der unteren Zacke V_1 liegt. Bei Zuhilfenahme einer Lupe (z. B. einer von einem Nonius abgenommenen) kann dann das Bild von P durch geringes horizontales Seitwärtsverschieben des Objektivs mittels der beiden auf dieses wirkenden Justierschräubchen scharf auf V_1 gestellt werden, so daß also dadurch P mit der unteren Zacke V_1 scharf angezielt ist. Kippt man hierauf die Kammer so lange, bis P bei der oberen Zacke V_2 abgebildet wird, dann müßte eine sich zeigende kleine Abweichung durch Verändern dieser Zacke, z. B. durch vorsichtiges Abschleifen einer ihrer beiden Seiten mit einem feinen Schleifstein u. dgl., beseitigt werden. Dadurch ist die Ebene Ω_2 V_1 V_2 senkrecht zur Kammerkippachse gerichtet. Verschiebt man nun das Objektiv möglichst weit nach unten, z. B. nach $\Omega_1 = 1$ *mm*, so wird bei unrichtiger Führung des Objektivbrettes die Ebene Ω_1 V_1 V_2 nicht mehr senkrecht zur Kippachse stehen; erscheint deshalb der Punkt P in dieser zweiten Objektivlage nicht mehr an der z. B. unteren Zacke V_1, dann ist der untere Teil der Führung so lange seitlich zu verschieben, bis schließlich Ω_1 Ω_2 V_1 V_2 eine Ebene senk-

recht zur Kippachse bildet. Die Berichtigung der Objektivführung ist sehr haltbar, also im allgemeinen nur einmal auszuführen, und auch die kräftig konstruierten Zacken V_1 und V_2 änderten sich (bei sachgemäßer Behandlung) im Laufe mehrerer Jahre fast gar nicht.

D. Berichtigen der beiden Horizontzacken H_1 und H_2.

Die durch die beiden Horizontzacken H_1 und H_2 und den hinteren Hauptpunkt Ω des Objektivsystems gebildete Ebene soll parallel zur Ebene A_4 A_5 A_6, also bei lotrechter Bildebene (einspielender Nivellierlibelle) und horizontaler Kammerkippachse (einspielender Horizontlibelle) möglichst scharf horizontal sein. Man weist mit Hilfe des Theodolitfernrohrs und der daran befestigten Nivellierlibelle zunächst ein größeres scharfes Zielzeichen, etwa eine Zieltafel, in einer größeren Entfernung von wenigstens 50 *m* scharf in den Kippachsenhorizont ein. Nach Herausnahme des Fernrohrs und Einsetzen der Kammer wird (bei lotrechter Alhidadenachse) eventuell die Versicherungslibelle zunächst durch Umsetzen berichtigt (wodurch gleichzeitig die Bildebene in lotrechte Lage kommt), um danach den etwaigen Ausschlag der festen Nivellierlibelle auf der Kammer beseitigen zu können. Dreht man hierauf die Kammer um die Alhidadenachse solange, bis bei mittlerer Objektivstellung Ω = 20 *mm* das Zielzeichen jeweils bei der Zacke H_1 oder H_2 abgebildet wird, dann sind sich etwa zeigende kleine Abweichungen an den das Objektiv in vertikaler Richtung verschiebenden beiden Justierschräubchen und eventuell durch Ändern der Höhenlage einer der beiden Zacken durch vorsichtiges Abfeilen u. dgl. zu beseitigen.

E. Berichtigen des Zielfernröhrchens auf der Kammer.

Die nach Anzielen eines entfernten Punktes und darauf folgendem Umlegen des Fernröhrchens in seinen Lagern sich zeigende Abweichung wird in bekannter Weise zur Hälfte an den horizontal wirkenden Fadenkreuzschräubchen beseitigt. Nach Anzielen eines hoch (oder tief) gelegenen Zielpunktes (bei einspielender Kammer-Nivellierlibelle) wird auf dem Horizontalkreise abgelesen, z. B. a_1 (Mittel diametraler Zeigerablesungen). Nach Einstellen der Alhidade auf $a_1 \pm 180^{0}$ und Durchschlagen des Fernröhrchens wird die sich zeigende Abweichung beim Zielen nach dem Punkte zur Hälfte durch Heben, beziehungsweise Senken eines Fernrohrlagers entfernt. Nach scharfem Einstellen von 90° auf der Alhidade wird mit den Zacken V_1 oder V_2 ein entfernter Punkt durch Drehen um die Limbusachse so angezielt, daß die Einstellung 90° erhalten bleibt. Wird sodann um die Alhidadenachse um $\mp 90^{0}$ gedreht, also 0^{0} oder 180^{0} eingestellt, dann soll bei einspielender Nivellierlibelle auf der Kammer mit dem Hilfsfernröhrchen der Zielpunkt getroffen werden; wenn nicht, ist die ganze Abweichung durch Verdrehen der Fernröhrchenkippachse im horizontalen Sinne mittels der angebrachten Stellschräubchen wegzuschaffen. Bringt man in etwa 2 *m* Entfernung eine horizontale Millimeterteilung an, stellt auf ihr mit dem Zielfernröhrchen den Teilstrich a_1 ein, liest dann auf dem Horizontalkreise b ab und dreht hierauf um die Alhidadenachse um $\pm 180^{0}$ durch Einstellen von $b \pm 180^{0}$ auf dem Kreise, dann ist die nach dem Durchschlagen

des Fernröhrchens sich zeigende Abweichung von dem Teilstriche a_1 durch Parallelverschieben der Zielebene um die Hälfte mit Hilfe einer die Fernröhrchenkippachse horizontal verschiebenden Justierschraube zu beseitigen.

Nach Einstecken des oben genannten Zylinders A_7 in die vorgesehene Hülse auf der Kammerdeckplatte wird die Visierrichtung des Zielfernröhrchens durch die beiden Kippachsenlager des Fernröhrchens und denjenigen Punkt desselben, der jeweils auf A_7 aufliegt, fixiert. Damit diese Zielrichtung auch nach Umlegen des Fernröhrchens unverändert bleibt, liest man das eine Mal bei „Okulartriebschraube unten" auf einem lotrechten Maßstabe a_1, dann bei „Triebschraube oben" den Betrag a_2 ab. Durch Verstellen des Fadenkreuzes in vertikaler Richtung auf $\frac{a_1 + a_2}{2}$ wird die genannte Forderung erfüllt. Nach Bestimmen des Horizonts der Kippachse des Zielfernröhrchens auf einer etwa 50 *m* entfernten Latte, etwa mit Hilfe des Theodolitfernrohrs und der daran angebrachten Nivellierlibelle, wird dieser Horizontpunkt durch geeignetes Heben des Zylinders A_7 mit Hilfe der vorgesehenen Stellschraube angezielt und diese Lage (durch Festlöten) gesichert. An dem vor dem Objektive drehbar angeordneten Fünfseitprisma mit konstanter Ablenkung von nahezu 90⁰ ist keine Berichtigung vorgesehen und auch nicht notwendig.

F. Prüfung der Bildebene, der Hauptvertikalen, des Horizonts und Bestimmen der Bildweite durch Photographieren bekannter Punkte.

Die lotrechte Stellung der Bildebene bei einspielender Nivellier- und Horizontlibelle kann bekanntlich durch Photographieren langer Erdlote, z. B. von Lotfäden oder Hauskanten, deren Bilder möglichst weit voneinander entfernt sind, geprüft werden. Die Lage der Hauptvertikalen gegen die Zackenlinie $V_1 V_2$, des Horizonts gegen die Zackenlinie $H_1 H_2$ und die Bildweite werden durch Photographieren entfernter, gut definierter Punkte, die zweckmäßig unter nicht zu großen Neigungswinkeln gegen die Horizontale gesehen werden, bei verschiedenen Objektivstellungen aus den zwischen diesen Punkten vom Standort aus direkt gemessenen (oder berechneten) Horizontalwinkeln und den Höhenwinkeln nach diesen Punkten, sowie aus den entsprechenden Bildkoordinaten durch Rechnung gefunden. Die Stellung der Bildebene und die Lage der Hauptvertikalen der Perspektive werden aber durch diese Methoden viel ungenauer als durch die vorhergehend besprochenen Berichtigungsverfahren erhalten, und auch durch die Ausgleichung überschüssiger Messungen nach der Methode der kleinsten Quadrate, wie sie in der Zeitschrift für Vermessungswesen, Jahrgang 1905, vom Verf. gezeigt ist, erhält man für die Lage der Hauptvertikalen sogar bei größeren Horizontalwinkeln nur kleine Gewichte. Es ist deshalb bei dem behandelten Phototheodolit viel zweckentsprechender, die jederzeit leicht zu prüfende Zackenlinie $V_1 V_2$ als richtige Hauptvertikale und die Bildebene als scharf lotrechte Ebene (senkrecht zur Ebene $\Omega V_1 V_2$) zu betrachten und aus den Abmessungen aus den bei verschiedenen Objektivstellungen (mit und ohne Glasscheibe) gemachten Aufnahmen auf Spiegelglastrockenplatten (bei einspielender Horizont- und Höhenlibelle) und den gemessenen Horizontal- und

Vertikalwinkeln nach abgebildeten Punkten die Bildweite und die Lage des Horizonts gegen die durch die Mitte zwischen den beiden Horizontalzacken H_1 und H_2 senkrecht zu $V_1 V_2$ gezogenen Geraden scharf zu bestimmen.

Zu diesem Zwecke richtet man die Vertikalebene durch die Kammerachse mit Hilfe des Zielfernröhrchens mit vorgestecktem Objektivprisma scharf nach einem deutlichen, entfernten Zielpunkt (Turmknopf u. dgl.) und macht dann bei einspielender Horizont- und Nivellierlibelle die beabsichtigten Aufnahmen. Sind die weiterhin abgebildeten Punkte vom Theodolitstandorte hinreichend weit entfernt, dann kann sowohl für die Horizontal- als auch für die Vertikal-

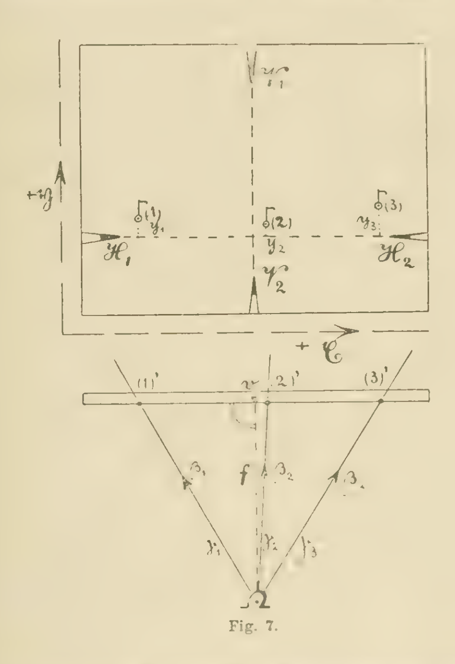


Fig. 7.

winkelmessung an Stelle des vorderen Hauptpunktes des photographischen Objektivs der Schnittpunkt der Alhidaden- und der Theodolitfernrohrkippachse genommen werden. Sind $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ .... die gemessenen horizontalen Richtungen nach den Punkten (1), (2), (3) ..... des Bildes, $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ ..... die gemessenen Höhenwinkel nach diesen Punkten, $\xi_1 \eta_1$, $\xi_2 \eta_2$, $\xi_3 \eta_3$, $\xi' \eta'$, $\xi'' \eta''$ .... die abgemessenen rechtwinkligen Koordinaten der Bildpunkte und der Zackenpunkte in bezug auf ein Koordinatensystem, dessen η-Achse scharf parallel zu $V_1 V_2$ und dessen ξ-Achse hiezu senkrecht liegt, dann bestehen, wenn f die Bildweite und β die horizontale Richtung nach $V_1 V_2$ bedeuten, nach Andeutung der Fig. 7 die Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} tg\,(\beta_r - \beta_1) &= \frac{\mathfrak{x}_r - \mathfrak{x}_1}{f} \\ tg\,(\beta_2 - \beta_r) &= \frac{\mathfrak{x}_2 - \mathfrak{x}_r}{f} \\ tg\,(\beta_3 - \beta_r) &= \frac{\mathfrak{x}_3 - \mathfrak{x}_r}{f} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Da $\beta_2 - \beta_r$ der Voraussetzung zufolge ein sehr kleiner Winkel ist, weil die Kammerachse sehr nahezu in die Vertikalebene Ω (2) eingerichtet wurde, so dürfen die Gleichungen (1) entwickelt werden zu:

$$\left.\begin{aligned} tg\,(\beta_r - \beta_1) &= tg\,(\beta_2 - \beta_1 - (\beta_2 - \beta_r)) = tg\,(\beta_2 - \beta_1) - \frac{1}{cos^2\,(\beta_2 - \beta_1)} \cdot \frac{\mathfrak{x}_2 - \mathfrak{x}_r}{f} = \\ &= \frac{\mathfrak{x}_r - \mathfrak{x}_1}{f} \\ tg\,(\beta_3 - \beta_r) &= tg\,(\beta_3 - \beta_2 + (\beta_2 - \beta_r)) = tg\,(\beta_3 - \beta_2) + \frac{1}{cos^2\,(\beta_3 - \beta_2)} \cdot \frac{\mathfrak{x}_2 - \mathfrak{x}_r}{f} = \\ &= \frac{\mathfrak{x}_3 - \mathfrak{x}_r}{f} \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Daraus folgt:

$$f = \frac{\mathfrak{x}_3 - \mathfrak{x}_1 - (\mathfrak{x}_2 - \mathfrak{x}_r)\left(\frac{1}{cos^2\,(\beta_3 - \beta_2)} - \frac{1}{cos^2\,(\beta_2 - \beta_1)}\right)}{tg\,(\beta_3 - \beta_2) + tg\,(\beta_2 - \beta_1)} \quad . \quad (3)$$

Man erkennt aus Gleichung (3) sofort, daß für symmetrisch zu $V_1\,V_2$ liegende Punkte das letzte Glied im Zähler verschwindet. Zur scharfen Bestimmung von f nimmt man $\mathfrak{x}_3 - \mathfrak{x}_1$ möglichst groß und verwendet mehrere Punktepaare.

Für je zwei, zu einem nahezu in der Hauptvertikalen abgebildeten Punkte (2) nahezu symmetrisch liegende, Punkte (1) und (3) gilt auch hinreichend scharf:

$$\left.\begin{aligned} f' &= (\mathfrak{x}_2 - \mathfrak{x}_1) \cdot ctg\,(\beta_2 - \beta_1) \\ f'' &= (\mathfrak{x}_3 - \mathfrak{x}_2) \cdot ctg\,(\beta_3 - \beta_2) \\ f &= \frac{f' + f''}{2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Diese Formeln (4) sind etwas bequemer als die schärfere Gleichung (3).

Die abgemessenen Bildordinaten y mögen von der Senkrechten zu $V_1\,V_2$ durch den Punkt $\frac{\mathfrak{y}_{H_1} + \mathfrak{y}_{H_2}}{2} = \mathfrak{y}_H$ gezählt werden; diese Gerade ist der genäherte Horizont. Demnach gilt:

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= \mathfrak{y}_1 - \mathfrak{y}_H \\ y_2 &= \mathfrak{y}_2 - \mathfrak{y}_H \\ &\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Die entsprechenden Sollwerte der Bildordinaten folgen aus:

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= \frac{f}{cos\,(\beta_r - \beta_1)} \cdot tg\,\gamma_1 \\ y_2 &= \frac{f}{cos\,(\beta_2 - \beta_r)} \cdot tg\,\gamma_2 \\ &\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

wobei

$$\beta_v = \beta_2 - \frac{\mathfrak{x}_2 - \mathfrak{x}_v}{f} \varrho' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Der genäherte Horizont ist also jeweils zu senken um

$$\left.\begin{array}{l} v_1 = \mathfrak{y}_1 - y_1 \\ v_2 = \mathfrak{y}_2 - y_2 \\ . \; . \; . \; . \; . \; . \end{array}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Ein Zahlenbeispiel möge zeigen, wie scharf einzelne Berichtigungen des Phototheodolits nach den oben behandelten Methoden gelungen sind.

Auf dem Rundpfeiler A der Technischen Hochschule Darmstadt (auf der Plattform des Geodätischen Instituts) wurde die Vertikalebene der Kammerachse nach dem Punkt (5) (Stadtkirche) gerichtet und dann eine Aufnahme (auf Spiegelglastrockenplatte 2) bei tiefster Objektivstellung $\Omega_1 = 1 \cdot 5$ *mm* unter Verwendung des Gelbfilters, eine zweite Aufnahme (Platte 3) bei höchster Objektivstellung $\Omega_2 = 37 \cdot 0$ *mm* ohne Verwendung des Gelbfilters gemacht.

Die beiden Platten wurden mit Hilfe eines Coradischen Koordinatometers, auf dessen beiden Maßstäben 0·01 *mm* bequem abgelesen werden können, ausgemessen. Das Negativ wurde dabei mit Schicht oben, links und rechts richtig, auf einer kräftigen, auf der Unterseite matt geschliffenen Glasplatte durch etwas Wachs befestigt; unterhalb der Glasplatte wurde dieser durch einen Beleuchtungsspiegel in der bei Retouchiergestellen üblichen Weise Licht zugeführt. Die Ausmessung von 9 Punkten der Platte 2 ist in der folgenden Tabelle angegeben, in der weiterhin die Ergebnisse je zweier, mit dem Phototheodolit gemessener vollständiger Sätze (β-horizontale Richtungen, γ-Höhenwinkel) beigefügt sind. Der mittlere Fehler der angegebenen β, beziehungsweise γ beträgt $\pm$ 7·9″, beziehungsweise $\pm$ 10·9″.

Punkt	$\mathfrak{x}$	$\mathfrak{y}$	β	γ
H_1	171·34	52·08 }	—	—
H_2	268·88	52·04 }	—	—
V_1	220·00 }	69·48	—	—
V_2	219·98 }	— 3·63	—	—
(1)	170·50	55·71	0° 0′ 0″	+ 1° 31′ 27″
(2)	182·49	55·95	4° 43′ 41″	+ 2° 7′ 7″
(3)	184·65	—	5° 36′ 7″	+ 1° 35′ 8″
(4)	201·40	53·56	12° 37′ 36″	+ 0° 42′ 42″
(5)	219·98	59·55	20° 42′ 58″	+ 3° 22′ 12″
(6)	231·84	56·61	25° 54′ 43″	+ 2° 2′ 26″
(7)	239·02	57·85	29° 2′ 13″	+ 2° 35′ 20″
(8)	256·41	55·02	36° 18′ 51″	1° 18′ 34″
(9)	266·90	56·20	40° 30′ 18″	– 1° 45′ 0″

Nach einer zweiten Ausmessung der Platte 2 (nach deren Neuorientierung) durch einen anderen Beobachter, Assistent Löffler, ergibt sich der mittlere

Fehler einer einmal gemessenen Koordinate zu $\pm$ 0·019 *mm*. Der Knopf des Turmes bei Punkt (3) konnte im Bilde nicht eingestellt werden. Die Zielpunkte sind etwa 350 ÷ 1500 *m* entfernt. Man erhält nach der Formel (3) für das Punktpaar (1), (9) mit der Mitte (5):

$$f = \frac{96·40 - 0·0001}{0·73799} = 130·63\ mm.$$

Für (2), (8) — (5):

$$f = \frac{73·92 - 0·0001}{0·56568} = 130·67\ mm.$$

Für (4), (7) — (5):

$$f = \frac{37·62 + 0·0000}{0·28839} = 130·45\ mm.$$

Nimmt man die Gewichte dieser Bestimmungen nahezu proportional zu den Abszissenunterschieden (Zählern), so liefert das allgemeine arithmetische Mittel $f = 130·61 \pm 0·056$ *mm*. Die Formeln (4) geben genau dieselben Zahlen.

Nach Gleichung (7) wird: $\beta_r = 20^0\,43'\,14''$.

Die Gleichungen (6) geben:

Punkt:		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
Abgemessen:	y =	− 3·72	− 5·02	—	+ 1·64	+ 7·67	+ 4·67	+ 5·97	+ 3·10	+ 4·24
	y =	3·65	4·89	—	1·50	7·49	4·55	5·79	2·96	4·14
Horizontsenkung:	v =	+ 0·07	+ 0·13	—	− 0·14	+ 0·18	+ 0·12	+ 0·18	+ 0·14	+ 0·10

Da durch diese v keine Drehung angedeutet wird, so folgt daraus, daß die Senkrechte durch $\frac{H_1 + H_2}{2}$ zu $V_1\,V_2$ um $v = +0·13 \pm 0·01$ *mm* zu senken ist, um den Horizont zu erhalten.

Dieselbe Rechnung mit den Abmessungen aus Platte 3 ergab $f = 130·56$, so daß also die Objektivführung tatsächlich scharf parallel zur Bildebene erfolgt.

Zum Schlusse möge erwähnt werden, daß diese Darlegungen vielleicht den Eindruck erwecken können, daß die behandelten Berichtigungsarten zum Teile umständlich sind. Sie sind es aber nach meinen Erfahrungen für den mit derartigen Instrumenten vertrauten Beobachter durchaus nicht. Außerdem haben sich viele der Berichtigungen im Laufe von Jahren als gut haltbar erwiesen, so daß nur hie und da zu prüfen und eventuell zu berichtigen ist:

1. Die Horizontlibelle auf der Alhidadenscheibe.
2. Die Versicherungslibelle durch Umsetzen auf ihren Aufliegepunkten auf der Kammerdeckplatte, um danach die Kammernivellierlibelle richtig zu stellen.
3. Der Kollimationsfehler des Hilfsfernröhrchens.
4. Die Bestimmung des Horizonts gegen die Horizontalzacken H_1 und H_2.

Kleinere Mitteilungen.

Feldzeugmeister O. Frank †. Otto Frank ist zu Nimburg in Böhmen im Jahre 1854 geboren; nach Absolvierung der k. u. k. Techn. Militärakademie in Wien trat er 1876 als Leutnant beim Feldartillerie-Regimente Nr. 7 in die k. u. k. Armee ein. Als Oberleutnant erhielt er die Zuteilung zum Generalstabe, wurde als Generalstabsmajor Lehrer in der Kriegsschule, wirkte dann als Oberstleutnant, beziehungsweise Oberst und Kommandant des Artillerie-Regiments Nr. 18 bei der Artillerietruppe und wurde im Mai 1899 als Kommandant-Stellvertreter in das k. u. k. Militärgeographische Institut in Wien einberufen. Im Jahre 1901 wurde er Kommandant des Instituts, rückte in dieser Stellung im Jahre 1903 zum Generalmajor, 1907 zum Feldmarschalleutnant und 1913 zum Feldzeugmeister vor. Am 17. Dezember 1916 ist Frank einem Herzschlage erlegen.

In einem Vortrage in der Fachgruppe für Vermessungswesen im „Österr. Ingenieur- und Architekten-Vereine in Wien": „Leben und technisches Wirken des verstorbenen Feldzeugmeisters Otto Frank, Kommandanten des k. u. k. Militärgeographischen Instituts", der in der „Österr. Wochenschrift f. d. öffentl. Baudienst" Wien 1917 zur Veröffentlichung gelangte, hat Hofrat Prof. E. Doležal ein Lebensbild des verdienstvollen Generals gegeben, aus welchem der Teil über die Verdienste Franks um die Entwicklung der „Photographischen Meßkunst" angeführt werden möge.

Die hohe technische Vollendung der erzielten Resultate ist auch darauf zurückzuführen, daß Frank stets mit Erfolg bestrebt war, in dem von ihm geleiteten Institute für die Modernisierung der geodätischen Aufnahmemethoden zu wirken und insbesondere der Photogrammetrie, für die er stets das lebhafteste Interesse bekundete, im Rahmen der Militärmappierung die gebührende Geltung zu verschaffen.

Die Photogrammetrie wurde als „willkommenes Hilfsmittel" schon von Rummer und Baron Hübl, insbesondere von letzterem, mit eiserner Konsequenz sinngemäß in Anwendung gebracht, zuerst in der Hohen Tatra, dann auch im Mangart- und Triglav-Gebiete.

Die Bemühungen Baron Hübls wurden von Frank in jeder Weise gefördert und so kam es zu äußerst präzisen und naturtreuen Aufnahmen der Sanntaler- und Karnischen-Alpen, der Ampezzaner-Dolomiten, des Rosengartens, der Marmolata und der Sella.

Als eine der größten Schwierigkeiten, welche dem photogrammetrischen Verfahren noch anhaftete, die Punktidentifizierung, die durch Verwertung des stereoskopischen Sehens in Pulfrichs genialem Stereokomparator beseitigt wurde, war Frank unter der intensiven Mitarbeit Hübls wieder eifrigst bestrebt, das neue stereophotogrammetrische Verfahren in den Dienst der Militärmappierung zu stellen.

Es wurden die neuen Apparate von der Firma Zeiss in Jena beschafft und in den Geislerspitzen in Tirol die ersten größeren zusammenhängenden stereophotogrammetrischen Aufnahmen ausgeführt. Diesem Anfange reihten sich weitere erfolgreiche Aufnahmen in der Pala- und Brenta-Gruppe, im Sarca- und Etsch-Tale, in der Adamello- und Presanella-Gruppe usw. an.

Die Stereophotogrammetrie bedeutet unstreitbar einen Rekord im photographischen Vermessungswesen; sie ermöglicht eine äußerst hohe Ausnützung des geodätischen Inhaltes der photographischen Aufnahme und eine besondere Ökonomie der Lage und Höhenbestimmung. Ihre Verwendbarkeit wurde aber durch die Erfindung eines österreichischen Offiziers, Eduard Ritter v. Orel, noch in geradezu idealer Weise erhöht, indem durch Verbindung des Stereokomparators mit einem Auftrageapparate ein gewissermaßen automatisch wirkendes Instrument, der Stereoautograph, entstand, welcher in der Auswertung des Aufnahmematerials zur Situationsdarstellung, Höhenbestimmung und Schichtenführung wohl das denkbar Höchste leistet.

Ritter v. Orel hat es dem weitgehenden Entgegenkommen des Kommandanten Frank zu danken, daß seine Idee, die zuerst im österreichischen mathematisch-mechanischen Institute Rost in Wien in einem Versuchsinstrumente ihre Verkörperung fand, im Militärgeographischen Institute erprobt, in den Details ausgebildet und schließlich von dem Zeiss-Werke in Jena in geradezu mustergültiger Weise zur Vollendung gebracht wurde. So besitzt das Militärgeographische Institut derzeit Instrumente, welche die Verwertung von Aufnahmen mit normalen und verschwenkten Platten, bei automatischer Bestimmung der Schichtenlinien und Profile mit großer Einfachheit und größter Zeitökonomie zulassen.

Der Stereoautograph wurde an den Aufnahmen im Ortler-Gebiete zuerst erprobt, fand dann in den verbesserten Modellen Verwendung bei den Aufnahmen der Dreiherrenspitze, der Riesenferner-Gruppe, der Ötztaler-Alpen, des Defregger-Gebirges und eines Teiles der Hohen Tauern.

Durch die rege Beteiligung und Mitarbeit an allen Verbesserungen und Fortschritten im photogrammetrischen Meßverfahren gelang es unserem Militärgeographischen Institute unter der zielbewußten Leitung Franks unter allen ähnlichen Anstalten der Welt eine führende Stelle zu erlangen und zu behaupten. Die einschlägigen Publikationen Rummers, Hübls und Orels haben weiteste Verbreitung gefunden und werden sicher dauernden Wert behalten; eine äußerst lehrreiche, zusammenfassende Studie über die Stereoautogrammetrie rührt von dem ehemaligen Stellvertreter Franks, dem Obersten Korzer, her.

Die Arbeiten unseres Instituts sind in dem gegenwärtigen schweren Ringen mit unserem treulosen Verbündeten im Süden den wackeren Offizieren an der Front gewiß Behelfe von höchster Wichtigkeit gewesen. Sämtliche Gebiete, wo sich jetzt die furchtbaren Kämpfe abspielen, die Julischen Alpen, die Dolomiten bis zum Ortler-Gebiete sind stereophotogrammetrisch vermessen, und dadurch bieten die militärischen Karten eine Präzision und eine Naturtreue in der Darstellung, welche neben dem Heldenmut und der Tatkraft unserer Offiziere und Soldaten gewiß einen nennenswerten Faktor bei den staunenswerten Leistungen gegen den über eine namhafte Übermacht verfügenden tückischen Gegner bildet. Die von Cattaro aus hergestellten Stereoaufnahmen des Lovčen waren bei der verblüffend raschen Bezwingung dieses wichtigen Stützpunktes gewiß auch von großer Wesenheit.

Pio Paganini †. Die „Petermannschen Mitteilungen" brachten die Nachricht vom Ableben des seinerzeitigen Vorstandes der Phototopographischen Abteilung im italienischen Militärgeographischen Institute zu Florenz Pio Paganini.

Indem wir diese Trauernachricht zur Kenntnis bringen, behalten wir uns vor, einen Lebenslauf Paganinis zu bringen und seine verdienstvolle Tätigkeit im Dienste der Phototopographie zu würdigen.

Major E. Haertel †. Der in Leipzig domilizierende Major d. R. E. Haertel hat sich durch seine vorzüglichen Aufnahmen aus Lichtfahrzeugen bekannt gemacht; seine Sammlung von Photographien dieser Art erregte auf verschiedenen Ausstellungen besondere Aufmerksamkeit. Auch mit photogrammetrischer Verwertung der Aeroaufnahmen war Haertel beschäftigt.

Prof. E. Mach der Erfinder der Röntgen-Stereoskopie. Die Röntgen-Stereoskopie wurde im Dezember 1895 von Prof. Ernst Mach, dem berühmten österreichischen Physiker und Philosophen entdeckt, was wohl wenig bekannt sein dürfte und worüber das Werk von Eder und Valenta: „Versuche der Photographie mittels der Röntgen-Strahlen", Wien 1896 Näheres berichtet und auch die „Photographische Korrespondenz" Wien 1916 eine Notiz bringt.

Diese Erfindung Machs, die wahrscheinlich unabhängig auch von andern Forschern gemacht wurde, gelangte in verschiedenen Methoden in der Röntgenographie zur Weiterentwicklung und hat in der Kriegschirurgie eine ungeahnte Wichtigkeit erlangt.

Stereophotogrammetrische Röntgenaufnahmen. Professor Dr. Hesselwander in München hat zum Beginn vorigen Jahres (etwa März 1916) in einem

engeren Kreise von Militär- und Zivilärzten „Stereophotogrammetrische Röntgenaufnahmen" vorgeführt und erläutert. Auf Grund der Stereophotogramme soll das Röntgenbild durch eine besondere Vorrichtung gefaßt, automatisch aufgezeichnet und sogar plastisch nachgebildet werden können. Nach Art der von Bildhauern benützten Punktiernadeln soll das Verfahren auch automatische Übertragung des Bildes zum Zwecke der Nachmodellierung gestatten.

Aufnahmen von Meereswellen wurden bereits von mehreren Seiten unternommen, es sei auf die schönen Arbeiten von Prof. Laas hingewiesen, wobei wir auch an die herrlichen Aufnahmen erinnern möchten, die Marineoberbaurat Eckhart aus Helgoland bei der I. Hauptversammlung der „Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie", die gleichzeitig mit der „Versammlung der deutschen Naturforscher und Ärzte" in Wien im Herbste 1913 in der Ausstellung derselben exponiert hat.

Die Preußische Akademie der Wissenschaften hat im Jahre 1915 dem Geheimrat Prof. Dr. A. Penck und Prof. Laas in Berlin eine Subvention bewilligt, um Studien über die Meereswellen durchführen zu können. Mögen diese Arbeiten von reichen Erfolgen gekrönt sein!

Photographische Zenithteleskopaufnahmen. Für den Internationalen Breitendienst sind in den Jahren 1911 bis 1914 in Gaithersburg in Nordamerika mit dem internationalen photographischen Zenithteleskope Breitenbeobachtungen von Dr. Frank E. Ross ausgeführt worden. Näheres findet sich in dem Werke:

Dr. Frank E. Ross: Latitude Observations with Photographic Zenith Tube at Gaithersburg. In Coorperation with the International Geodetic Association. U. S. Coast and Geodetic Survey, Spezial Publication Nr. 27, 1915.

„Über-X-Strahlen." (Die Photographie der inneren menschlichen Organe.) Eine wichtige Erfindung zur Ergänzung der Röntgenmethoden wird durch das „British Medical Journal" bekannt. Mit den Röntgenstrahlen kann man bekanntlich nur ein Bild des menschlichen Skeletts, der Knochen, Knorpel, eingedrungenen, festen Fremdkörper etc. gewinnen. Mit der neuen Erfindung kann man aber auch eine Photographie der inneren Organe des Menschen, der Blutgefäße im Gehirn, in Leber, Magen, Herz, Nieren etc. erhalten und ebenso eine genaue bildliche Feststellung von Verletzungen an diesen Gefäßen und Organen und Veränderungen. Diese Erfindung ist also nicht nur für die Kriegschirurgie, sondern auch für die innere Medizin von größter Bedeutung. Im Frieden würde eine solche Erfindung gewiß die gesamte medizinische Welt in Aufruhr versetzen; heute wird sie zur Kenntnis genommen. Der Erfinder heißt Schearner und ist gegenwärtig Sanitätssergeant in England. Da er nur ein amerikanisches ärztliches Diplom besitzt, das in England ungültig ist, konnte er keine andere militärärztliche Dienstleistung erhalten.

Die Beschreibung der neuen Erfindung ist nach der englischen medizinischen Zeitschrift sehr undeutlich. Die Methode arbeitet mit den elektrischen Strömen, die den menschlichen Körper durchpulsen, und die man schon z. B. für die Elektrokardiographie benützt hat. Im wesentlichen besteht der Apparat aus zwei Platten aus Zinkdrahtgeflecht, die vertikal, beziehungsweise horizontal übereinander montiert sind und mit gewöhnlichen Batterien verbunden sind. Jede dieser Platten hat ein elektrisches Feld und beide Felder schneiden sich im rechten Winkel. Die eine Zinkdrahtplatte wird ganz nahe an die Gegend des zu untersuchenden Körpers gebracht, die zweite Platte über ihn, und zwar in solcher Entfernung, daß gerade durch die Schnittlinie der beiden elektrischen Felder das dritte elektrische Feld, das der Körperströme, hindurchzieht. Dieses dritte Feld beeinflußt eine empfindliche Hammernadel, die in den Wachsüberzug eines rotierenden Zylinders ein Diagramm einstichelt, das nichts anders ist als eine lineare getreue Darstellung des inneren Organs. Dieses Diagramm kann auf eine schon bekannte Art in eine Photographie verwandelt werden. Man hat also ein lineares photographisches Bild des inneren Organs, in dem sich Verletzungen, Blutergüsse usw. als Verwischungen, Kleckse usw. genauestens lokalisieren lassen.

Das Verfahren soll denkbar einfach sein. Der Patient wird in ein Bett mit isolierenden Glasfüßen gelegt, die Platten werden zurechtgerückt. Mehr Vorbereitungen brauche es nicht; es gibt keine Verdunklung, kein Aufglühen von Lampen, kein Knacken von Schaltern und so fort, wie beim Röntgenisieren. Der Patient liegt in einem taghellen Raum, spürt nichts und hört nichts außer dem leisen Ticken vom Batteriekasten her, und nach sechzig Sekunden ist das Bild fertig, der Patient kann wieder fortgeschafft werden. Aufmerksamkeit erfordert nur der richtige Wechsel des Stroms, der für die feineren Gefäße (Gehirn) beschleunigt, für die größeren (Leber, Nieren) verlangsamt werden muß.

Mjöborgs Expedition zur Erforschung Neuguineas mit Flugzeugen. Durch die Fachblätter geht die Nachricht, daß der schwedische Forschungsreisende Dr. Mjöborg zur Erforschung des Innern von Neuguinea die Leitung einer Expedition übernehmen soll, welche Flugzeuge in den Dienst zu stellen beabsichtigt. Zwei Apparate sollen zur Verwendung gelangen: Ein großer Zweidecker, der fünf Personen und 500 *kg* an Proviant zu tragen vermag und ein kleiner schneller Eindecker. Diese Apparate müssen für den Fall der Entdeckung von Seen mit Schwimmern versehen werden können. Dem kleineren Flugzeuge ist die Aufgabe zugedacht, im Innern der Insel geeignete Landungsplätze auszuforschen; sobald diese gefunden worden sind, hätte ihm das große Flugzeug dorthin zu folgen.

Nach der Errichtung von Stationen an solchen Plätzen würden vermittels der beiden Apparate regelmäßige Verbindungen zwischen diesen Punkten und dem Sitze der Expedition an der Küste unterhalten werden.

Auch photographische Aufnahme aus den Flugzeugen sind in das Programm aufgenommen, welche den Entwurf einer detaillierten Karte des Innern ermöglichen sollen.

Feststellung der Größe der Kriegsschäden. Der Krieg hat verschiedene Schäden verursacht. Die Zerstörung von Gebäuden, das Aufwühlen des Bodens zur Herstellung von Schützengräben, von Befestigungen, Unterständen usw. hat Veränderungen zur Folge, die am günstigsten auf photogrammetrischem Wege in ihrem Umfange und ihrer Größe festgestellt, beurteilt und, da Maßbestimmungen möglich sind, auch bemessen werden können.

Außerdem bildet das photographische Bild die Ansichten der beschädigten Objekte in absolut unparteiischer Weise dar, wodurch es den Wert eines Dokumentes gewinnt.

Literaturbericht.

Bücherbesprechungen.

Zur Rezension gelangen im allgemeinen Bücher, welche der Redaktion des „Archives für Photogrammetrie" zugesendet werden.

Vorlesungen über darstellende Geometrie. Von Dr. F. v. Dalwigk, Privatdozent der Universität in Marburg. In zwei Bänden. Leipzig und Berlin. B. G. Teubner 1911, 1914. Preis: 13 M. I. Teil, beziehungsweise 11 M. II. Teil.

Das Werk behandelt die darstellende Geometrie in zwei Bänden. Der erste Band ist der Orthogonal-Projektion mit Grund- und Aufriß-, außerdem besonders der schiefen Parallelperspektive, der Axonometrie und der bolierten Projektion gewidmet.

Der zweite Band enthält die Zentralprojektion, und zwar vorerst die Hauptmethoden der malerischen Perspektive, dann der freien Perspektive- und Zentralkollineation in der Ebene mit Anwendungen auf die Kegelschnitte sowie Reliefperspektive und Photogrammetrie.

Für uns ist von Interesse die Photogrammetrie, welche den Anhang zum zweiten Bande bildet. Es werden naturgemäß nur „Grundzüge der Photogrammetrie"

geboten. Nach einer kurzen Einleitung wird die photographische Aufnahme als perspektivisches Bild des Objektes geschildert, dann werden die photogrammetrischen Apparate berührt und weiters die photogrammetrische Bestimmung von Horizontal- und Vertikalwinkeln behandelt. Daran reihen sich die Prinzipien der topographischen Photogrammetrie mit Andeutungen über die Bestimmung eines Gebirgspanoramas, wonach zur architektonischen Aufgabe aus der Photogrammetrie übergangen wird; hiebei finden die bekannten Methoden der Rekonstruktion von architektonischen Objekten aus einem Bilde eine klare Erläuterung und auch die Bearbeitung mehrerer Aufnahmen desselben architektonischen Objektes kommt zur Erledigung.

Was die Perspektive betrifft, deren Kenntnis für einen erfolgreichen Betrieb der Photogrammetrie vorausgesetzt werden muß, so gereicht die klare Behandlung gewiß dem Werke zum Vorteile.

Es sei ausdrücklich hervorgehoben, daß von einer systematischen Verquickung der darstellenden Geometrie mit der projektiven Geometrie abgesehen wurde.

Das Werk ist aus Vorlesungen an der Universität Marburg hervorgegangen, wobei für den Autor die Bedürfnisse der Mathematik-Kandidaten des Mittelschullehramtes leitend waren. — Das Buch enthält auch ungefähr den Stoff, der an Technischen Hochschulen Deutschlands aus der darstellenden Geometrie geboten wird.

Die Schreibweise des Autors ist einfach und durchsichtig, die Figuren lassen nichts zu wünschen übrig; die drucktechnische Ausstattung des Werkes ist tadellos. Wir können das Werk Interessenten der Photogrammetrie bestens empfehlen. D.

Referate über

Fachartikel in wissenschaftlichen Publikationen.

1. „Photogrammetrie und Baukunst im Mathematikunterricht." Von G. Wolff in „Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht aller Schulgattungen", 47. Jahrgang 1916.

Hierüber schreibt der Verfasser wörtlich: Für die Schule am geeignetsten ist wohl die architektonische Photogrammetrie, die in der Architekturdenkmalpflege ein dankbares Anwendungsgebiet gefunden hat. Ihre Einflechtung in den Linearzeichenunterricht kann im engen Anschluß an die Perspektive, die als die allgemeinste aller Abbildungsverfahren vielmehr auf den Schulen gepflegt werden müßte, ohne Schwierigkeiten und Aufwand erfolgen. Durchweg bringen die Schüler diesem Gegenstande lebhaftes Interesse entgegen, das haben auch meine Erfahrungen auf diesem Gebiet seit dem Jahr 1911 gelehrt. Im allgemeinen genügt es, wenn man sich auf das sogenannte flüchtige Verfahren beschränkt, und man kann, wenn es die Zeit erlaubt, in geeignet ausgewählten Fällen auch zwei und mehr Aufnahmen mit einfacher Kamera zugrunde legen.

Welche Bedeutung die Meßbildmethode in Deutschland in der Aufnahme und in dem Ausmessen von Bauwerken und Denkmälern erlangt hat, erhellt doch aus der Tatsache, daß die einzige Zentralstelle für photogrammetrische Arbeiten die königlich preußische Meßbildanstalt in Berlin ist, in deren Archiv im Jahre 1914 etwa 16.460 Aufnahmen bedeutender Bauten des In- und Auslandes sich befanden. Die Bilder der Meßbildanstalt lassen sich auch im Unterricht verwenden, wofür auf die sogenannten „Ausschußblätter" des billigen Preises wegen aufmerksam gemacht sei. Auch geeignete Postkarten von architektonisch bedeutenden Bauwerken, die durch jede Buchhandlung bezogen werden können, lassen sich bei photogrammetrischen Arbeiten in der Schule benützen, und gern greifen die Schüler auch nach schwierigeren Umzeichnungen.

Bei dem Aufsuchen des Grund- und Aufrisses der verschiedensten Baudenkmäler kann man an der Frage nach der stilistischen Gestaltung in der Architektur nicht vorübergehen. Der Lehrer wird gut tun, dafür Sorge zu tragen, daß bei den

Rekonstruktionsarbeiten, die wohl zweckmäßig nicht in gleicher Front erfolgen, die Haupttypen der Baustile vertreten sind, an die er dann direkt anknüpfen kann. Wird jedoch die Auswahl ganz dem Zufall überlassen, so ist es nicht immer leicht, Ordnung in das Chaos zu bringen. Die Einführung in die Baustile erfolgt am besten, indem man den historischen Weg begeht. Die Stufen Antike, Romantik, Gotik, Renaissance und Barock und schließlich das 19. Jahrhundert müssen die Schüler bei dieser Gelegenheit kennen lernen. Besonders gute Schülerzeichnungen wird man sich aufheben, um sie gerade bei diesem kunstgeschichtlichem Rückblick zu verwenden.

Die Lehrer des Linearzeichnens sollen sich die Gelegenheit nicht entgehen lassen, ihre Schüler an dieser Stelle in die historische Baukunst einzuführen. Freilich kann man es nicht recht verstehen, daß die Schriften über die Einführung der Schüler in die Geschichte der Architektur so ganz und gar an dem mathematischen Unterricht vorübergehen, zumal doch gerade die Entwicklung dieser Kunst auf die Mathematik hinweist. D.

2. „Linearzeichenunterricht und Kunsterziehung", ein Aufsatz von demselben Autor wie der vorstehend behandelte Artikel, erschienen in derselben Zeitschrift 1916, ist in höchstem Maße lesenswert.

Wenn der Verfasser sich darüber beklagt, daß man in keiner Schrift, die sich mit der Kunstpflege auf den höheren Schulen befaßt, den Hinweis findet, daß auch der mathematische Unterricht den Kunstsinn auszubilden imstande sei, wo doch der Stoff an sich ganz zweifelsohne auf den künstlerischen Geschmack wirkt, so hat er vollends Recht. denn nicht ohne Berechtigung hat der große deutsche Geometer Steiner den Ausspruch gemacht: „Auch wir sind Künstler."

Daß bei einem ratoinellen Linearzeichenunterrichte der Photogrammetrie zufolge ihres Zusammenhanges mit der Zentralprojektion eine bedeutende Rolle zufällt, liegt auf der Hand.

Welch dankeswerte Arbeit wäre es, ein Werk über zentrale Projektion zu schaffen, das sich ausschließlich auf das photographische Bild aufbaut! Geradezu automatisch müßte da die Photogrammetrie einbezogen werden und fände so eine systematische Behandlung.

Vor mehr als 25 Jahren habe ich in diesem Sinne an der Mittelschule gewirkt, bemühte mich später auch an der Hochschule und legte es wiederholt jüngeren Lehrkräften nahe, sich dieser Frage anzunehmen. D.

Bibliographie.

1. Selbständige Werke.

Dessauer u. v. Wieser W.: Geometrische und physikalische Grundlagen der stereoskopischen Aufnahme und Durchleuchtung. Kompendium der Röntgenaufnahme und Röntgendurchleuchtung, Neunich, Leipzig 1915

Freund L. u. A. Praetorius: Die radiologische Fremdkörperlokalisation bei Kriegsverwundeten, Urban und Schwarzenberg, Wien 1916.

Trendelenburg W.: Stereoskopische Raummessung an Röntgenaufnahmen, J. Springer, Berlin 1917.

2. Journalliteratur.

Adamczik J.: „Theorie der photogrammetrischen Punktbestimmung" in „Zeitschrift für Vermessungswesen". 1917.

Beck E. G.: „Die stereoskopische Radiographie in der Chirurgie, ihre Vorteile gegenüber dem einfachen Radiogramm" in „Fortschritte a. d. Gebiete d. Röntgenstrahlen". 1912.

Bonnet: „Photogrammetrie" in Conferences sur les Methodes et les Procédes de Géodesie, de Topographie et de Cartographie en usage au Service Géographique de l'Armée (1912—1913), Paris 1913.

Corbin P.: „La Stéréoautogrammétrie" in „Revue générale des Sciences pures et appliquées". Paris 1914.

Doležal E.: „Leben und technisches Wirken des verstorbenen Feldzeugmeisters Otto Frank, Kommandanten des k. u. k. Militärgeographischen Instituts" in „Österr. Wochenschrift f. d. öffentl. Baudienst", 1917.

Drüner: „Über Stereoskopie und stereoskopische Messung in der Röntgentechnik" in „Fortschritte a. d. Gebiete der Röntgenstrahlen", 1905/6 und 1906/7.

Derselbe: „Über den Stereoplanigraphen und seine Verwendung zur Lagebestimmung von Geschossen" in „Deutsche med. Wochenschrift", 1916.

Hanausek J.: „Zur Theorie der stereoskopischen Abbildung und der Ausmessung der Röntgenogramme" in „Fortschritte a. d. Geb. d. Röntgenstrahlen", 1915.

Hasselwander A.: „Über die Anwendung der Stereophotogrammetrie des Röntgenbildes in der feldärztlichen Tätigkeit" in „Münchner med. Wochenschrift", 1915.

Derselbe: „Beiträge zur Methodik der Röntgenographie und die Stereoröntgenogrammetrie" in „Fortschritte a. d. Geb. d. Röntgenstrahlen", 1916.

Hohlweg H. R.: „Bemerkungen zur radiologischen Stereogrammetrie nach Prof. Hasselwander" in „Med. Klin.", 1916.

Katz L.: „Der Salowsche Tiefenmesser. Zur röntgenologischen Lagebestimmung von Fremdkörpern auf Grund des Stereogrammes" in „Berl. klin. Wochenschr.", 1915.

Snook H. Cl.: „Physikalische und optische Grundlagen der stereoskopischen Röntgenographie" in „Fortschritte a. d. Geb. d. Röntgenstrahlen", 1911.

Trendelenburg W.: „Stereoskopische Meßmethoden an Röntgenaufnahmen" in „Zeitschr. f. ärztl. Fortbild."; 1916.

Wachtel H.: „Das neue Lokalisationsprinzip der Raummarke und der Schwebemarkenlokalisator, ein Fremdkörperverfahren ohne Messung im Raum und ohne Rechnung" in „Fortschritte a. d. Geb. d. Röntgenstrahlen", 1916.

Vereinsnachrichten.

Sektion „Österreich" der „Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie".

Vereinsjahr 1916.

Das Jahr 1916 verlief wie das vorhergehende ohne besondere Veranstaltungen der Gesellschaft; es fanden keine Monatsversammlungen statt und die ordentliche Hauptversammlung konnte in satzungsmäßiger Weise nicht abgehalten werden. Der alte Ausschuß nahm die Übersicht über die Geldgebarung seitens des Kassiers entgegen, nämlich:

Kassaübersicht für 1916.

Soll	*K*	Haben	*K*
Barbestand 1. I. 1916 in Postsparkassa	2100·72	Archiv für Photogrammetrie, Druckkosten	1608·82
„ in Kassa	47·—	Postsparkassengebühren	3·16
Zinsen	575·84	Portospesen, Fahrgelder etc.	39·11
Unterstützungen der Ministerien	1495·—	Diener	50·—
Zahlung der Sektion Deutschland für Archiv	1000·—	Kriegsfürsorge	2·—
Effektendepot	6633·66	Effektendepot	6633·66
Mitgliederbeiträge	276·—	Rückständige Beiträge	264·—
Rückständige Beiträge	264·—	Bestand in Postsparkassa am 31. XII.	3791·47
	12392·22		12392·22

Wien, am 20. Februar 1917.

Geprüft und richtig befunden:

R. Goldmann m. p. August Rost m. p.

Der Obmann war in der angenehmen Lage, dem Herrn Direktor F. Neuffer für seine mustergültige Führung der Kassageschäfte Dank und Anerkennung auszusprechen, und den Herren Revisoren: R. Goldmann und A. Rost wurde gleichfalls der Dank für die gewissenhafte Revision zum Ausdrucke gebracht.

Da es nicht möglich war, die satzungsmäßigen Neuwahlen des Ausschusses vorzunehmen, so hat sich der Vorstand der Gesellschaft (siehe IV. Band, S. 277) weiters bereit erklärt, seine Funktionen auch im Vereinsjahre 1917 auszuüben.

Sektion „Deutschland" der „Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie".

Von der Leitung der Sektion „Deutschland" sind uns keine Mitteilungen zur Veröffentlichung zugekommen.

Bibliothek der Gesellschaft.

Der Bibliothek sind nachstehende Publikationen als Geschenke zugekommen:

Dokulil Th., Dr.: „Dr. Franz Eichbergs Apparate für photogrammetrische Tatbestandsaufnahmen", Sonderabdruck.

Doležal E.: „Das Rückwärtseinschneiden auf der Sphäre, gelöst auf photogrammetrischem Wege", Sonderabdruck, Wien 1915.

Prohaska R.: „Der Kino-Photo-Theodolit", Sonderabdruck, Wien 1916.

INTERNATIONALES
ARCHIV FÜR PHOTOGRAMMETRIE

Redaktion: Hofrat Prof. E. DOLEŽAL in Wien.

V. Jahrgang. Januar 1919. Heft 4.

Über ein Problem der Aerophotogrammetrie.

Von Prof. A. Klingatsch in Graz.

(Mit 1 Textfigur.)

I.

Von zwei in Bewegung befindlichen Punkten P, P' sind durch gleichzeitige und gegenseitige photogrammetrische Aufnahmen von den n der räumlichen Lage nach bekannten Punkten $P_1 \ldots P_n$ die Abbildungen $p_1 \ldots p_n$, $p_1' \ldots p_n'$, sowie die beiden Kernpunkte p', p erhalten worden. Bei bekannter innerer Orientierung der beiden Strahlenbündel $P\,(p'\; p_1 \ldots p_n)$, $P'\;(p,\; p_1' \ldots p_n')$ soll die Lage der beiden Punkte P, P' gefunden werden.

Dieses Problem hat daher eine Ausdehnung der Hansenschen Aufgabe der Doppelpunktsbestimmung auf den Raum und dessen Erweiterung auf n gegebene Punkte zum Gegenstande, so daß durch dasselbe zugleich die Aufgabe der Ausgleichung eines räumlichen Netzes unter den oben genannten Bedingungen gestellt ist. Durch diese räumliche Doppelpunktsbestimmung wird zugleich eine Erweiterung der bisherigen aerophotogrammetrischen Ortsbestimmungen in Anregung gebracht, welch letztere sich bisher auf Aufnahmen aus einem Luftfahrzeug bezogen haben. Die bekannten geometrischen Orientierungsprobleme von Finsterwalder, sowie die photo-mechanische Lösung von Theodor Scheimpflug haben die zuletzt genannte Voraussetzung zur Grundlage.

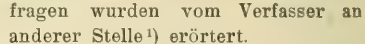
Im Sinne der oben gestellten Aufgabe ist daher an die beiden Aeroaufnahmen aus P und P' die Bedingung zu stellen, daß die Auslösung der Apparate gleichzeitig, etwa auf drahtlosem Wege erfolge und daß hiebei außer der Abbildung der gegebenen Punkte auch die gegenseitige Darstellung der beiden Kernpunkte, also die Abbildung p' des Punktes P' auf der Aufnahme in P und umgekehrt, ermöglicht werde.

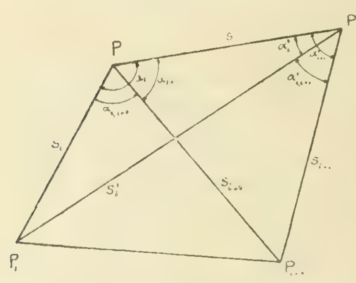
Wir denken uns zu diesem Zwecke sowohl in dem Luftfahrzeug P als auch in P' neben dem eigentlichen der topographischen Aufnahme dienenden Apparat noch je eine Hilfskamera, welche die erwähnten Abbildungen zu bewirken hat. Auf die Orientierung dieser letzteren Aufnahme, sowie auf die

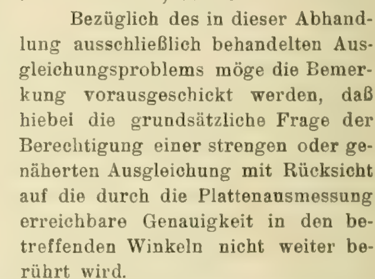
Neigungsbestimmung der Hilfskamera kommt es hiebei nicht an. Die Ausmessung der Platte der Hilfskamera gibt in bekannter Weise die Winkel zwischen den Strahlen der betreffenden Bündel.

Da für Flugzeuge im allgemeinen lichtstarke Apparate erforderlich sind, welche demnach ein beschränktes Gesichtsfeld geben, so kann auch für die Punktbestimmung eine zusammengesetzte Kamera mit bekannter gegenseitiger Neigung der Bildebenen Verwendung finden.

Dem Vorhergehenden gemäß wird daher die Abbildung der gegebenen Punkte durch den der topographischen Aufnahme dienenden Apparat nicht vorausgesetzt. Die Orientierung dieser letzteren kann einschließlich der Neigungsbestimmung der betreffenden Aufnahmsplatte nach erfolgter Punktbestimmung geschehen, wenn sich auf jeder Aufnahmsplatte wenigstens ein der Lage nach bekannter Punkt des Aufnahmsgebietes vorfindet. Diese Neigungsbestimmung, sowie die Horizontierung der Aufnahme vermittelt dann der Scheimpflugsche Perspektograph. Die einschlägigen Genauigkeits-


fragen wurden vom Verfasser an anderer Stelle[1]) erörtert.




Bezüglich des in dieser Abhandlung ausschließlich behandelten Ausgleichungsproblems möge die Bemerkung vorausgeschickt werden, daß hiebei die grundsätzliche Frage der Berechtigung einer strengen oder genäherten Ausgleichung mit Rücksicht auf die durch die Plattenausmessung erreichbare Genauigkeit in den betreffenden Winkeln nicht weiter berührt wird.

Indem wir nun behufs Feststellung der Bedingungen, welchen das Netz zu genügen hat, dieses allmählich aufbauen, betrachten wir in der Figur zunächst die vier Punkte P_i P_{i+1} PP', deren gegenseitige Lage durch die fünf Winkel α_i, α_{i+1}, $\alpha_{i,i+1}$, α'_i, α'_{i+1} bis auf den Maßstab bestimmt ist. Die ersten drei Winkel bestimmen den Dreistrahl $P(P' P_i P_{i+1})$, die letzten beiden die vier Seiten s_i, s'_i, s_{i+1}, s'_{i+1} bei angenommener Entfernung $PP' = s$, so daß man hat

$$s_i = s \cdot \frac{\sin \alpha'_i}{\sin(\alpha_i + \alpha'_i)} \qquad s'_i = s \cdot \frac{\sin \alpha_i}{\sin(\alpha_i + \alpha'_i)} \qquad i = 1 \ldots n \qquad (1)$$

Mit $s = 1$ erhält man daraus die vier Entfernungen, also auch $P_i P_{i+1}$ in Einheiten von s ausgedrückt. Da nun im Bündel P' der bisher noch nicht benützte Winkel $\alpha'_{i,i+1}$ aus der Ausmessung bekannt ist, so haben die sechs Winkel der Bedingung zu genügen, daß die in Einheiten von s ausgedrückte Entfernung $P_i P_{i+1}$ aus den beiden Dreiecken $P_i P_{i+1} P$ und $P_i P_{i+1} P'$

[1]) Über die Orientierung aerophotogrammetrischer Aufnahmen. Intern. Archiv für Photogrammetrie. Bd. V, Heft 3, 1917.

übereinstimmend erhalten werden muß. Wird nun dieser Bedingung durch eine Ausgleichung genügt, so ist durch die gegebene räumliche Entfernung $d_{i,i+1}$ jener beiden Punkte und den für $s=1$ erhaltenen Abstand derselben der Verwandlungsfaktor des Netzes, also auch s bekannt. Die Entfernungen $s_i\, s'_i$ . . sind dann aus (1) zu finden.

Im übrigen ist natürlich unbeschadet der Erfüllung jener Bedingung zwischen den sechs Winkeln, hinsichtlich der räumlichen Lage von P und P' die Lösung unbestimmt. Läßt man das Viereck um $P_i\ P_{i+1}$ rotieren, so bilden die Verbindungsgeraden der Punkte P, P' die Erzeugenden eines Rotationshyperboloides; die Punkte selbst liegen dann auf zwei Kreisschnitten derselben.

Ein weiterer durch P und P_{i+2} gehender Strahl ist bereits durch die beiden Winkel $\alpha_{i+2},\ \alpha_{i+1,\,i+2}$ im Anschlusse an die beiden Strahlen s und s_{i+1} bestimmt; da dasselbe auch bezüglich P' gilt, so geben die drei Punkte $P_i\ P_{i+1}\ P_{i+2}$ bereits zwei Bedingungen für die Schnitte der betreffenden Strahlenpaare, wozu als dritte noch die doppelte Ableitung des Verwandlungsfaktors aus den gegebenen Entfernungen $d_{i,\,i+1}$ und $d_{i+1,\,i+2}$ tritt, soferne vorläufig nur jene Bedingungen berücksichtigt werden, welche sich unmittelbar aus den voneinander unabhängigen die beiden Bündel bestimmenden Winkeln ergeben und diejenigen außer Betracht bleiben, welche sich aus Funktionen jener Winkel ableiten lassen, eine Voraussetzung, welche der Ausgleichung des Netzes in diesem Abschnitte zur Grundlage dient.

Die räumliche Lage von P, P' ist durch die drei Punkte bereits bestimmt, indem die beiden Hyperboloide mit den Drehungsachsen $P_i\ P_{i+1}$, $P_{i+1}\ P_{i+2}$ die vier Erzeugenden gemeinsam haben, welche die vier Punktpaare bestimmen. Liegen jene drei Punkte in ein und derselben Geraden, so fallen die beiden Hyperboloide zusammen, die Lösung wird wie im ersten Falle unbestimmt. Da sich diese Schlüsse auch auf n Punkte übertragen lassen, so ist zu ersehen, daß die Bestimmung dann unsicher wird, wenn die gegebenen Punkte nahezu in einer Vertikalebene liegen und hiebei geringe Höhenunterschiede haben.

Da nun das Bündel $P(P'\,P_1\ldots P_n)$ durch $2\,n-1$ voneinander unabhängige Winkel bestimmt ist und dasselbe von dem zweiten Bündel $P'(P\,P_1\ldots P_n)$ gilt, so sollen vorerst auch nur die $4\,n-2$ Winkel $\alpha_i\ \alpha'_i$ $(i=1\ldots n)$, $\alpha_{i,\,i+1}\,\alpha'_{i,\,i+1}$ $(i=1\ldots n-1)$ in die Ausgleichung einbezogen werden und daher überschüssige Plattenausmessungen nicht vorausgesetzt werden. Erst im dritten Abschnitt werden wir diese Einschränkung fallen lassen.

Es ergeben sich nach dem Vorhergehenden zwei Gruppen von Bedingungsgleichungen. Die erste Gruppe enthält diejenigen $n-1$ Bedingungen, welche sich unabhängig von dem Maßstab auf die doppelte Ableitung derselben Seite aus jenen Dreiecken beziehen, welche diese Seite gemeinsam haben. Die zweite Gruppe umfaßt unter der obigen Einschränkung $n-2$ Bedingungen für die widerspruchsfreie Ableitung der Entfernung $PP'=s$ aus den $n-1$ gegebenen Seiten $P_i\ P_{i+1}=d_{i,\,i+1}$ $(i=1\ldots n-1)$. Im ganzen be-

stehen daher $2n - 3$ Bedingungen für $4n - 2$ auszugleichende Winkel. Da hinsichtlich der Ausgleichung von diesen $2n - 1$ unabhängig sind, so ist die Ausgleichung nach der Korrelatenmethode vorteilhafter als die Rückführung auf vermittelnde Beobachtungen.

Die Zahl der Bedingungen respektive Kontrollen läßt bereits den Vorteil der gleichzeitigen Bestimmung der Aufnahmspunkte unter Verwendung von zwei Flugzeugen gegenüber derjenigen mit nur einem ebensolchen erkennen. In dem letzteren Falle gibt beispielsweise die Abbildung von drei Punkten durch eine Aufnahme erst die Möglichkeit einer einfachen Bestimmung ohne jede Kontrolle in Verbindung mit einer verhältnismäßig umständlichen Rechnung, da alsdann die drei unbekannten Entfernungen $s_1\ s_2\ s_3$ aus drei quadratischen Gleichungen zu finden sind. Im Falle der gleichzeitigen Doppelpunktsbestimmung erhält man für die betreffenden Winkel bereits drei Bedingungsgleichungen — bei Berücksichtigung sämtlicher Bedingungen deren vier —, ein Umstand, der mit Rücksicht auf die jeder Ortsbestimmung aus Flugzeugen anhaftenden Unsicherheit für die Ableitung der Ergebnisse von Bedeutung ist, mag man nun jenen Bedingungen durch eine Ausgleichung genügen oder dieselben lediglich als Kontrollen verwenden. Die Ermittlung von $s_1\ s_2\ s_3$ geschieht dann nach den einfachen Gleichungen (1). Selbst in dem Falle, wo nur zwei Punkte gegeben sind und zur Bestimmung von $P\ P'$ noch eine Höhenbestimmung in dem einen oder anderen oder aber in beiden Punkten mit dem Aneroid hinzukommen müßte, ist bereits eine Bedingung vorhanden.

Die Bedingungsgleichungen der ersten Gruppe haben nach dem Obigen die Form

$$\left.\begin{aligned} F(\alpha, \alpha') = s_i^2 + s_{i+1}^2 - 2\, s_i\, s_{i+1} \cos \alpha_{i,i+1} - s_i'^2 - s_{i+1}'^2 + \\ + 2\, s_i'\, s_{i+1}' \cos \alpha'_{i,i+1} = 0;\ i = 1 \ldots n-1 \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Diesen entsprechen daher, wenn v, v' die Verbesserungen der Winkel α, α' bedeuten, die $n - 1$ Fehlergleichungen

$$\left.\begin{aligned} m_i v_i + n_{i+1} v_{i+1} + o_{i,i+1} v_{i,i+1} + m_i' v_i' + n_{i+1}' v_{i+1}' + \\ + o'_{i,i+1} v'_{i,i+1} + w_i = 0.\ i = 1 \ldots n-1 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Darin bezeichnet w_i das Ergebnis der Auswertung von (2), wenn zu diesem Zwecke $s_i, s_{i+1} \ldots$ mit s'_{i+1} aus (1) mit Benützung der aus den Messungen hergeleiteten Winkeln berechnet werden. Die Faktoren von v sind die ebenfalls mit Benützung von (1) zu bildenden Ableitungen von (2) nach α und α'.

Es ist also

$$
\left.
\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial \alpha_i} &= m_i - 2\left[(s_i - s_{i+1}\cos\alpha_{i,i+1})\frac{\partial s_i}{\partial \alpha_i}\right. \\
&\qquad \left. - (s'_i - s'_{i+1}\cos\alpha'_{i,i+1})\frac{\partial s'_i}{\partial \alpha_i}\right] \\
\frac{\partial F}{\partial \alpha_{i+1}} &= n_{i+1} - 2\left[(s_{i+1} - s_i\cos\alpha_{i,i+1})\frac{\partial s_{i+1}}{\partial \alpha_{i+1}} - \right. \\
&\qquad \left. - (s'_{i+1} - s'_i\cos\alpha'_{i,i+1})\frac{\partial s'_{i+1}}{\partial \alpha_{i+1}}\right] \\
\frac{\partial F}{\partial \alpha_{i,i+1}} &= o_{i,i+1} = 2\, s_i\, s_{i+1} \sin\alpha_{i,i+1} \\
\frac{\partial F}{\partial \alpha'_i} &= m'_i = 2\left[(s_i - s_{i+1}\cos\alpha_{i,i+1})\frac{\partial s_i}{\partial \alpha'_i} - \right. \\
&\qquad \left. - (s'_i - s'_{i+1}\cos\alpha'_{i,i+1})\frac{\partial s'_i}{\partial \alpha'_i}\right] \\
\frac{\partial F}{\partial \alpha'_{i+1}} &= n'_{i+1} = 2\left[(s_{i+1} - s_i\cos\alpha_{i,i+1})\frac{\partial s_{i+1}}{\partial \alpha'_{i+1}} - \right. \\
&\qquad \left. - (s'_{i+1} - s'_i\cos\alpha'_{i,i+1})\frac{\partial s'_{i+1}}{\partial \alpha'_{i+1}}\right] \\
\frac{\partial F}{\partial \alpha'_{i,i+1}} &= o'_{i,i+1} = -2\, s'_i\, s'_{i+1} \sin\alpha'_{i,i+1}
\end{aligned}
\right\} \quad i = 1 \ldots n-1 \qquad (4)
$$

Bezüglich der zweiten Gruppe von Bedingungsgleichungen ist zu berücksichtigen, daß sich aus jedem Dreieck $P_i P P_{i+1}$ die Entfernung s aus

$$
s^2 = \frac{d^2_{i,i+1}}{s_i^2 + s_{i+1}^2 - 2\, s_i\, s_{i+1} \cos\alpha_{i,i+1}} \quad \ldots\ldots\; i = 1 \ldots n-1 \qquad (5)
$$

bestimmen läßt. Hiebei könnte wegen (2) im Nenner an Stelle von $s_i\, s_{i+1}\, \alpha_{i,i+1}$ auch $s'_i\, s'_{i+1}\, \alpha'_{i,i+1}$ gesetzt werden.

Die Bedingung für die widerspruchsfreie Ableitung der $n-1$ Werte von s aus (5) gibt daher die $n-2$ Gleichungen.

$$
\left.
\begin{aligned}
d^2_{i,i+2}(s^2_i + s^2_{i+1} - 2\, s_i s_{i+1} \cos\alpha_{i,i+1}) - d^2_{i,i+1}(s^2_{i+1} + s^2_{i+2} - \\
- 2\, s_{i+1} s_{i+2} \cos\alpha_{i+1,i+2}) = 0, \quad i = 1 \ldots n-2
\end{aligned}
\right\} \qquad (6)
$$

welchen daher die Fehlergleichungen entsprechen:

$$
\left.
\begin{aligned}
\mathfrak{m}_i v_i + \mathfrak{n}_{i+1} v_{i+1} + \mathfrak{o}_{i,i+1} v_{i,i+1} + \mathfrak{p}_{i+2} v_{i+2} + \mathfrak{q}_{i+1,i+2} v_{i+1,i+2} + \\
+ \mathfrak{m}'_i v'_i + \mathfrak{n}'_{i+1} v'_{i+1} + \mathfrak{p}'_{i+2} v'_{i+2} + \mathfrak{w}_i = 0 \,. \; i = 1 \ldots n-2
\end{aligned}
\right\} \qquad (7)
$$

Hierin bezeichnet $\mathfrak{w}_i$ den sich aus (6) ergebenden Widerspruch, wenn so wie früher die betreffenden s_i, s_{i+1}, s_{i+2} mit den gemessenen $\alpha\, \alpha'$ aus (1) für $s = 1$ berechnet werden. In derselben Weise sind die nachstehenden partiellen Ableitungen von (6) zu verstehen, deren Faktoren die Verbesserungen v, v' sind.

Man hat daher

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{m}_i &= 2\,d^2_{i+1,\,i-2}\,(s_i - s_{i-1}\cos\alpha_{i,\,i-1})\,\frac{\partial s_i}{\partial \alpha_i}\\
\mathfrak{n}_{i-1} &= 2\Big[d^2_{i+1,\,i-2}\,(s_{i-1} - s_i\cos\alpha_{i,\,i+1}) -\\
&\quad - d^2_{i,\,i-1}\,(s_{i-1} - s_{i-2}\cos\alpha_{i-1,\,i-2})\Big]\,\frac{\partial s_{i-1}}{\partial \alpha_{i-1}}\\
\mathfrak{o}_{i,\,i-1} &= 2\,d^2_{i+1,\,i-2}\,s_i\,s_{i-1}\sin\alpha_{i,\,i-1}\\
\mathfrak{p}_{i-2} &= 2\,d^2_{i,\,i-1}\,(s_{i-1}\cos\alpha_{i-1,\,i-2} - s_{i-2})\,\frac{\partial s_{i-2}}{\partial \alpha_{i-2}}\\
\mathfrak{q}_{i-1,\,i-2} &= 2\,d^2_{i,\,i-1}\,s_{i-1}\,s_{i-2}\sin\alpha_{i-1,\,i-2}\\
\mathfrak{m}'_i &= 2\,d^2_{i+1,\,i-2}\,(s_i - s_{i-1}\cos\alpha_{i,\,i-1})\,\frac{\partial s_i}{\partial \alpha'_i}\\
\mathfrak{n}'_{i-1} &= 2\Big[d^2_{i+1,\,i-2}\,(s_{i-1} - s_i\cos\alpha_{i,\,i+1}) -\\
&\quad - d^2_{i,\,i-1}\,(s_{i-1} - s_{i-2}\cos\alpha_{i-1,\,i-2})\Big]\,\frac{\partial s_{i-1}}{\partial \alpha'_{i-1}}\\
\mathfrak{p}'_{i-2} &= 2\,d^2_{i,\,i-1}\,(s_{i-1}\cos\alpha_{i-1,\,i-2} - s_{i-2})\,\frac{\partial s_{i-2}}{\partial \alpha'_{i-2}}
\end{aligned}\right\}\; i = 1\,..\,n-2 \quad (8)$$

Die Korrelaten $C_1 \ldots C_{2n-3}$ ergeben sich dann aus den $2n-3$ Normalgleichungen. Bezeichnen $a, b \ldots r-1, r \ldots t$ die Koeffizienten der $1, 2 \ldots n-1, n \ldots 2n-3$ Fehlergleichung, so findet man $a, b \ldots r-1$ aus (4) für $i = 1, 2 \ldots n-1$, hingegen die übrigen Koeffizienten aus (8) für $i = 1, 2 \ldots n-2$.

Die Normalgleichungen lauten dann

$$\left.\begin{array}{lllll}
[aa]\,C_1 & + [ab]\,C_2 & + \ldots + & [at]\,C_{2n-3} & + w_1 = 0\\
\cdot & \cdot & & \cdot & \cdot\\
\cdot & \cdot & & \cdot & \cdot\\
[a(r-1)]\,C_1 & + [b(r-1)]\,C_2 & + \ldots + & [(r-1)t]\,C_{2n-3} & + w_{n-1} = 0\\
[ar]\,C_1 & + [br]\,C_2 & + \ldots + & [rt]\,C_{2n-3} & + \mathfrak{w}_1 = 0\\
\cdot & \cdot & & \cdot & \cdot\\
\cdot & \cdot & & \cdot & \cdot\\
[at]\,C_1 & + [bt]\,C_2 & + \ldots + & [tt]\,C_{2n-3} & + \mathfrak{w}_{n-2} = 0
\end{array}\right\} \quad (9)$$

Die $4n-2$ Verbesserungen v folgen dann aus den Korrelatengleichungen, welche in der folgenden Form geschrieben werden können:

$$\begin{aligned}
&\left.\begin{aligned}
v_i &= n_i C_{i-1} + m_i C_i + \mathfrak{p}_i C_{n+i-3} + \mathfrak{n}_i C_{n+i-2} + \mathfrak{m}_i C_{n+i-1}\\
v'_i &= n'_i C_{i-1} + m'_i C_i + \mathfrak{p}'_i C_{n+i-3} + \mathfrak{n}'_i C_{n+i-2} + \mathfrak{m}'_i C_{n+i-1}
\end{aligned}\right\}\; i = 1\,..\,n\\
&\left.\begin{aligned}
v_{i,\,i+1} &= \mathfrak{o}_{i,\,i+1} C_i + \mathfrak{q}_{i,\,i+1} C_{n+i-2} + \mathfrak{o}_{i,\,i+1} C_{n+i-1}\\
v'_{i,\,i+1} &= \mathfrak{o}'_{i,\,i+1} C_i
\end{aligned}\right\}\; i = 1\,..\,n-1
\end{aligned} \quad (10)$$

Man erhält dann beispielsweise $\mathfrak{n}_i$, $\mathfrak{q}_{i,\,i+1}$, $\mathfrak{p}_i$ aus (8), wenn dort an Stelle von i bezüglich gesetzt wird $i-1$, $i-1$, $i-2$.

Der mittlere Fehler der Gewichtseinheit μ ist hienach

$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{2n-3}} \tag{11}$$

Mit den so verbesserten Winkeln erhält man für $s = 1$ aus (1) die s_i, s_{i-1}... also den Nenner von (5) und damit s widerspruchsfrei. Mit diesem letzteren Wert von s folgen dann die ausgeglichenen Entfernungen s_i, s'_i aus (1). Zur Beurteilung der Genauigkeit von s_i ist zu berücksichtigen, daß für die Gewichtsermittlung s_i als eine Funktion der ausgeglichenen Winkel α_i, α_{i-1}, $\alpha_{i,i-1}$, α'_i, α'_{i-1} anzusehen ist, so daß also gesetzt werden muß

$$s_i = F_0 + \frac{\partial s_i}{\partial \alpha_i} v_i + \frac{\partial s_i}{\partial \alpha_{i-1}} v_{i-1} + \frac{\partial s_i}{\partial \alpha_{i,i-1}} v_{i,i-1} + \frac{\partial s_i}{\partial \alpha'_i} v'_i + \frac{\partial s_i}{\partial \alpha'_{i-1}} v'_{i-1} \tag{12}$$

Dabei ist also F_0 der Wert von s_i, den man mit den unverbesserten Winkeln erhält. Nennt man die ebenso erhaltenen partiellen Ableitungen in (12) bezüglich f_i, f_{i-1}, $f_{i,i-1}$, f'_i, f'_{i-1}, so ergibt sich unter Anwendung der Gaußschen Bezeichnung das Gewicht g_i von s_i aus

$$\frac{1}{g_i} = [ff] - \left\{ \frac{[af]^2}{[aa]} + \frac{[bf.1]^2}{[bb.1]} + \cdots + \frac{[lf.(2n-4)]^2}{[ll.(2n-4)]} \right\} \tag{13}$$

also wegen (11) der mittlere Fehler in s_i,

$$M_i = \frac{\mu}{\sqrt{g_i}} \tag{14}$$

In derselben Weise erhält man das Gewicht von s'_i, wenn in (5) s_i, s_{i+1}, $\alpha_{i,i+1}$ durch s'_i, s'_{i+1}, $\alpha'_{i,i+1}$ ersetzt werden.

Da die Reihenfolge der Stellenzeiger von jener der räumlichen Punktlagen unabhängig ist, so wird man erstere so wählen, daß möglichst große Entfernungen d für die Bedingungen der zweiten Gruppe herangezogen werden und dementsprechend die Ausmessungen in den Platten vornehmen.

II.

Die bisherige Ausgleichung nach bedingten Beobachtungen ist als Teilausgleichung anzusehen, da nur solche Bedingungen berücksichtigt wurden, welche sich unmittelbar aus den $4n - 2$ Winkeln α_i, α_i .... [illegible] ergeben.

In bezug auf die erste Gruppe ist nun klar, daß auch die noch nicht berücksichtigten Verbindungen P_i (P_{i+2}, P_{i+3} ... P_n) keine von den früheren $n - 1$ unabhängigen neuen Bedingungen geben werden. Jene drücken eben aus, daß sich die Strahlen s_i, s'_i, s_{i+1}, s'_{i+1}, s_{i+2}, s'_{i+2} ... schneiden, so daß die den obigen Verbindungen entsprechenden Gleichungen ohnedies erfüllt sind, da Messungen für $\alpha_{i,i+2}$, $\alpha'_{i,i+2}$ ..., welche damit in Widerspruch wären, nicht vorliegen. Hingegen ist eine Erörterung für die zweite Gruppe erforderlich, da die Ableitung von s offenbar aus jeder Entfernung d zweier Punkte geschehen kann. Zur Klarstellung der betreffenden Verhältnisse denken wir

uns um P respektive P' als Mittelpunkt Einheitskugeln und nennen nunmehr $p' p_1 \dots p_n$ beziehungsweise $p p'_1 \dots p'_n$ die Schnitte der beiden Bündel mit diesen Kugeln.

Es ist dann, wenn wir die sphärische Abbildung des Bündels P in Betracht ziehen,

$$\widehat{p' p_1} = \alpha_1, \widehat{p' p_2} = \alpha_2 \dots \widehat{p' p_n} = \alpha_n, \text{ und } \widehat{p_1 p_2} = \alpha_{1,2}, \widehat{p_2 p_3} = \alpha_{2,3} \dots \widehat{p_{n-1} p_n} = \alpha_{n-1,n}.$$

Dieses sphärische Netz ist also durch die obigen $2n - 1$ Stücke bestimmt. Zwei beliebige andere Verbindungen $\widehat{p_i p_k} = \alpha_{i,k}$, $\widehat{p_l p_r} = \alpha_{l,r}$ lassen sich daher als Funktionen der obigen $2n - 1$ voneinander unabhängigen Winkel, durch welche eben das Bündel P bestimmt ist, ausdrücken.

Es ist also

$$\begin{aligned} \cos \alpha_{i,k} &= f(\alpha_i \dots \alpha_k, \alpha_{i,i+1}, \alpha_{i+1,i+2} \dots \alpha_{k-1,k}), \\ \cos \alpha_{l,r} &= f(\alpha_l \dots \alpha_r, \alpha_{l,l+1}, \alpha_{l+1,l+2} \dots \alpha_{r-1,r}) \end{aligned} \qquad (15)$$

Die übereinstimmende Ableitung von s aus $d_{i,k}$, $d_{r,l}$ gibt dann analog (6) die Gleichung

$$d_{l,r}^2 (s_l^2 + s_r^2 - 2 s_l s_r \cos \alpha_{l,r}) - d_{i,k}^2 (s_i^2 + s_k^2 - 2 s_i s_k \cos \alpha_{i,k}) = 0, \qquad (16)$$

wo wieder s_i s_k s_l s_r aus (1) für $s = 1$ zu bilden sind.

Die entsprechende Fehlergleichung enthält dann sämtliche Verbesserungen mit den betreffenden Stellenzeigern und als Faktoren die partiellen Ableitungen mit Rücksicht auf (15).

Da sich nun für jede der $\binom{n}{2}$ Verbindungen die Gleichung (5) aufstellen läßt, so ist die Zahl aller aufstellbaren Bedingungsgleichungen der zweiten Gruppe $\binom{n}{2} - 1$, also mit den $n - 1$ Bedingungen der ersten Gruppe die Gesamtzahl aller Bedingungen $\frac{1}{2}\left(n^2 + n - 4\right)$, während die Zahl aller Winkel respektive Verbesserungen so wie früher $4n - 2$ beträgt.

Dabei ist aber zu berücksichtigen, daß die Bedingungen (16) mit Rücksicht auf die Zahl der beide Bündel eben noch bestimmenden Messungen α nur für die $3n - 6$ Verbindungslinien aufgestellt werden dürfen, für welche das Punktsystem $P_1 \dots P_n$ geometrisch bestimmt ist, so daß die Zahl der voneinander unabhängigen Bedingungen der zweiten Gruppe in diesem Falle $3n - 7$ und sohin die Gesamtzahl aller Bedingungen $n - 1 + 3n - 7 = 4n - 8$ ist, welchen $4n - 2$ zu bestimmende Verbesserungen gegenüberstehen, so daß 6 Verbesserungen voneinander unabhängig sind. Für $n > 3$ wird bereits die Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen vorteilhafter.

Die Zusammenfassung aller Bedingungen ist nach dem Obigen wohl möglich, doch werden alsdann die Koeffizienten der Fehlergleichung zusammengesetzte Ausdrücke und werden wir erst im letzten Abschnitt hierauf näher eingehen.

Es erscheint nun zweckmäßiger, die im Netze noch vorhandenen Widersprüche durch die Koordinatenausgleichung zu tilgen, da eben nicht so sehr

die strenge Erfüllung für das Minimum der Fehlerquadratsumme sämtlicher $4n-2$ Verbesserungen, als vielmehr die Koordinaten der beiden Punkte P, P' der Endzweck der ganzen Ausgleichung sind. Diese zweite Ausgleichung schließt sich daher an die in I gegebene Teilausgleichung unmittelbar an, und finden die dort ermittelten Gewichte g_i der Seiten s_i respektive s_i' nunmehr Verwendung.

Sind $x_i y_i z_i$ die fehlerfrei gegebenen Koordinaten von P_i, $x, y, x' y'$ die zu findenden Koordinaten von P respektive P', so ergeben sich für x, y, z die n Gleichungen

$$(x_i-x)^2+(y_i-y)^2+(z_i-z)^2-s_i^2=0 \quad i=1\ldots n \qquad (17)$$

Jedes Punkttripel P_i würde wegen der in I getroffenen Teilausgleichung verschiedene Werte der Koordinaten geben.

Schreibt man (17) in der Form

$$s_i=F(x,y,z), \qquad (17')$$

so kann man nunmehr s_i als eine aus Beobachtungen abgeleitete Größe mit dem aus (13) gefundenen Gewicht g_i ansehen.

Sind nun $x_0\, y_0\, z_0$ Näherungswerte, welche sich aus (17) für drei Punkte P_i in einfacher Weise ergeben, so wird aus (17′) mit Weglassung des Stellenzeigers

$$s=F_0+\frac{\partial F}{\partial x}\Delta x+\frac{\partial F}{\partial y}\Delta y+\frac{\partial F}{\partial z}\Delta z,$$

wo F_0 den Wert von s_i aus (17′) bedeutet, wenn für x, y, z die Näherungen $x_0\, y_0\, z_0$ gesetzt werden und die partiellen Ableitungen ebenso zu verstehen sind; Δx, Δy, Δz sind dann die gesuchten Koordinatenverbesserungen.

Mit

$$\frac{\partial F}{\partial x}=a;\ \frac{\partial F}{\partial y}=b;\ \frac{\partial F}{\partial z}=c.\ F_0-s=l$$

erhält man die n Fehlergleichungen

$$v_i=a_i\Delta x+b_i\Delta y+c_i\Delta z+l_i \quad \ldots \quad i=1\ldots n$$

und Δx, Δy, Δz aus den drei Normalgleichungen

$$\left.\begin{aligned} \underline{[gaa]}\Delta x+[gab]\Delta y+[gac]\Delta z+[gal]&=0\\ \underline{[gbb]}\Delta y+[gbc]\Delta z+[gbl]&=0\\ [gcc]\Delta z+[gcl]&=0 \end{aligned}\right| \qquad (18)$$

also

$$\Delta x=-\frac{[gal\ 2]}{[gaa\ 2]},\ \Delta y=-\frac{[gbl\ 2]}{[gbb\ 2]},\ \Delta z=-\frac{[gcl\ 2]}{[gcc\ 2]} \qquad (19)$$

Mit dem mittleren Fehler der Gewichtseinheit

$$\mu=\sqrt{\frac{[gvv]}{n-3}}$$

finden sich jene der Koordinaten aus

$$M_x=\frac{\mu}{\sqrt{[gaa\ 2]}},\ M_y=\frac{\mu}{\sqrt{[gbb\ 2]}},\ M_z=\frac{\mu}{\sqrt{[gcc\ 2]}} \qquad (20)$$

Da für P' sich der analoge Vorgang ergibt, so ist damit die Ausgleichung beendet.

Eine für die Anwendung in Betracht kommende wesentliche Vereinfachung ergibt sich, wenn in der Teilausgleichung I lediglich die Bedingungsgleichungen (2) berücksichtigt werden.

Nennt man dann k die sechs Koeffizienten (4) für die i-Fehlergleichung, also $k-1$, $k+1$, jene Koeffizienten für die vorausgehende und nachfolgende, so lassen sich die zur Bestimmung der $n-1$ Korrelaten dienenden Normalgleichungen in der einfachen Form

$$[(k-1)k]\,C_{i-1} + [kk]\,C_i + [k(k+1)]\,C_{i+1} + w_i = 0, \quad i = 1 \ldots n-1$$

geben. Es enthält sohin die erste und letzte Normalgleichung nur zwei Korrelaten, jede andere deren drei, so daß sich die Auflösung leicht ergibt.

Die Korrelatengleichungen (10) lauten dann kürzer

$$v_i = n_i C_{i-1} + m_i C_i,\ v'_i = n'_i C_i + m'_i C_i \ . \quad . \quad . \quad . \quad . \ i = 1 \ldots n$$

$$v_{i,i-1} = o_{i,i-1} C_i, \quad v'_{i,i-1} = o'_{i,i-1} C_i \ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \ i = 1 \ldots n-1$$

Für den mittleren Fehler der Gewichtseinheit ist nun zu setzen,

$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}$$

Man kann dann mit den verbesserten Winkeln aus (5) einen Mittelwert für s berechnen und $s_i s'_i$ aus (1) finden.

Zum Zwecke einer genäherten Ermittlung des Gewichtes g_i von s_i ist jetzt, wenn t die Koeffizienten der letzten Fehlergleichung bedeuten, zu setzen,

$$\frac{1}{g_i} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf1]^2}{[bb1]} - \ldots - \frac{[tfn-2]^2}{[ttn-2]}$$

wo die f dieselbe Bedeutung wie in (12) haben. Hieran kann — wenn nötig — unmittelbar die Koordinatenausgleichung angeschlossen werden.

III.

Es wurde bisher vorausgesetzt, daß in jedem der beiden Bündel P, P' lediglich $2n-1$ Winkel α durch die Ausmessung der Aufnahmsplatten erhalten wurden, so viele eben, als zur Bestimmung der gegenseitigen Lage der Strahlen in jedem Bündel notwendig waren.

Wir wollen nun noch den allgemeinen Fall untersuchen, wo die Winkel α, α' in allen Kombinationen aus den dieser Bedingung entsprechenden Plattenausmessungen zur Verfügung stehen.

In der sphärischen Abbildung des Bündels P auf die mit P konzentrische Einheitskugel, war das Netz $p' p_1 \ldots p_n$ durch $2n-1$ Seiten bestimmt, welch letztere eben durch die in den früheren Ausgleichungen enthaltenen Winkel α, ϵ gegeben sind. Da nun dieses Netz bei n Punkten p, mit dem ebenfalls abgebildeten Kernpunkt p', $n+1$ Punkte enthält, so liegen der obigen Voraussetzung gemäß nunmehr $\binom{n+1}{2}$ durch Ausmessung erhaltene

Winkel α vor, so daß also die Zahl der überschüssigen Winkel im Bündel P' $\binom{n+1}{2} - (2n-1) = \frac{1}{2}(n^2 - 3n + 2)$ beträgt.

Es ist nun so wie bei einer Triangulierung die Gesamtausgleichung durch die sogenannte Stationsausgleichung einzuleiten, die sich für den Raum naturgemäß zusammengesetzter gestalten muß.

Da alle Winkel α aus Plattenausmessungen erhalten wurden, so sind dieselben hinsichtlich ihrer Ableitung strenge genommen als ungleich genau anzusehen. Jeder Winkel wird dort bekanntlich aus den Seitenmessungen eines Dreieckes gewonnen, wobei die eine Seite durch die abgebildeten Punkte gegeben ist, während die beiden anderen Seiten durch die Entfernungen dieser Punkte vom Hauptpunkte der Aufnahmsplatte bestimmt sind. Wegen der bekannten Bilddistanz ist dann der betreffende Winkel leicht herzuleiten.

Jede Bedingungsgleichung, welche der Verbindung $\widehat{p_i p_k}$ im sphärischen Netz entspricht, hat dann die Form (15), da nunmehr $\alpha_{i,k}$ aus den Messungen hergeleitet und anderseits durch die $2n-1$ Winkel respektive Seiten α_i $(i = 1 \ldots n)$, $\alpha_{i,i+1}$ $(i = 1 \ldots n-1)$ ausgedrückt werden kann.

Nennt man zu diesem Zwecke in den sphärischen Dreiecken $p' p_i p_{i+1}$, $p' p_{i+1} p_{i+2} \ldots p' p_{k-1} p_k$ die Winkel bei p' bezüglich $\beta_{i,i+1}, \beta_{i+1,i+2} \ldots \beta_{k-1,k}$, hingegen den der Seite $\widehat{p_i p_k}$ bei p' gegenüberliegenden Winkel $\beta_{i,k}$, so ist mit den früheren Bezeichnungen

$$\cos \alpha_{i,k} = \cos \alpha_i \cos \alpha_k + \sin \alpha_i \sin \alpha_k \cos \beta_{i,k}, \tag{21}$$

wo also

$$\beta_{i,k} = \beta_{i,i+1} + \beta_{i+1,i+2} + \ldots + \beta_{k-1,k} \tag{22}$$

ist.

Es ergibt sich dann leicht, da $k - i$ die Zahl der Winkel β ist,

$$\cos \beta_{i,k} = \cos \beta_{i,i+1} \cos \beta_{i+1,i+2} \ldots \cos \beta_{k-1,k} (1 - S_2 + S_4 - \ldots), \tag{23}$$

wo $S_2 S_4 \ldots$ Summen von $\binom{k-i}{2}, \binom{k-i}{4} \ldots$ Gliedern bedeuten, welch letztere die Produkte der Tangenten der Winkel $\beta_{i,i+1}, \beta_{i+1,i+2} \ldots \beta_{k-1,k}$ in allen Kombinationen zur 2, 4 ... Klasse enthalten.

Hiebei lassen sich alle Winkel β der rechten Seite von (23) aus den bekannten Seiten der sphärischen Dreiecke, welchen sie angehören, ausdrücken. So ist also beispielsweise

$$\left.\begin{aligned} \cos \beta_{i,i+1} &= \frac{\sin \sigma_i \,.\, \sin(\sigma_i - \alpha_{i,i+1}) - \sin(\sigma_i - \alpha_i) \,.\, \sin(\sigma_i - \alpha_{i+1})}{\sin \alpha_i \,.\, \sin \alpha_{i+1}}, \\ tg\,\beta_{i,i+1} &= \frac{2 \,.\, \sqrt{\sin \sigma_i \sin(\sigma_i - \alpha_{i,i+1}) \sin(\sigma_i - \alpha_i) \,.\, \sin(\sigma_i - \alpha_{i+1})}}{\sin \sigma_i \sin(\sigma_i - \alpha_{i,i+1}) - \sin(\sigma_i - \alpha_i) \sin(\sigma_i - \alpha_{i+1})}, \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

mit

$$\sigma_i = \frac{\alpha_i + \alpha_{i+1} + \alpha_{i,i+1}}{2},$$

womit die Zusammensetzung der Funktion (15) gegeben ist.

Da nun α_{ik} und ebenso $\alpha_i \ldots \alpha_k$, $\alpha_{i,i+1}$, $\alpha_{i+1,i+2} \ldots \alpha_{k-1,k}$ aus Messungen hervorgegangen sind, so lauten mit Hinzufügung der betreffenden Verbesse-

rungen jene Bedingungsgleichungen für das sphärische Netz respektive für das Bündel P

$$\cos(\alpha_{i,k} + v_{i,k}) = f(\alpha_i + v_i \ldots \alpha_{k-1,k} + v_{k-1,k}). \tag{25}$$

Für die Ausgleichung nach ermittelnden Beobachtungen kann man nun $2n - 1$ voneinander unabhängige Verbesserungen $v_i \ldots v_k$, $v_{i,i+1} \ldots v_{k-1,k}$ als Unbekannte ξ, η, ζ nehmen, also setzen

$$v_i = \xi,\ v_{i,i+1} = \eta,\ v_{i+1} = \zeta,$$

wodurch man ebenso viele Fehlergleichungen erhält

Die übrigen $\binom{n+1}{2} - (2n - 1)$ Fehlergleichungen ergeben sich dann durch Entwicklung aus (25) in der Form

$$v_{i,k} = a_{i,k}\,\xi + b_{i,k}\,\eta + c_{i,k}\,\zeta + \ldots + l_{i,k}.$$

Die $2n - 1$ Normalgleichungen geben dann die ebenso vielen Verbesserungen der in die frühere Ausgleichung I und II ausschließlich eingegangenen Winkel mit ihren Gewichten, während sich die $v_{i,k}$ aus den obigen Fehlergleichungen und deren Gewichte aus den bekannten Formeln für solche einer Funktion der ausgeglichenen Elemente ξ, η, $\zeta \ldots$ finden lassen.

Derselbe Vorgang gilt auch für das Bündel P'. Bei Triangulierungen, wo es sich um unmittelbare Horizontalwinkel- oder Richtungsmessungen handelt, kann bekanntlich bei Winkelmessungen in allen Kombinationen das Ergebnis der Stationsausgleichung als ein einziger Satz mit angebbaren Richtungsgewichten für die Netzausgleichung verwendet werden. Im räumlichen Netz, wo die Winkel bei P und P' aus Messungen, also in der Form von Positionswinkeln hergeleitet wurden, liegen die Verhältnisse anders. Will man die umständliche Besselsche Netzausgleichung mit den auch hier aus den Stationsausgleichungen folgenden Gewichtsgleichungen vermeiden, so ist der sich unmittelbar darbietende Weg, die in den Bündeln nunmehr ausgeglichenen Winkel mit ihren Gewichten sowie Neumessungen in die Netzausgleichung einzuführen, der zweckmäßigere. Es läßt sich dann im Netz die Bedingung für das Minimum der Quadrate der neuerlichen Verbesserungen strenge erfüllen.

Für die Netzausgleichung sind sohin in beiden Bündeln $n\,(n + 1)$ Winkel α, α' mit ihren Gewichten als gegeben anzusehen.

Die in I aufgestellten Bedingungen der ersten Gruppe sind aber nunmehr auf alle $\binom{n}{2}$ Verbindungen der Punkte P_i auszudehnen, da jetzt bei jeder solchen Verbindung $P_i P_k$ zwei gegebene Winkel $\alpha_{i,k}$, $\alpha'_{i,k}$ mit ihren respektiven Gewichten die Aufstellung einer von den früheren unabhängigen Bedingungsgleichung erfordern. Die Zahl der Bedingungen der zweiten Gruppe ist so wie bei II $\binom{n}{2} - 1$, also die Gesamtzahl der Bedingungen $n\,(n - 1) - 1$.

Die Gleichung (3) erhält in unserem Falle die Form

$$\left.m_i v_i + n_k v_k + o_{i,k} v_{i,k} + m'_i v'_i + n'_k v'_k + o'_{i,k} v'_{i,k} + w_i = 0 \quad \begin{matrix} i = 1 \ldots n - 1 \\ k = i + 1 \ldots n \end{matrix}\right\}$$

Die Ableitung der Seite s erfolgt nunmehr aus

$$s^2 = \frac{d^2_{i,k}}{s_i^2 + s_k^2 - 2\, s_i\, s_k \cos\alpha_{i,k}}, \qquad \begin{array}{l} i = 1 \ldots n-1 \\ k = i+1 \ldots n \end{array}$$

also auf $\binom{n}{2}$ verschiedenen Wegen, woraus sich wie bei II die $\binom{n}{2} - 1$ Bedingungen ergeben.

Da den $n\,(n+1)$ zu bestimmenden Verbesserungen v, v' die $n\,(n-1) - 1$ Netzbedingungen gegenüber zu halten sind, so ist hinsichtlich dieser Ausgleichung die Zahl der unabhängigen Winkel $2\,n + 1$, also jene stets möglich. Für $n > 3$ ist der Weg nach vermittelnden Beobachtungen auszugleichen, zweckmäßiger. Die einzuführenden Gewichte sind aus der Stationsausgleichung bekannt.

Für $n = 3$ hat man also 12 Winkel mit 5 Bedingungen, für $n = 2$ hingegen 6 Winkel mit 1 Bedingung; im letzteren Falle also dasselbe Ergebnis wie in I zu Beginn der Untersuchung. Die strenge Ausgleichung im Zusammenhange würde auf eine solche nach vermittelnden Beobachtungen mit Bedingungsgleichungen führen.

Die Zahl aller Unbekannten war $N = n\,(n+1)$, diejenige der voneinander unabhängigen Unbekannten ξ, η, ζ . . . hingegen $U = 4\,n - 2$, endlich die Zahl alle Bedingungen $R = n\,(n-1) - 1$.

Damit eine solche Ausgleichung möglich ist, muß $N > U - R$, dabei $U > R$ sein. Die letztere Bedingung ist erfüllt für $n < 5$ und damit auch die erstere.

Da bei der hier behandelten Ausgleichung alle Netzbedingungen erfüllt sind, können aus drei beliebigen Punkten die Koordinaten von P und P' berechnet werden.

Studie über Form und Lage der Linien gleicher Parallaxe bei stereophotogrammetrischen Aufnahmen mit wagrechten Hauptachsen.

Von Dr. Hans Dock, Professor der höheren Forstlehranstalt in Mähr.-Weißkirchen

In der Abhandlung: „Beiträge zur Stereophotogrammetrie"[1]) sind die drei typischen Fälle stereophotogrammetrischer Aufnahmen mit wagrechten Hauptachsen behandelt worden. Über die Abstandsgleichungen und deren Herleitung habe ich unter teilweiser Bezugnahme auf die genannte Abhandlung an anderer Stelle eine Studie angestellt.

Über Form und Lage der Linien gleicher Parallaxe hat Herr Dr. C Pulfrich[2]) eingehende Darlegungen mit besonderer Berücksichtigung parallel verschwenkter Achsen veröffentlicht.

---

[1]) „Beiträge zur Stereophotogrammetrie" von A. Freiherrn v. Hübl, k. u. k. Oberst und Leiter d. techn. Gruppe des Militär-geogr. Instituts. Mitteilungen des k. u. k. Militär-geogr. Instituts. XXIV. Bd 1904. Wien 1905

[2]) „Neue stereoskopische Methoden und Apparate" von Dr C. Pulfrich. Berlin 1912 XXVI. Abschnitt.

Form und Lage der Linien gleicher Parallaxe bei konvergenten wagrechten Hauptachsen fanden in „Beiträge zur Stereophotogrammetrie" insofern Berücksichtigung, als auf Seite 167 einige grundsätzliche Feststellungen gemacht worden sind.

Zweck nachstehender Ausführungen ist die Herleitung der Ausdrücke für die Linien gleicher Parallaxe bei konvergenten wagrechten Hauptachsen. Es ergeben sich hiebei Beziehungen, die ich in der mir bekannten Literatur vermisse.

I. Konvergente wagrechte Hauptachsen, bezogen auf die rechte Station.

Die Abstandsgleichung eines Objektpunktes in bezug auf die x-Achse lautet:

$$E = \frac{f\,[B' \pm M\,d] - x_1\,[M \mp B'\,d]}{a + d\,f - \frac{d}{f} \cdot x_1 \cdot x_2} \qquad \text{(I)}$$

Die oberen Vorzeichen gelten für den Ausrückungsfall: $+\beta$, die unteren Vorzeichen für: $-\beta$.

Es bedeuten (Fig. 1):

E den Normalabstand des Punktes P' von der x-Achse.
B die Standlinie;
B' die reduzierte Standlinie: $B' = B \cdot \cos\beta$;
M die „Ausrückung": $M = B \cdot \sin\beta$;
$\pm\beta$ den „Ausrückungswinkel";
δ den Konvergenzwinkel: $d = tg\,\delta$;
f die Bildweite;
a die Parallaxe: $a = x_1 - x_2$;
x_1 die Bildpunktabszisse auf dem linken,
x_2 die Bildpunktabszisse auf dem rechten Bilde.

Führt man statt $E \ldots y$ und statt $X \ldots x$ ein, wobei $x_1 = a + \frac{X\,f}{E}$ und $x_2 = \frac{X\,f}{E}$ ist, so ergibt sich folgende Beziehung (Fig. 2) (Fig. 3):

$$-x^2\,d\,f - x\,y\,d\,a - y^2\,(d\,f + a) \pm x\,f\,[M \mp B\,d] + y\,\{f\,[B' \pm M\,d] \mp a\,[M \mp B'\,d]\} = 0; \qquad (1)$$

Die Koeffizienten dieser Gleichung sind:

$$\left.\begin{aligned} A &= -d\,f; \\ B &= -\frac{a\,d}{2}; \\ C &= -(d\,f + a); \\ D &= \pm\frac{1}{2} \cdot f \cdot [M \mp B'\,d]; \\ E &= \frac{1}{2}\,\{f\,[B' \pm M\,d] \mp a\,[M \mp B'\,d]\}; \\ F &= 0; \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Für beispielsweise Annahmen mögen folgende Zahlen gelten:

$$\left.\begin{array}{l} d = tg\,\delta = tg\,10^0 = 0{\cdot}1763; \\ f = 180\ mm; \\ \pm\beta = 30^0; \\ B = 80\ mm;\ B' = 69{\cdot}28\ mm;\ M = 40{\cdot}00\ mm; \\ \quad B'\,d = 12{\cdot}21\ mm;\ M\,d = 7{\cdot}05\ mm; \end{array}\right\} \qquad (3)$$

Gleichung (1) stellt einen Kegelschnitt dar, und zwar hängt die Form desselben von der Bedingung ab:

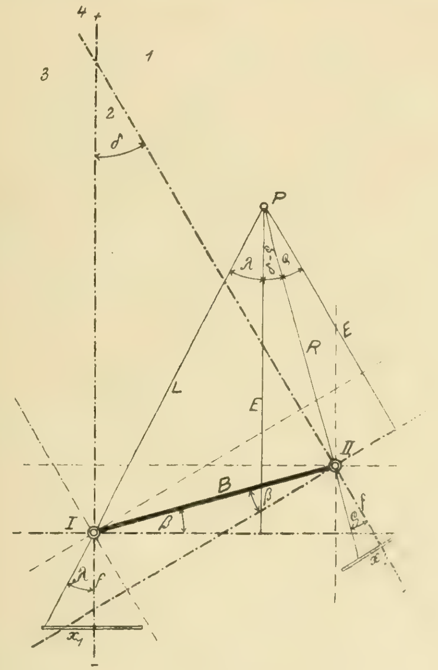


Fig. 1.

$$B^2 - A\,c \lesseqgtr 0 \left\{ \begin{array}{l} \text{Ellipse} \\ \text{Parabel} \\ \text{Hyperbel} \end{array} \right\} \qquad (4)$$

Nach (2) ist:

$$B^2 - A\,C = d\,a^2 - 4\,d\,f^2 - 4\,a\,f \lesseqgtr 0 \qquad (5)$$

Nimmt a den Wert:

$$a = \frac{2\,f}{d}\left\{1 \pm \sqrt{1 + d^2}\right\} \qquad (6)$$

an, so ist die Kurve gleicher Parallaxe eine Parabel.

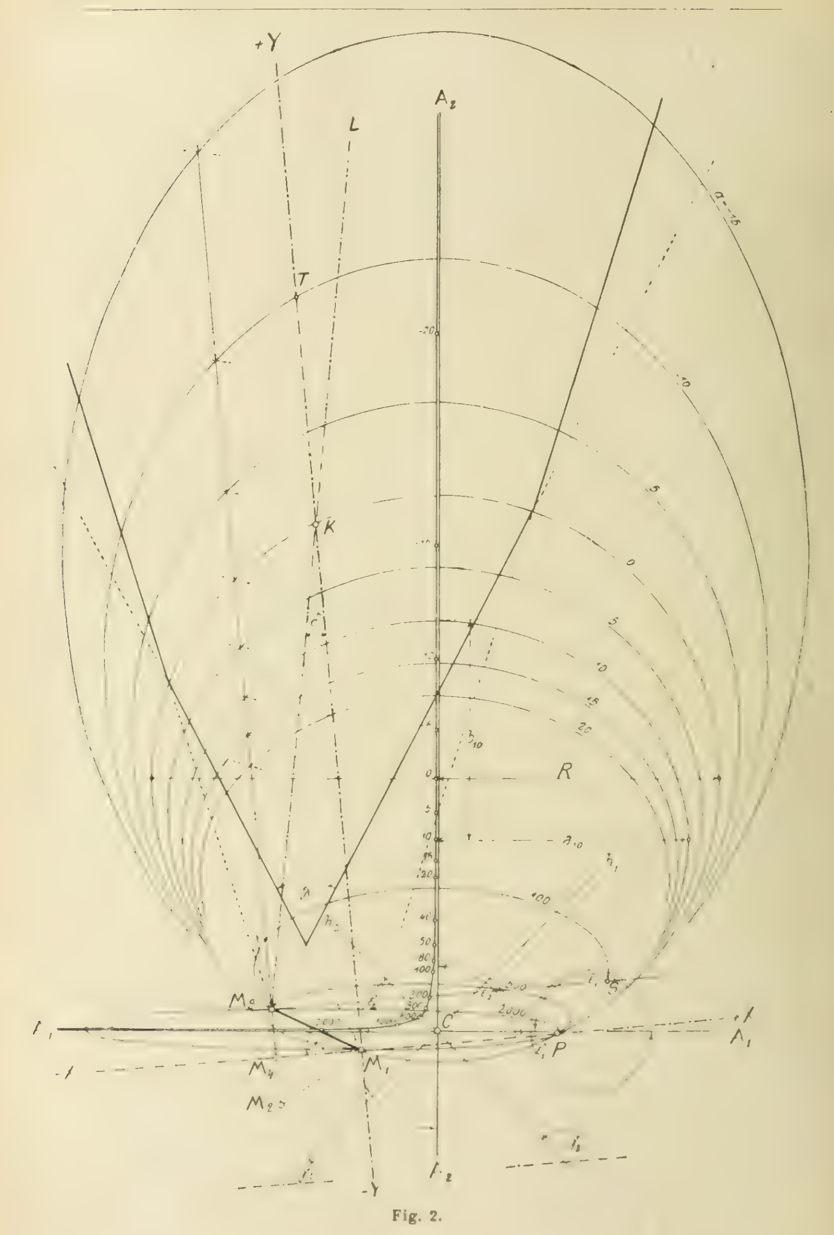


Fig. 2.

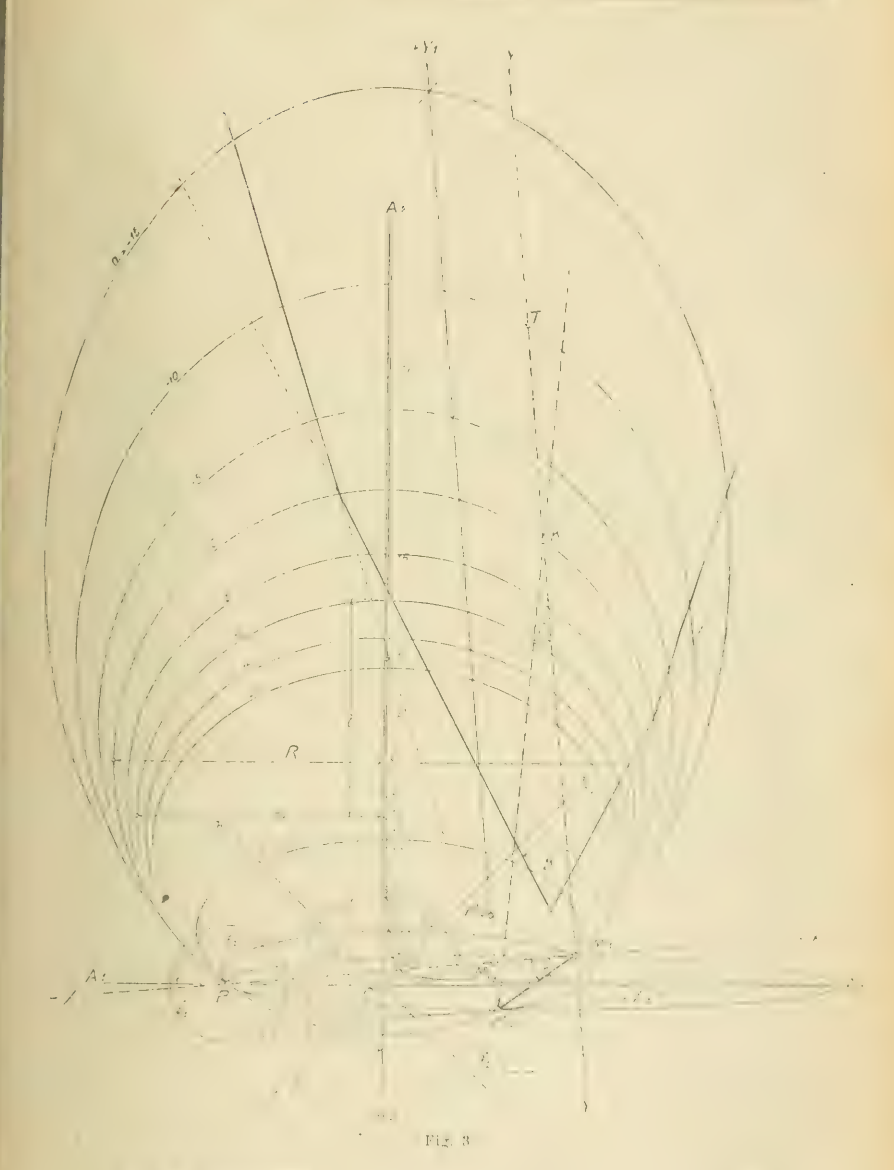


Fig. 3

Dieser Fall tritt beispielsweise unter den Annahmen (3) ein bei:

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= 4115{\cdot}0\,mm \\ a_2 &= -31{\cdot}5\,mm \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Die Richtung der Hauptachsen

ergibt sich aus:

$$tg\,2\,\alpha = \frac{2\,B}{A - C} = -0{\cdot}1763 = -tg\,\delta \qquad (8)$$

Daraus folgt:

$$+0{\cdot}1763 = \left\{\begin{array}{l} tg\,(180 - 2\,\alpha_1) \\ tg\,(360 - 2\,\alpha_2) \end{array}\right\} \qquad (9)$$

Daher

$$180 - 2\,\alpha_1 = 10^0 \text{ und } 360 - 2\,\alpha_2 = 10^0$$

oder

$$\alpha_1 = 85^0 \text{ und } \alpha_2 = 175^0 \qquad (10)$$

Durch Transformation des Koordinatensystems kann man sich überzeugen, daß für positive Parallaxen die Neigung der großen Hauptachse durch $\alpha_2 = 175^0$, die Neigung der kleinen Hauptachse durch $\alpha_1 = 85^0$ bestimmt ist. Für Kurven negativer Parallaxe kehrt sich diese Beziehung um.

Da die Größe der Parallaxe a hiebei ohne Einfluß ist, so folgt daraus, daß die Neigung aller Kurven gleicher Parallaxe gegen die X-Achse gleich und konstant ist.

Weil die Bildpunktordinaten in den angedeuteten Beziehungen keine Rolle spielen, so folgt durch eine erweiternde Schlußfolgerung nachstehende bereits bekannte Tatsache:

Die Flächen gleicher Parallaxe sind Mantelflächen vertikaler Zylinder, deren Spuren auf der Horizontebene Kurven zweiter Ordnung sind, deren Hauptachsen mit der X-Achse die Winkel $90 - \frac{\delta}{2}$ und $180 - \frac{\delta}{2}$ einschließen.

Für die in Betracht kommenden Werte von a, welche innerhalb der Grenzen $a = 4115{\cdot}0\,mm$ und $a = -31{\cdot}5\,mm$ liegen, sind die Kegelschnittlinien Ellipsen.

Für Parallaxen, kleiner als $-31{\cdot}5\,mm$, ergeben sich Hyperbelbögen, für die Parallaxe $-31{\cdot}5\,mm$ ergibt sich ein Parabelbogen als Kurve gleicher Parallaxe. Beide Kurven liegen in so großer Raumtiefe, daß sie für die praktische Verwendung nicht in Frage kommen.

Mittelpunktskoordinaten der Ellipsen.

Die Gleichungen für die Mittelpunktskoordinaten der Ellipsen ergeben sich aus (1):

$$\left.\begin{aligned} f'(x) &= x\,.\,A + y\,.\,B + D = 0 \\ f'(y) &= x\,B + y\,C + E = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

Daraus folgt

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= \frac{C\,D - B\,E}{B^2 - A\,C} \\ y_0 &= \frac{A\,E - B\,D}{B^2 - A\,C} \end{aligned}\right\}. \qquad (12)$$

Für den Sonderfall $a = 0$ gehen (12) in die Form[1]

$$\left.\begin{aligned} x_0' &= \frac{M \mp B' d}{2\,d} \\ y_0' &= \mp \frac{B' \pm M d}{2\,d} \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

über. Die oberen Vorzeichen gelten für $+\beta$, die unteren für $-\beta$. (13) sind die Gleichungen der Mittelpunktskoordinaten des sogenannten „Nullkreises".

Der Radius des Nullkreises ist

$$R^2 = x_0'^2 + y_0'^2 \tag{14}$$

und bleibt für $+\beta$ und $-\beta$ gleich.

Halbachsen der Ellipsen.

Die Halbachsen der Ellipsen sind:

$$\left.\begin{aligned} a &= \sqrt{-\frac{N}{L}} \\ b &= \sqrt{-\frac{N}{M}} \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Sind L und M[2] gleich bezeichnet, so ist die Kurve eine Ellipse. N muß das entgegengesetzte Vorzeichen haben wie L und M. Anderenfalls sind die Halbachsen imaginär und daher die Ellipsen selbst imaginär.

$$\left.\begin{aligned} L &= A + C - \sqrt{4B^2 - (A - C)^2} \\ M &= A + C - \sqrt{4B^2 + (A - C)^2} \\ N &= 2\,.\frac{A E^2 - 2 B D E + C D^2}{B^2 - A C} + 2F \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Unter den Annahmen (3) folgen für

$$\left.\begin{aligned} L &= -63{\cdot}32 \text{ und} \\ M &= -83{\cdot}62 \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Weil L und M gleiche Vorzeichen besitzen, so folgt, daß es sich tatsächlich um Ellipsen handelt.

Für die Parallaxe $a = 0$ gehen (15) in

$$a^2 = b^2 = R^2 \tag{18}$$

über. Radius des „Nullkreises".

Ort der Ellipsenmittelpunkte.

Der Ort der Ellipsenmittelpunkte ergibt sich aus den Gleichungen (11) durch Elimination des Parameters:

$$a = \frac{-2\,x\,d\,t \quad t\,(M \quad B'd)}{y\,d} \tag{19}$$

[1] Vgl. „Beiträge zur Stereophotogrammetrie", S. 167.

[2] Dieses M ist nicht zu verwechseln mit $M = B \sin \beta$.

wodurch folgende Gleichung entsteht:

$$\begin{aligned} 2\,x^2 d^2 + 4\,x\,y\,d - 2\,y^2 d^2 \mp 3\,x\,d\,[M \mp B'\,d] + \\ + y\,\{\pm d\,[B' \pm M\,d] \mp 2\,[M \mp B'\,d]\} + [M \mp B'\,d]^2 = 0 \end{aligned} \qquad (20)$$

Sie stellt jene Kurve dar, auf welcher die Ellipsenmittelpunkte liegen und ist die Gleichung einer Kegelschnittlinie.

Die Koeffizienten der Gleichung (20) sind:

$$\left.\begin{aligned} A &= 2\,d^2 \\ 2\,B &= 4\,d \\ C &= -2\,d^2 \\ 2\,D &= \mp 3\,d\,[M \mp B'\,d] \\ 2\,E &= \pm d\,[B' \pm M\,d] \mp 2\,[M \mp B'\,d] \\ F &= + [M \mp B'\,d]^2 \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

Ist $B^2 - A\,C < 0$, so handelt es sich um eine Ellipse, ist $B^2 - A\,C > 0$, so handelt es sich um eine Hyperbel. Weil letzteres der Fall ist, so folgt: Der geometrische Ort der Ellipsenmittelpunkte ist eine Hyperbel.

Richtung der Hyperbelachsen.

Die Richtung der Hyperbelachsen h_1 und h_2 folgt aus

$$tg\,2\,\gamma = \frac{2\,B}{A - C} \qquad (22)$$

oder

$$tg\,2\,\gamma = cotg\,\delta = \begin{cases} tg\,(90 - \delta) \\ tg\,(270 - \delta) \end{cases} \qquad (23)$$

Die Neigung der Hyperbelachsen ist daher bestimmt durch

$$2\,\gamma_1 = 90 - \delta \text{ und } 2\,\gamma_2 = 270 - \delta$$

Daher ist

$$\gamma_1 = 45^0 - \frac{\delta}{2} \text{ und } \gamma_2 = 135^0 - \frac{\delta}{2} \qquad (24)$$

Welche Achse die Hauptachse ist, kann durch eine Transformation festgestellt werden, ist jedoch ohneweiters aus der Figur zu erkennen.

Mittelpunkte der Hyperbeln.

Aus der Hyperbelgleichung folgen:

$$\left.\begin{aligned} f'(x) &= 4\,x\,d^2 + 4\,y\,d \mp 3\,d\,[M \mp B'\,d] = 0 \\ f'(y) &= 4\,x\,d - 4\,y\,d^2 \pm d\,[B' \pm M\,d] \mp 2\,[M \mp B'\,d] = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (25)$$

woraus sich die Ausdrücke für die Hyperbelmittelpunkte ergeben:

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= \frac{-[B' \pm M\,d] \pm 3\,d\,[M \mp B'\,d] \pm \frac{2}{d}\,[M \mp B'\,d]}{4\,(1 + d^2)} = \frac{\mp 3\,B'\,d \pm 2\,M}{4\,d} \\ y_0 &= \frac{d\,[B' \pm M\,d] \pm [M \mp B'\,d]}{4\,(1 + d^2)} = \pm\frac{M}{4} \end{aligned}\right\} \qquad (26)$$

Die oberen Vorzeichen gelten für $+\beta$, die unteren für $-\beta$.

Richtung der Asymptoten.

Um die Richtung der Asymptoten A_1 und A_2 zu bestimmen, setzen wir:

$$2x^2 d^2 - 4xyd - 2y^2 d^2 = \mathfrak{N}_2 \tag{27}$$

$$\frac{\mathfrak{N}_2}{x^2} = 2d^2 - 4d\left(\frac{y}{x}\right) - 2d^2\left(\frac{y}{x}\right)^2 \tag{28}$$

Die Richtungskonstante findet sich sodann aus

$$\lim_{x=\infty} \frac{\mathfrak{N}_2}{x^2} = 2d^2 - 4dm - 2d^2 m = 0 \tag{29}$$

wobei $m = \frac{y}{x}$ bedeutet.

Hieraus ergibt sich

$$m^2 - \frac{2}{d}m - 1 = 0$$

oder

$$m = \frac{1}{d}\left\{1 \pm \sqrt{1 + d^2}\right\} \tag{30}$$

Weil $d = tg\,\delta$ ist, so folgt

$$m = \frac{\cos\delta}{\sin\delta}\left\{1 \pm \frac{1}{\cos\delta}\right\} = \frac{\cos\delta \pm 1}{\sin\delta} \tag{31}$$

Wegen $1 + \cos\delta = 2\cos^2\frac{\delta}{2}$ und $\sin\delta = 2\sin\frac{\delta}{2}\cos\frac{\delta}{2}$ ist:

$$m_2 = \frac{2\cos^2\frac{\delta}{2}}{2\sin\frac{\delta}{2}\cos\frac{\delta}{2}} = cotg\,\frac{\delta}{2} \tag{32}$$

und wegen $1 - \cos\delta = 2\sin^2\frac{\delta}{2}$ ist

$$m_1 = \frac{-2\sin^2\frac{\delta}{2}}{2\sin\frac{\delta}{2}\cos\frac{\delta}{2}} = -tg\,\frac{\delta}{2} \tag{33}$$

Daher ist

$$m_2 = cotg\,\frac{\delta}{2} = tg\,\varepsilon_2 = \begin{cases} tg\left(90 - \frac{\delta}{2}\right) \\ tg\left(270 - \frac{\delta}{2}\right) \end{cases} \tag{34}$$

und

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_2 &= 90 - \frac{\delta}{2} \\ \varepsilon'_2 &= 270 - \frac{\delta}{2} \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

Ferner

$$m_1 = -tg\frac{\delta}{2} = tg\,\varepsilon_1 = \begin{vmatrix} tg\left(180 - \frac{\delta}{2}\right) \\ tg\left(360 - \frac{\delta}{2}\right) \end{vmatrix} \qquad (36)$$

und

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_1 = 180 - \frac{\delta}{2} \\ \varepsilon_1' = 360 - \frac{\delta}{2} \end{array}\right| \qquad (37)$$

Die Asymptoten stehen aufeinander senkrecht. Die Hyperbeln sind also „gleichseitig". Die Asymptoten haben dieselbe Neigung gegen die X-Achse wie die Achsen der Ellipsen.

Ellipsenpunkte auf der X-Achse.

Setzt man in (1) $y = 0$, so folgt

$$-x^2 d f - x f [M \mp B' d] = 0 \qquad (38)$$

Dann wird einerseits

$$x = 0 \qquad (39)$$

Das heißt, alle Ellipsen gehen durch den Ursprung des Koordinatensystems (rechter Basisendpunkt; siehe Fig. 2 und 3) und anderseits

$$x' = \pm \frac{[M \mp B\,d]}{d} \qquad (40)$$

das heißt, alle Ellipsen gehen durch einen Punkt P der X-Achse. $P \begin{vmatrix} x' \\ o \end{vmatrix}$

Weil x' von der Parallaxe unabhängig ist, so gehen alle Kurven gleicher Parallaxe durch den Punkt P.

Ellipsenpunkte auf der Parallelen zur X-Achse, welche die Form $y = \pm M$ hat.

Setzt man in (1) $y = \pm M$, so folgt

$$f M (x + B') \pm M d a (x + B) - x d f (x + B') = 0 \qquad (41)$$

Dann ist einerseits

$$x + B = 0 \qquad (42)$$

das heißt, alle Ellipsen gehen durch den Punkt von den Koordinaten $\begin{cases} x = -B \\ y = \pm M \end{cases}$ (linker Basisendpunkt) und anderseits

$$x'' = \pm \frac{M}{d} \pm \frac{M}{f} a \qquad (43)$$

Das heißt, jede Ellipse schneidet die Parallele in einem Punkte S, dessen Koordinaten $\begin{cases} x'' = \pm \frac{M}{d} \pm \frac{M}{f} a \\ y = \pm M \end{cases}$ sind.

Da in (43) die Parallaxe maßgebend ist, so kommt jeder Ellipse eine andere Schnittpunktabszisse zu.

Für eine Parallaxe a_1 erhält man

$$x'_1 = \pm \frac{M}{d} \mp \frac{M}{f} \cdot a_1 \tag{44}$$

Für eine Parallaxe a_2 erhält man

$$x'_2 = \pm \frac{M}{d} \mp \frac{M}{f} \cdot a_2 \tag{45}$$

Daher ist

$$\Delta = x'_1 - x'_2 = \mp \frac{M}{f} (a_1 - a_2) \tag{46}$$

Daraus folgt: Für gleiche Parallaxenabstufungen $(a_1 - a_2)$ ergeben sich gleiche Differenzen Δ, das heißt, die Schnittpunkte der Ellipsen mit der Parallelen zur X-Achse für gleiche Parallaxenabstufungen haben gleiche Abstände voneinander.

Ellipsenpunkte auf der Y-Achse.

Setzt man in (1) $x = 0$, so folgt

$$-y^2 (d f + a) + y f [B' \pm M d] \pm y a [M \mp B' d] = 0 \tag{47}$$

Dann ist einerseits

$$y = 0 \tag{48}$$

Das heißt, alle Ellipsen gehen durch den Koordinatenursprung und anderseits

$$y = \frac{f [B' \pm M d] \pm a [M \mp B' d]}{d f + a} \tag{49}$$

Das heißt, jede Ellipse schneidet die Ordinatenachse in einem Punkte T, dessen Koordinaten $\begin{cases} x = 0 \\ y = \dfrac{f [B' \pm M d] \pm a [M \mp B' d]}{d f + a} \end{cases}$ sind. Da in (49) die Parallaxe maßgebend ist, so kommt jeder Ellipse eine andere Schnittpunktordinate zu.

Der Schnittpunkt K des Nullkreises mit der Ordinatenachse ist gleichzeitig der Schnittpunkt der beiden Hauptachsen.

Übersicht.

Alle Ellipsen haben drei Punkte gemeinsam:

1. den linken Basisendpunkt $\begin{cases} x = B \\ y = \pm M \end{cases}$
2. den rechten Basisendpunkt $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$
3. einen Punkt P auf der X-Achse $\begin{cases} x = \dfrac{M \mp B\,d}{d} \\ y = 0 \end{cases}$

(50)

Überdies lassen sich für jede Ellipse zwei weitere Punkte S und T unschwer ermitteln:

$$\text{4. ein Punkt } S \text{ auf der Parallelen zur } X\text{-Achse} \quad \left| \begin{array}{l} x = -\frac{M}{d} \pm \frac{M}{f} \cdot a \\ y = \pm M \end{array} \right|$$

$$\text{5. ein Punkt } T \text{ auf der } Y\text{-Achse} \quad \left| \begin{array}{l} x = 0 \\ y = \frac{f[B' \mp M d] \pm a[M \pm B' d]}{d f \mp a} \end{array} \right| \qquad (51)$$

Die Konstruktion der Ellipsen ist also auch ohne Kenntnis der Halbachsen, ihrer Richtungen und der Ellipsenmittelpunkte möglich.

Konvergente wagrechte Hauptachsen, bezogen auf die linke Station.

Die Abstandsgleichung eines Objektpunktes in bezug auf die X-Achse lautet:

$$E = \frac{f[B' \mp M d] \pm x_2[M \pm B' d]}{a - d f \mp \frac{d}{f} \cdot x_1 \cdot x_2} \qquad (II)$$

Die oberen Vorzeichen gelten für den Ausrückungsfall $+\beta$, die unteren Vorzeichen für $-\beta$.

Wenn man statt $E \ldots y$ und statt $X \ldots x$ setzt und $x_1 = \frac{X \cdot f}{E}$ und $x_2 = \frac{X f}{E} - a$ einführt, so ergibt sich

$$\pm x^2 d f \pm x y d a - y^2 (d f \pm a) \mp x f [M \mp B' d] \mp y \{f [B' \mp M d] \pm a [M \pm B' d]\} = 0 \qquad (52)$$

Die Koeffizienten dieser Gleichung sind:

$$\left. \begin{array}{l} A = -d f \\ B = \pm \frac{d a}{2} \\ C = -(d f + a) \\ D = \mp \frac{1}{2} f [M \mp B' d] \\ E = \mp \frac{1}{2} \{f [B' \mp M d] \pm a [M \pm B' d]\} \\ K = 0 \end{array} \right| \qquad (53)$$

Gleichung (52) stellt wieder einen Kegelschnitt dar, und zwar hängt die Form desselben von der Bedingung ab:

$$B^2 - A C \gtreqless 0 \left| \begin{array}{l} \text{Ellipse} \\ \text{Parabel} \\ \text{Hyperbel} \end{array} \right| \qquad (54)$$

Im übrigen gilt Analoges wie bei (5), (6), (7). Die graphischen Darstellungen sind nichts anderes als die Spiegelbilder der Figuren 2 und 3.

Die Richtung der Hauptachsen

ergibt sich aus

$$tg\,2\alpha = \frac{2B}{A-C} = +0{\cdot}1762 = tg\,\delta \qquad (55)$$

Daher

$$+0{\cdot}1762 = \left\{ \begin{array}{l} tg\,(180 + 2\alpha_1) \\ tg\,(360 + 2\alpha_2) \end{array} \right. \qquad (56)$$

und

$$180 + 2\alpha_1 = 10^0 \text{ und } 360 + 2\alpha_2 = 10^0$$

oder

$$\alpha_1 = \quad 85^0 \text{ und } \alpha_2 = -175^0 \qquad (57)$$

Die Neigung der großen Hauptachsen ist für positive Parallaxen durch α_2, die der kleinen durch α_1 bestimmt. Für Kurven negativer Parallaxe kehrt sich diese Beziehung um. Die Neigung aller Kurven gleicher Parallaxe gegen die X-Achse ist gleich und konstant.

Bezüglich der Form der Flächen gleicher Parallaxe und deren Spuren auf der Horizontebene gilt dasselbe wie in Abschnitt I; hinsichtlich der Richtung der Hauptachsen .... (57).

Mittelpunktkoordinaten der Ellipsen.

Aus (52) folgt

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = -2x\,d\,f - y\,d\,a + f\,M + B\,d = 0 \\ f'(y) = +x\,d\,a - 2y\,(d\,f - a) + f\,B' + M\,d + a\,(M - B\,d) = 0 \end{array} \right\} \qquad (58)$$

Daraus folgt

$$\left. \begin{array}{l} x_0 = -\dfrac{CD - BE}{B^2 - AC} \\ y_0 = -\dfrac{AE - BD}{B^2 - AC} \end{array} \right\} \qquad (59)$$

Für den Sonderfall $a = 0$ gehen (59) über in

$$\left. \begin{array}{l} x_0' = -\dfrac{M + B'd}{2d} \\ y_0' = \dfrac{B' - Md}{2d} \end{array} \right\} \qquad (60)$$

x_0' und y_0' sind die Mittelpunktkoordinaten des „Nullkreises". Der Radius des „Nullkreises" ist

$$R^2 = x_0'^2 + y_0'^2 \qquad (61)$$

Er bleibt für $+\beta$ und $-\beta$ gleich.

Halbachsen der Ellipsen.

Die Halbachsen der Ellipsen sind:

$$\left. \begin{array}{l} a = \sqrt{-\dfrac{N}{L}} \\ b = \sqrt{-\dfrac{N}{M}} \end{array} \right\} \qquad (62)$$

Weil L und M gleiche Vorzeichen besitzen, so handelt es sich auch hier um Ellipsen. N hat das entgegengesetzte Vorzeichen wie L und M. Die Ellipsen sind reell.

Bezüglich L, M, N siehe (16), worin die Koeffizienten (53) zu gelten haben.

Für $a = 0$ geht (62) über in:

$$a^2 = b^2 - R^2 \qquad (63)$$

(Radius des „Nullkreises").

Ort der Ellipsenmittelpunkte.

Der Ort der Ellipsenmittelpunkte ergibt sich aus (58) durch Elimination des Parameters a, wodurch folgende Gleichung entsteht:

$$\begin{aligned} &2\,x^2 d^2 - 4\,x\,y\,d - 2\,y^2 d^2 \pm 3\,x\,d\,[M \mp B'd] + \\ &- y\,\{d\,[B' \pm M\,d] \mp 2\,[M \mp B'd]\} + [M \mp B'd]^2 = 0 \end{aligned} \qquad (64)$$

Die Koeffizienten sind:

$$\left.\begin{aligned} A &= 2\,d^2 \\ 2\,B &= -4\,d \\ C &= -2\,d^2 \\ 2\,D &= \pm 3\,d\,[M \mp B'd] \\ 2\,E &= +d\,[B' \pm M\,d] \mp 2\,[M \mp B'd] \\ F &= +[M \mp B'd]^2 \end{aligned}\right\} \qquad (65)$$

Weil $B^2 - AC > 0$ ist, so folgt:

Der geometrische Ort der Ellipsenmittelpunkte ist eine Hyperbel.

Analog wie in Abschnitt I zeigt eine nähere Untersuchung, daß der geometrische Ort der Mittelpunkte der errechneten Kegelschnitte für jede Parallaxe eine Hyperbel ist.

Richtung der Hyperbelachsen.

Die Richtung der Hyperbelachsen h_1 und h_2 folgt aus

$$tg\,2\,\gamma = \frac{2\,B}{A - C} \qquad (66)$$

oder

$$tg\,2\,\gamma = -\,cotg\,\delta = \left|\begin{matrix} tg\,(90 + \delta) \\ tg\,(270 + \delta) \end{matrix}\right| \qquad (67)$$

Die Neigung der Hyperbelachsen ist daher bestimmt durch

$$\gamma_1 = 45 - \frac{\delta}{2} \text{ und } \gamma_2 = 135 - \frac{\delta}{2} \qquad (68)$$

Welche Achse die Hauptachse ist, ergibt sich durch eine Transformation, ist jedoch ohneweiters aus den Spiegelbildern der Figuren 2 und 3 zu ersehen.

Mittelpunkte der Hyperbeln.

Aus der Hyperbelgleichung folgen:

$$\left.\begin{aligned} f'(x) &= 4\,x\,d^2 - 4\,y\,d + 3\,d\,[M + B'd] = 0 \\ f'(y) &= -4\,d\,x - 4\,y\,d^2 - d\,[B' + M\,d] - 2\,[M + B'd] = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (69)$$

woraus sich die Ausdrücke für die Hyperbelmittelpunkte ergeben:

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= \frac{-[B' \pm M\,d] \mp 3\,d\,[M \pm B'd] \mp \frac{2}{d}\,[M \pm B'd]}{4\,(1 + d^2)} \\ y_0 &= \frac{d\,[B' \pm M\,d] \pm [M \mp B'\,d]}{4\,(1 + d^2)} \end{aligned}\right| \qquad (70)$$

Die oberen Vorzeichen gelten für $+\beta$, die unteren für $-\beta$.

Richtung der Asymptoten.

Um die Richtung der Asymptoten A_1 und A_2 zu bestimmen, setzen wir:

$$2\,x^2\,d - 4\,x\,y\,d - 2\,y^2\,d^2 = \mathfrak{R}_2 \qquad (71)$$

$$\frac{\mathfrak{R}_2}{x^2} = 2\,d - 4\,d\left(\frac{y}{x}\right) - 2\,d^2\left(\frac{y}{x}\right)^2 \qquad (72)$$

Die Richtungskonstante findet sich sodann aus

$$\lim_{x = \infty} \frac{\mathfrak{R}_2}{x^2} = 2\,d - 4\,d\,m - 2\,d^2\,m^2 = 0 \qquad (73)$$

wobei $m = \frac{y}{x}$ bedeutet.

Hieraus ergibt sich

$$m = \frac{1}{d}\left\{-1 \pm \sqrt{1 + d^2}\right\} \qquad (74)$$

Weil $d = tg\,\delta$ ist, so folgt

$$m = \frac{-\cos\delta \pm 1}{\sin\delta} \qquad (75)$$

Wegen $1 + \cos\delta = 2\cos^2\frac{\delta}{2}$, $1 - \cos\delta = 2\sin^2\frac{\delta}{2}$ und $\sin\delta = 2\sin\frac{\delta}{2}\cos\frac{\delta}{2}$ ist:

$$m_1 = +\,tg\,\frac{\delta}{2} \qquad (76)$$

und

$$m_2 = -\,cotg\,\frac{\delta}{2} \qquad (77)$$

Daher ist

$$\left.\begin{aligned} E_1 &= 360 + \frac{\delta}{2} \\ E_1' &= 180 + \frac{\delta}{2} \end{aligned}\right| \qquad (78)$$

und

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_2 &= 90 - \frac{\delta}{2} \\ \varepsilon_2' &= 270 + \frac{\delta}{2} \end{aligned}\right\} \qquad (79)$$

Die Asymptoten stehen aufeinander senkrecht. Die Hyperbeln sind also „gleichseitig". Die Asymptoten haben dieselbe Neigung gegen die X-Achse wie die Achsen der Ellipsen.

Ellipsenpunkte auf der X-Achse.

Setzt man in (52) $y = 0$, so folgt

$$-x^2 d f \pm x f (M \mp B' d) = 0 \qquad (80)$$

Dann wird einerseits

$$x = 0 \qquad (81)$$

Das heißt, alle Ellipsen gehen durch den Ursprung des Koordinatensystems (linker Basisendpunkt) und anderseits

$$x' = \pm \frac{M \mp B' d}{d} \qquad (82)$$

Das heißt, alle Ellipsen gehen durch einen Punkt P der X-Achse. $P \begin{cases} x' \\ 0 \end{cases}$

Weil x' von der Parallaxe unabhängig ist, so gehen alle Kurven gleicher Parallaxe durch den Punkt P.

Ellipsenpunkte auf der Parallelen zur X-Achse, welche die Form $y = \pm M$ hat.

Setzt man in (52) $y = \pm M$, so folgt

$$\mp f M (x - B') \pm M d a (x - B') - x d f (x - B') = 0 \qquad (83)$$

Dann ist einerseits

$$x - B' = 0 \qquad (84)$$

Das heißt, alle Ellipsen gehen durch den Punkt von den Koordinaten $\begin{cases} x = + B' \\ y = \pm M \end{cases}$ (rechter Basisendpunkt) und anderseits

$$x' = \pm \frac{M}{d} \mp \frac{M}{f} \cdot a \qquad (85)$$

Das heißt, jede Ellipse schneidet die Parallele in einem Punkte S, dessen Koordinaten $\begin{cases} x' = \pm \dfrac{M}{d} \mp \dfrac{M}{f} \cdot a \\ y = \pm M \end{cases}$ sind.

Bezüglich der Abstände dieser Schnittpunkte voneinander gilt das gleiche wie bei konvergenten Hauptachsen, bezogen auf die rechte Station. Siehe (44), (45), (46).

Ellipsenpunkte auf der Y-Achse.

Setzt man in (52) $x = 0$, so folgt:

$$-y^2(df + a) - y\{f[B + Md] + a[M - Bd]\} = 0 \qquad (86)$$

Dann ist einerseits

$$y = 0 \qquad (87)$$

Das heißt, alle Ellipsen gehen durch den Koordinatenursprung und anderseits

$$y = -\frac{f[B + Md] + a[M - Bd]}{df + a} \qquad (88)$$

das heißt, jede Ellipse schneidet die Ordinatenachse in einem Punkte T, dessen Koordinaten $\begin{cases} x = 0 \\ y = -\dfrac{f[B + Md] + a[M - Bd]}{df + a} \end{cases}$ sind. Da in (88) die Parallaxe maßgebend ist, so kommt jeder Ellipse eine andere Schnittpunktordinate zu.

Der Schnittpunkt K des Nullkreises mit der Ordinatenachse ist gleichzeitig der Schnittpunkt der beiden Hauptachsen.

Übersicht.

Alle Ellipsen haben drei Punkte gemeinsam:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{1. den linken Basisendpunkt} & \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \\ \text{2. den rechten Basisendpunkt} & \begin{cases} x = B \\ y = M \end{cases} \\ \text{3. einen Punkt } P \text{ auf der } x\text{-Achse} & \begin{cases} x = -\dfrac{M - Bd}{d} \\ y = 0 \end{cases} \end{array}\right\} \qquad (89)$$

Überdies lassen sich für jede Ellipse zwei weitere Punkte S und T unschwer ermitteln:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{4. ein Punkt } S \text{ auf der Parallelen zur } x\text{-Achse} & \begin{cases} x = \dfrac{M}{d} - \dfrac{M}{f} \cdot a \\ y = M \end{cases} \\ \text{5. ein Punkt } T \text{ auf der } y\text{-Achse} & \begin{cases} x = 0 \\ y = -\dfrac{f[B + Md] + a[M - Bd]}{df + a} \end{cases} \end{array}\right\} \qquad (90)$$

Die Konstruktion der Ellipsen ist also auch in diesem Falle ohne Kenntnis der Halbachsen, ihrer Richtungen und der Ellipsenmittelpunkte möglich.

III. Parallele wagrechte Hauptachsen.

Ist $B^2 - AC = 0$, so handelt es sich um eine nicht zentrale Linie zweiter Ordnung. Dieser Fall tritt ein, wenn $\delta = 0$ und $\beta' = \beta$ sind.

Aus (2) beziehungsweise (53) folgt sodann, wegen $d = tg\,\delta = 0$

$$\frac{a^2 d^2}{4} - df(df + a) = 0 \qquad (91)$$

Das heißt, die Kurven gleicher Parallaxe sind bei Aufnahmen mit parallelen links- ($+\beta$) beziehungsweise rechts- ($-\beta$) verschwenkten Achsen Parabeln von der Gleichung

$$-y^2 a \pm x f M + y\left\{f B' \pm a M\right\} = 0 \tag{92}$$

aus (1), daher bezogen auf die rechte Station oder

$$-y^2 a \mp x f M + y\left\{f B' \pm a M\right\} = 0 \tag{93}$$

aus (52), daher bezogen auf die linke Station.

Zieht man (92) in Betracht, so geht diese Gleichung in die Form

$$y^2 . K + x L + y N + P = 0 \tag{94}$$

über, wenn man setzt:

$$\left.\begin{aligned} K &= -a \\ L &= \pm M f \\ N &= + f B' \pm a M \\ P &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{95}$$

Gleichung (94) kann auch in folgender Form dargestellt werden:

$$K\left\{y + \frac{N}{2K}\right\}^2 + L\left\{x + \frac{4KP - N^2}{4KL}\right\} = 0 \tag{96}$$

oder wegen $P = 0$

$$K\left\{y + \frac{N}{2K}\right\}^2 + L\left\{x - \frac{N^2}{4KL}\right\} = 0 \tag{97}$$

Verschiebt man den Koordinatenursprung, so daß $x - \frac{N^2}{4KL}$ gleich der neuen Abszisse ξ und $y + \frac{N}{2K}$ gleich der neuen Ordinate η ist, so ergibt sich folgende neue Form für die Gleichung der Parabel

$$K \eta^2 + L . \xi = 0 \tag{98}$$

oder

$$\eta^2 = -\frac{L}{K} . \xi \tag{99}$$

Der Parameter hat daher den Wert

$$2p = -\frac{L}{K} = \frac{f}{a} . M \tag{100}$$

Analoge Überlegungen gehen von (93) aus.

Da die zitierte Abhandlung[1]) über Form und Lage der Kurven gleicher Parallaxe bei parallelen rechts- beziehungsweise linksverschwenkter Hauptachsen Aufschluß gibt, so erübrigt es auf dieses Spezialthema hier näher einzugehen.

Der Vollständigkeit halber und etwaiger erwünschter Vergleiche wegen soll an dieser Stelle die Skizze Fig. 4 Platz finden und die wichtigsten Be-

[1]) Siehe. Neue stereoskopische Methoden und Apparate von Dr. C. Pulfrich. Jena Verlag J. Springer. Berlin 1912 XXVI Abschnitt

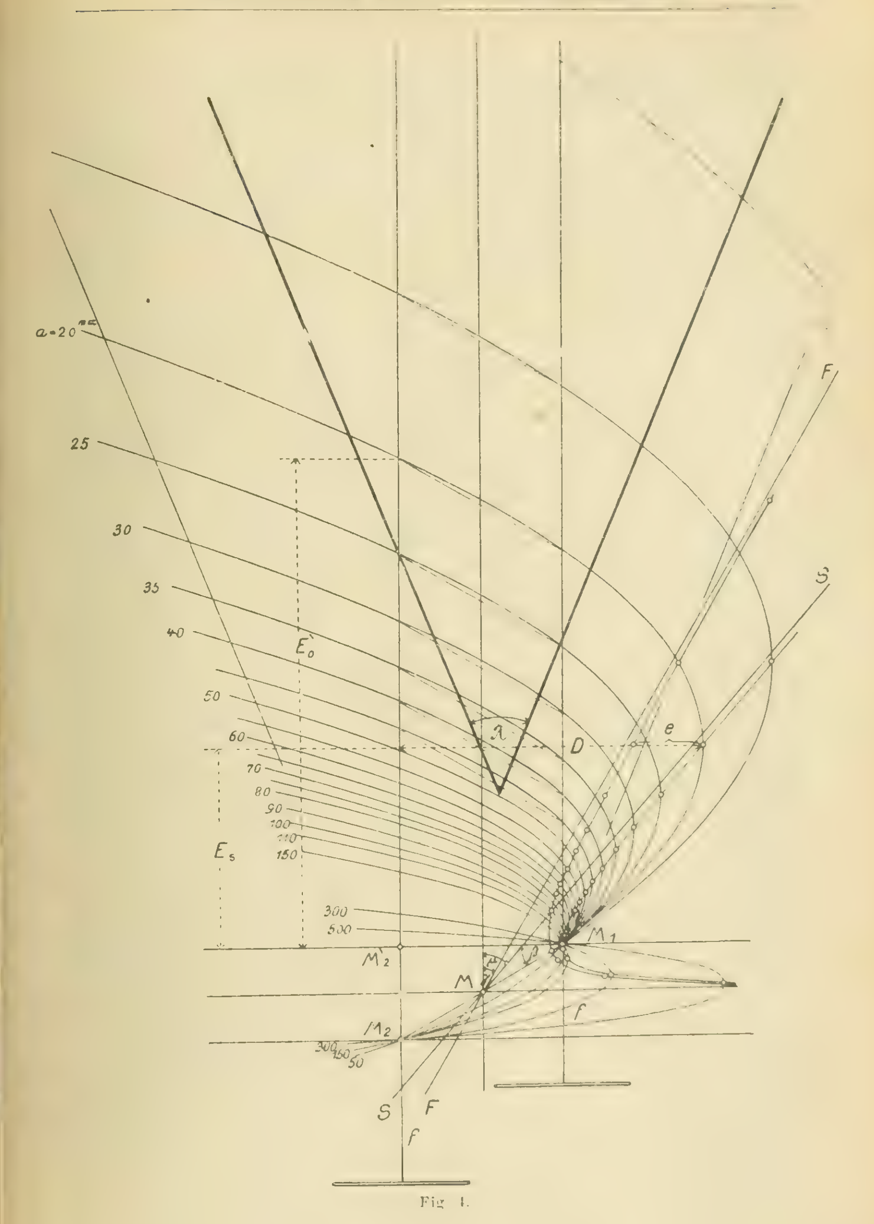

a=20
25
30
35
40
50
60
70
80
90
100
110
150
300
500
E'0
Es
D
e
F
S
M1
M'2
M
M2
f
300
150
50
S
F
f

Fig. 1.

ziehungen wiedergegeben werden. Das Spiegelbild der Fig. 4 ist im Bedarfsfalle leicht vorstellbar.

$$E_0' = \frac{f}{a} B \, . \cos\beta \qquad (101)$$

$$E_s = \frac{E_0' \mp B \, . \sin\beta}{2} \quad \text{(— für links-, + für rechtsverschwenkte Achsen)} \qquad (102)$$

$$D = \frac{E_s^2}{E_0' \, . \, tg\,\beta} \qquad (103)$$

$$c = \frac{1}{4} \, . \, E_0' \, . \, tg\,\beta \qquad (104)$$

$$tg\,\mu = \frac{D + \frac{1}{2} B \, . \cos\beta}{E_s + \frac{1}{2} \, . \, B \, . \sin\beta} \qquad (105)$$

wobei für sehr große Entfernungen E_0' zu setzen ist:

$$E_s = \frac{1}{2} E_0' \text{ und } D = \frac{E_0'}{4\, tg\,\beta} \qquad (106)$$

Dann ist

$$tg\,\mu = \frac{1}{2\, tg\,\beta} \qquad (107)$$

$$tg\,\gamma = \frac{D + \frac{1}{2} B \cos\beta - \frac{1}{4} E_0' \, tg\,\beta}{E_s + \frac{1}{4} B \sin\beta} \qquad (108)$$

Unter Voraussetzung eines sehr großen Wertes für E_0' ist:

$$tg\,\gamma = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{tg\,\beta} - tg\,\beta \right) \qquad (109)$$

Geht man nochmals auf (1) und (52) zurück, so zeigt sich, daß für $\delta = 0$ und $\beta = 0$ als Gleichung der Linie gleicher Parallaxe entsteht:

$$y^2 a - y f B = 0 \qquad (110)$$

oder

$$y = \frac{B f}{a} \qquad (111)$$

Daraus folgt, daß die Linie gleicher Parallaxe für den sogenannten „Normalfall" eine Gerade ist, die parallel zur x-Achse liegt und von ihr den Abstand $y = \frac{B f}{a}$ hat.

Über den günstigsten Kartierungsmaßstab beim Stereoautographen.

Von Ing. Franz Manek.

Obgleich über die Wahl des Kartenmaßstabes an dieser Stelle bereits gesprochen wurde, so soll hieran anschließend noch ein allgemein praktischer Vorgang gezeigt werden.

Von einer Stereoaufnahme seien bekannt:

F Brennweite des Aufnahmeobjektives,

B Länge der Standlinie,

a_{min} kleinste stereoskopische Parallaxe,

a_{max} größte " "

Hiezu kommen noch als Konstruktionsdaten des Stereoautographen:

e_{min} kleinste Entfernung des Zeichenstiftes,

e_{max} größte " " "

Die Grenzwerte des Kartenmaßstabes $1/K$ betragen:

$$1/K_{min} = \frac{e_{min}}{E_{min}} \text{ und } 1/K_{max} = \frac{e_{max}}{E_{max}}, \qquad (1)$$

wobei E_{min} und E_{max} die wirklichen Entfernungen in der Natur bedeuten und K_{min} und K_{max} die nach dem Sprachgebrauche üblichen Bezeichnungen eines Maßstabes als „klein" oder „groß" darstellen. Je größer der Maßstab, desto **kleiner** der absolute Wert von K_{max} und umgekehrt. Die Ausdrücke für E werden aus der Grundgleichung für den Normalfall gewonnen und in (1) eingesetzt.

$$E_{min} = \frac{B\,F}{a_{max}} \text{ und } E_{max} = \frac{B\,F}{a_{min}}$$

Eingesetzt:

$$K_{min} = \frac{B\,F}{a_{max}\,e_{min}} \text{ und } K_{max} = \frac{B\,F}{a_{min}\,e_{max}}$$

oder

$$a_{max} = \frac{B\,F}{K_{min}\,e_{min}} \text{ und } a_{min} = \frac{B\,F}{K_{max}\,e_{max}} \qquad (2)$$

Als spezielle Werte werden nun angenommen:

$F = 100\ mm$, $B = 100\ m$; $e_{min} = 0{\cdot}08\ m$, $e_{max} = 0{\cdot}75\ m$ für Mod 1911.

Bei Mod. 1914 betragen die entsprechenden Werte $e_{min} = 0{\cdot}09\ m$, $e_{max} = 0{\cdot}76\ m$ und ergeben nur geringe Änderungen.

Dieselben ergeben die reduzierten Parallaxen

$$a_{max} = \frac{100 \times 100}{0{\cdot}08\,K_{min}} = \frac{50}{4} \times \frac{10.000}{K_{min}} = 12{\cdot}5 \times \frac{10.000}{K_{min}}$$

$$a_{min} = \frac{100 \times 100}{0{\cdot}75\,K_{max}} = \frac{20}{15} \times \frac{10.000}{K_{max}} = 1{\cdot}3 \times \frac{10:000}{K_{max}}$$

Zur praktischen Arbeit dienen die nachstehenden Tafeln.

Tafel I.

Verhältniszahlen $\frac{10.000}{BF}$.

F mm	B = 10	20	30	40	50	60	70	80	90	100 m
180	5·56	2·78	1·85	1·39	1·11	0·92	0·79	0·69	0·62	0·56
190	5·26	2·63	1·75	1·31	1·05	0·88	0·75	0·66	0·58	0·53
200	5·00	2·50	1·67	1·25	1·00	0·83	0·71	0·62	0·56	0·50
F mm	B = 110	120	130	140	150	160	170	180	190	200 m
180	0·51	0·46	0·42	0·40	0·37	0·35	0·33	0·31	0·30	0·28
190	0·48	0·44	0·40	0·38	0·35	0·33	0·31	0·29	0·28	0·26
200	0·45	0·41	0·38	0·36	0·33	0·31	0·29	0·28	0·27	0·25
F mm	B = 250	300	350	400	450	500	550	600	650	700 m
180	0·23	0·18	0·16	0·14	0·12	0·11	0·10	0·09	0·08	0·07
190	0·22	0·17	0·15	0·13	0·12	0·11	0·10	0·09	0·08	0·07
200	0·20	0·17	0·14	0·12	0·11	0·10	0·09	0·08	0·08	0·07

Tafel II.

Kartenmaßstäbe, Grenzwerte der Entfernungen für den Stereoautographen und Parallaxen für $F = 100\,mm$ und $B = 100\,m$.

$1/K$	$E_{min} = 0·08\,K$	$E_{max} = 0·75\,K$	$\frac{10.000}{K}$	Für $F = 100\,mm$ und $B = 100\,m$: $a_{min} = 1·3 \cdot \frac{10.000}{K}$ (mm)	Für $F = 100\,mm$ und $B = 100\,m$: $a_{max} = 12·5 \cdot \frac{10.000}{K}$ (mm)
1 : 500	40 m	375 m	20·00	26·7	250
1000	80 „	750 „	10·00	13·3	125
1250	100 „	938 „	8·00	10·6	100
1500	120 „	1125 „	6·67	8·9	83
2000	160 „	1500 „	5·00	6·7	62
2500	200 „	1875 „	4·00	5·3	50
3000	240 „	2250 „	3·33	4·4	42
4000	320 „	3000 „	2·50	3·3	31
5000	400 „	3750 „	2·00	2·7	25
6000	480 „	4500 „	1·67	2·2	21
7000	560 „	5250 „	1·43	1·8	18
8000	640 „	6000 „	1·25	1·7	16
9000	720 „	6750 „	1·11	1·5	13
10.000	800 „	7500 „	1·00	1·3	12
12.500	1000 „	9375 „	0·80	1·1	10
15.000	1·2 km	11·2 km	0·67	0·9	8
20.000	1·6 „	15·0 „	0·50	0·7	6
25.000	2·0 „	18·7 „	0·40	0·5	5
30.000	2·4 „	22·5 „	0·33	0·4	4
40.000	3·2 „	30·0 „	0·25	0·3	3
50.000	4·0 „	37·5 „	0·20	0·3	3
60.000	4·8 „	45·0 „	0·17	0·2	2
70.000	5·6 „	52·5 „	0·14	0·2	2
80.000	6·4 „	60·0 „	0·12	0·2	2
90.000	7·2 „	67·5 „	0·11	0·1	1

Beispiel. Es liegen drei Stereoaufnahmen mit $F = 190\,mm$ vor, für welche zwecks Bestimmung des günstigsten Kartierungsmaßstabes der Reihe nach ermittelt werden:

Standpunkt Nr.	Gemessen: B (m)	Gemessen: a_{min} (mm)	Gemessen: a_{max} (mm)	Aus Tafel I: $\frac{10.000}{B\,.\,F}$	$a = a \times \frac{10\,000}{B\,.\,F}$: a_{min} (mm)	$a = a \times \frac{10\,000}{B\,.\,F}$: a_{max} (mm)	Aus Tafel II, Kartenmaßstab: K_{max}	Aus Tafel II, Kartenmaßstab: K_{min}
4	149	5	15	0·35	1·7	5·2	8000	25.000
6	143	5	18	0·37	1·8	6·7	7000	20.000
7	93	5	20	0·57	2·8	11·4	5000	10.000

B wird im Felde bestimmt, $a_{\min}$ und $a_{\max}$ kann aus den Negativen unmittelbar nach dem Trocknen durch Übereinanderlegen mit einem Millimetermaße entnommen werden, wobei es auf große Schärfe nicht ankommt. Für $a_{\min}$ wurde aus Genauigkeitsgründen durchwegs 5 *mm* eingesetzt, obgleich die Plattenhintergründe noch Partien mit viel kleineren Parallaxen aufwiesen, die jedoch bei der automatischen Auswertung unberücksichtigt bleiben sollen.

Wollte man die Platten innerhalb der angegebenen Parallaxengrenzen vollständig auswerten, so müßte der gemeinsame Kartierungsmaßstab zwischen 1 : 8000 und 1 : 10.000 gewählt werden.

Um sich bei überschlägigen Bestimmungen das jedesmalige Rechnen zu ersparen, wird für eine bestimmte Brennweite (hier $F = 190\,mm$) folgende Tafel benützt:

Tafel III.

Kartenmaßstäbe (auf halbe Tausender abgerundet) für die automatische Auswertung von Stereoaufnahmen ($F = 190\,mm$; $e_{\min} = 80\,mm$; $e_{\max} = 750\,mm$).

$a_{\max}$ *mm*	$K_{\min} = \frac{B\,.\,F}{a_{\max}\,.\,e_{\min}} = 2{\cdot}375\,.\,\frac{B}{a_{\max}}$, für						
	$B = 10$	20	50	100	150	200	300 *m*
5	5000	10.000	24.000	47.000	—	—	—
10	2500	5000	12.000	24.000	35.500	—	—
15	1500	3000	8000	16.000	24.000	31.500	—
20	1000	2500	6000	12.000	18.000	24.000	36.000
25	1000	2000	5000	9500	14.000	19.000	28.000
30	1000	1500	4000	8000	12.000	16.000	24.000
40	500	1000	3000	6000	9000	12.000	18.000
50	500	1000	2500	5000	7000	9500	14.000
$a_{\min}$ *mm*	$K_{\max} = \frac{B\,.\,F}{a_{\min}\,.\,e_{\max}} = 0{\cdot}253\,.\,\frac{B}{a_{\min}}$						
3	1000	1500	4000	8500	12.500	17.000	25.500
5	500	1000	2500	5000	7500	10.000	15.000
10	500	500	1500	2500	4000	5000	7500
15	—	500	1000	1500	2500	3500	5000

Der Gebrauch der vorstehenden Tafel geht aus dem bisher Gesagten ohneweiters hervor. Aus derselben könnte man als Regel ableiten: „Je größer die Standlinien, desto größer der Spielraum in den Kartenmaßstäben".

Aus Genauigkeitsgründen trachtet man zuweilen, nur bis zu einer Entfernung $e_{max} = F$ oder $2F$ auf dem Zeichenbrette des Autographen zu arbeiten. Für diesen Fall ändern sich in vorstehender Tafel die Werte für K_{max} und betragen näherungsweise das Vierfache $\left(K_{max} = \frac{B}{a_{min}}\right)$, beziehungsweise Achtfache $\left(K_{max} = \frac{2B}{a_{min}}\right)$ der angegebenen. In Worten: „Je näher der Hintergrund der Zeichenfläche gegen den Standpunkt hin abgegrenzt wird, desto enger erfolgt die Wahl des Maßstabes und desto kleiner wird derselbe."

Auch ist es lehrreich, für die hauptsächlich angewendeten Maßstäbe die Grenzwerte der Standlinien aufzustellen, wenn die Grenzwerte der Parallaxen vorgeschrieben sind (Tafel IV).

Tafel IV.

Längen der Standlinien für gegebene Kartenmaßstäbe

($F = 190$ *mm*, $e_{min} = 80$ *mm*, $e_{max} = 750$ *mm*, $a_{min} = 5$ *mm*, $a_{max} = 30$ *mm*).

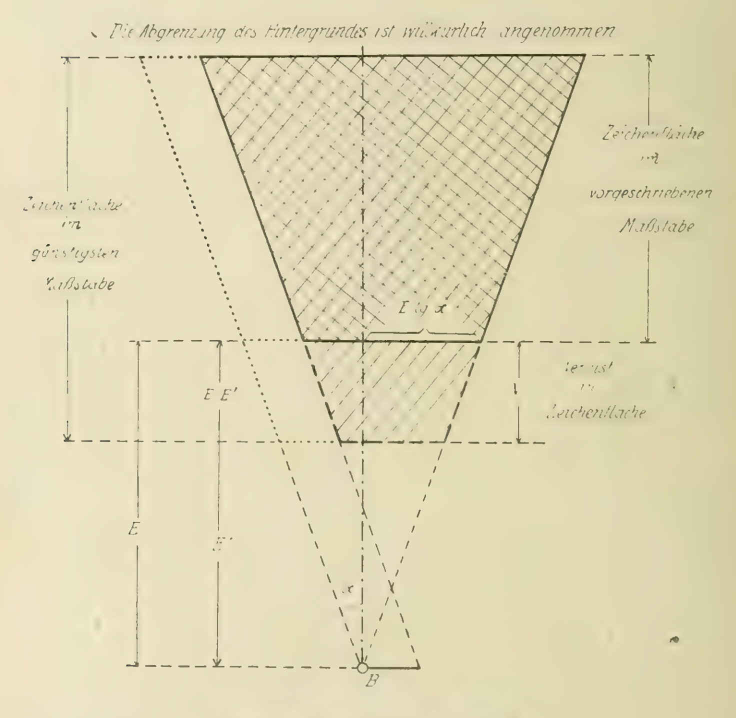
1/K	$B_{min} = \frac{a_{max} \cdot e_{min}}{F} \cdot K = 0{\cdot}0126\, K$	$B_{max} = \frac{a_{min} \cdot e_{max}}{F} \cdot K = 0{\cdot}0195\, K$
	Meter	
1 : 500	6	10
1000	13	20
2000	25	39
3000	38	59
5000	63	98
10.000	126	195
15.000	189	293
20.000	252	390
25.000	315	488

Nun wird zumeist für ein aufzunehmendes Gebiet der Kartierungsmaßstab von vornherein festgesetzt, während jedoch der Charakter des Geländes, die Sichtigkeit u. dgl. bereits eine ziemlich konstante durchschnittliche Länge der Standlinien bedingen. So wurden beispielsweise bei Aufnahmen für das Maß 1 : 25.000 in einer Gebirgsgegend folgende Durchschnittswerte gefunden:

$B = 171\,m$ (Mittel aus 100 Standpunkten);
$B = 176\,m$ („ „ 100 „ im angrenzenden Arbeitsraume, der von einem anderen Photogrammeter aufgenommen wurde).

Diese Werte weisen übereinstimmend auf den Maßstab 1 : 10.000 hin, was soviel heißt, als daß einerseits sowohl der Vordergrund in den Platten zu wenig ausgewertet wird, als anderseits durch den kleinen Maßstab viel Detail nicht mehr dargestellt werden kann, das aus den Bildern ohneweiters ersichtlich wäre.

Den Verlust an Gesichtsfeld beziehungsweise Zeichenfläche veranschaulicht die folgende Abbildung.



$$V = (E^2 - E'^2)\, tg\, \alpha - (E - E')\, B.$$

Beispiel:

1 : 25.000	$E = 2{\cdot}0\ km^2$		$E^2 = 4{\cdot}00\ km^2$
1 : 10.000	$E' = 0{\cdot}8$ „		$E'^2 = 0{\cdot}64$ „
	$E - E' = 1{\cdot}2\ km^2$		$E^2 - E'^2 = 3{\cdot}36\ km^2$
	$(E - E') . B = 0{\cdot}22$ „		$(E^2 - E'^2) tg\, \alpha = 1{\cdot}34$ „
			$- 0{\cdot}22$ „
			$V = 1{\cdot}12\ km^2$

Nimmt man überschlägig an, daß für die stereophotogrammetrische Aufnahme von 1000 km^2 im Maßstabe 1 : 25.000 etwa 150 Photostandpunkte erforderlich sind, und daß bei hundert von ihnen je ein Quadratkilometer auf die beschriebene Weise verloren geht, so ergibt dies rund 100 km^2 Gesamtverlust oder ein Zehntel der ganzen aufzunehmenden Fläche.

Diesem Nachteile würde am gründlichsten durch eine entsprechende Konstruktionsänderung des Stereoautographen selbst abgeholfen werden, die es ermöglichte den Hauptschlitten bis nahezu an den Standpunkt (d. h. bis an die Drehungspunkte der Lineale) heranführen zu können. Bei dem bisherigen Arbeitsvorgange muß oft der Vordergrund ursprünglich in einem größeren Maßstabe automatisch aufgetragen und dann auf 1 : 25.000 pantographiert werden. Die direkte Ankupplung eines Pantographen an den Stereoautographen empfiehlt sich weniger infolge Einbuße an Zeit und Genauigkeit.

Hingegen wäre aber bei ausgedehnten topographischen Stereoaufnahmen fallweise zu erwägen, ob es nicht doch vorteilhafter ist, einen großen Auftragemaßstab 1 : 10.000 oder 1 : 12.500 von vornherein festzusetzen, der eine weitaus bessere Ausnützung der Photobilder gestattet und dessen Nachteile infolge Zeitverlust beim Auftragen dadurch vollends aufgewogen werden, daß eine solche Karte nicht nur für topographische, sondern auch für technische Zwecke (Projektierung von Straßen, Bahnen, Wasserbauten, Industrieanlagen u. dgl.) ohneweiters verwendet werden kann, wodurch sich kostspielige Neuaufnahmen von seiten anderer Behörden oder Techniker ersparen.

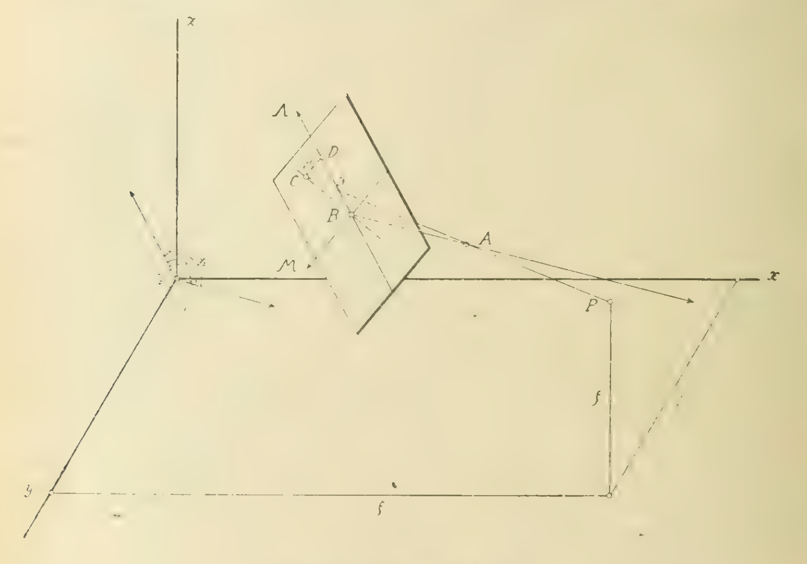
Was übrigens den Zeitunterschied bei der Auswertung eines und desselben Plattenpaares in verschiedenen Maßstäben betrifft, so dürfte derselbe hauptsächlich nur aus der Wiedergabe von mehr oder weniger Einzelheiten entstehen. Das Schichtenziehen selbst vollzieht sich so ziemlich in derselben Zeit, da die Negative unter dem Stereomikroskope des Komparators mit der gleichen Geschwindigkeit vorbeigeführt werden, und nur die Geschwindigkeit des Zeichenstiftes mit zunehmender Entfernung und größerer eingeschalteter Basis sich ebenfalls vergrößert.

Als praktische Folgerung aus dem Dargelegten sollte über einen größeren Vorrat von Stereonegativen ein Verzeichnis geführt werden, das standpunktweise B, a_{min} und a_{max} enthält. An Hand desselben könnte bei späterem Bedarf angegeben werden, in welchen Maßstäben die betreffenden Plattenpaare noch auszuwerten sind.

Die Fläche gleicher Parallaxe bei sich kreuzenden photogrammetrischen Hauptachsen.

Von Dr. Rudolf Heinz, M.-Weißkirchen.

In der folgenden Figur sei XYZ das räumliche Koordinatensystem, A ein Punkt mit den Koordinaten $x_1 y_1 z_1$. Durch diesen Punkt gehe die photogrammetrische Hauptachse AB, deren positive Richtung gegeben ist durch die Richtungswinkel $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$. Schreiben wir nun für $\cos\alpha_1$, $\cos\beta_1$, $\cos\gamma_1$ kurz $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$, so lautet die Gleichung der photogrammetrischen Hauptachse AB



$$\frac{x - x_1}{\alpha_1} = \frac{y - y_1}{\beta_1} = \frac{z - z_1}{\gamma_1} \tag{1}$$

Wir schreiben sie in der Form

$$\left.\begin{aligned} y &= p_1 x + q_1 \\ z &= r_1 x + s_1 \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

wobei

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= \frac{\beta_1}{\alpha_1}, \quad q_1 = y_1 - \frac{\beta_1}{\alpha_1} x_1 \\ r_1 &= \frac{\gamma_1}{\alpha_1}, \quad s_1 = z_1 - \frac{\gamma_1}{\alpha_1} x_1 \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Auf dieser Achse wählen wir von A in negativer Richtung ausgehend den Punkt B mit den Koordinaten $x_2 y_2 z_2$. AB sei gleich f. Dann ist

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= x_1 - f\,\alpha_1 \\ y_2 &= y_1 - f\,\beta_1 \\ z_2 &= z_1 - f\,\gamma_1 \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Durch den Punkt B legen wir senkrecht zu AB eine Ebene E, deren Gleichung somit lautet

$$(x - x_2)\,\alpha_1 + (y - y_2)\,\beta_1 + (z - z_2)\,\gamma_1 = 0 \qquad (5)$$

oder

$$(x - x_1)\,\alpha_1 + (y - y_1)\,\beta_1 + (z - z_1)\,\gamma_1 + f = 0 \qquad (6)$$

In dieser Ebene wählen wir durch B eine Gerade als Abszissenachse A der noch zu bestimmenden Bildpunkte, die Gerade BD, auf der wir den positiven Sinn durch die Richtungswinkel $\alpha_2\,\beta_2\,\gamma_2$ festlegen. Da die Gerade BD mit der Achse AB einen rechten Winkel einschließt, so besteht die Beziehung

$$\cos\alpha_1 \cos\alpha_2 + \cos\beta_1 \cos\beta_2 + \cos\gamma_1 \cos\gamma_2 = 0 \qquad (7)$$

oder kürzer

$$\alpha_1\,\alpha_2 + \beta_1\,\beta_2 + \gamma_1\,\gamma_2 = 0 \qquad (8)$$

Wenn also α_2 z. B. beliebig gewählt wird, so sind β_2 und γ_2 bestimmt durch die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1\,\alpha_2 + \beta_1\,\beta_2 + \gamma_1\,\gamma_2 &= 0 \\ \alpha_2^2 + \beta_2^2 + \gamma_2^2 &= 1 \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Die Gleichung der Geraden BD lautet dann

$$\frac{x - x_2}{\alpha_2} = \frac{y - y_2}{\beta_2} = \frac{z - z_2}{\gamma_2} \qquad (10)$$

die wir in der Form schreiben

$$\left.\begin{aligned} y &= p_2\,x + q_2 \\ z &= r_2\,x + s_2 \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

wobei

$$\left.\begin{aligned} p_2 &= \frac{\beta_2}{\alpha_2}, \quad q_2 = y_2 - \frac{\beta_2}{\alpha_2}\,x_2 \\ r_2 &= \frac{\gamma_2}{\alpha_2}, \quad s_2 = z_2 - \frac{\gamma_2}{\alpha_2}\,x_2 \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

Wählen wir nun noch in der Ebene E die M-Achse senkrecht zur A-Achse, so bestimmen die Hauptachse und die A-Achse einerseits, die Hauptachse und die M-Achse anderseits zwei zueinander senkrechte Ebenen, durch die der Raum in 4 Quadranten geteilt wird.

Es sei nun im Raume ein Punkt P durch seine Koordinaten ξ, η, ζ gegeben. Dann trifft die Gerade AP die Ebene E im Punkte C, dem Bildpunkte. Aus der Figur ersieht man, daß durch den Punkt A jedem Raumquadranten ein bestimmter Quadrant der Ebene zugeordnet ist, und jedem Raumpunkte ein bestimmter Bildpunkt mit λ- und μ-Koordinaten entspricht.

Die Gleichung der Geraden AP lautet

$$\frac{x - x_1}{\xi - x_1} = \frac{y - y_1}{\eta - y_1} = \frac{z - z_1}{\zeta - z_1} \qquad (13)$$

oder

$$\left.\begin{aligned} y - y_1 &= \frac{\eta - y_1}{\xi - x_1}(x - x_1) \\ z - z_1 &= \frac{\zeta - z_1}{\xi - x_1}(x - x_1) \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

Um die Koordinaten $x_3\, y_3\, z_3$ des Bildpunktes C bezüglich des XYZ-Systems zu finden, lassen wir die Gleichungen der Ebene E und der Geraden AP gleichzeitig bestehen und erhalten, wenn wir in

$$(x - x_1)\,\alpha_1 + (y - y_1)\,\beta_1 + (z - z_1)\,\gamma_1 + f = 0 \qquad (6)$$

die Werte für $y - y_1$ und $z - z_1$ aus der Gleichung (14) einsetzen:

$$(x - x_1)\,\alpha_1 + \frac{\eta - y_1}{\xi - x_1}(x - x_1)\,\beta_1 + \frac{\zeta - z_1}{\xi - x_1}(x - x_1)\,\gamma_1 + f = 0 \qquad (15)$$

oder

$$(x - x_1)\left[(\xi - x_1)\,\alpha_1 + (\eta - y_1)\,\beta_1 + (\zeta - z_1)\,\gamma_1\right] + f(\xi - x_1) = 0 \qquad (16)$$

Zur Abkürzung setzen wir

$$(\xi - x_1)\,\alpha_1 + (\eta - y_1)\,\beta_1 + (\zeta - z_1)\,\gamma_1 = M \qquad (17)$$

und erhalten so

$$\left.\begin{aligned} (x - x_1)\,M &= f(x_1 - \xi) \text{ und analog} \\ (y - y_1)\,M &= f(y_1 - \eta) \\ (z - z_1)\,M &= f(z_1 - \zeta) \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

Aus diesem Systeme finden wir

$$\left.\begin{aligned} x_3 &= x_1 + \frac{f}{M}(x_1 - \xi) \\ y_3 &= y_1 + \frac{f}{M}(y_1 - \eta) \\ z_3 &= z_1 + \frac{f}{M}(z_1 - \zeta) \end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

Projizieren wir nun den Punkt C auf die A-Achse, so erhalten wir in BD und CD die Bildpunktkoordinaten λ und μ bezüglich des AM-Systems.

$BD = \lambda$ ist dann die Projektion von BC auf A, für welche also die Gleichung gilt

$$\lambda = (x_3 - x_2)\,\alpha_2 + (y_3 - y_2)\,\beta_2 + (z_3 - z_2)\,\gamma_2 \qquad (20)$$

Aus den Gleichungen (19) und (4) ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} x_3 - x_2 &= \frac{f}{M}(x_1 - \xi) + f\,\alpha_1 \text{ und analog} \\ y_3 - y_2 &= \frac{f}{M}(y_1 - \eta) + f\,\beta_1 \\ z_3 - z_2 &= \frac{f}{M}(z_1 - \zeta) + f\,\gamma_1 \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

Setzen wir diese Werte in (20) ein, so folgt:

$$\lambda = \left\{ \begin{array}{l} \frac{f}{M}(x_1 - \xi)\,\alpha_2 + f\,\alpha_1\,\alpha_2 + \\ + \frac{f}{M}(y_1 - \eta)\,\beta_2 + f\,\beta_1\,\beta_2 + \\ + \frac{f}{M}(z_1 - \zeta)\,\gamma_2 + f\,\gamma_1\,\gamma_2 \end{array} \right\} \quad (22)$$

oder

$$\lambda = \frac{f}{M}\left[(x_1 - \xi)\,\alpha_2 + (y_1 - \eta)\,\beta_2 + (z_1 - \zeta)\,\gamma_2\right] \quad (23)$$

Für μ_2 erhalten wir nach einer bekannten Formel

$$\mu^2 = \left\{ \begin{array}{l} \left[(z_3 - z_2)\,\beta_2 - (y_3 - y_2)\,\gamma_2\right]^2 + \\ + \left[(x_3 - x_2)\,\gamma_2 - (z_3 - z_2)\,\alpha_2\right]^2 + \\ + \left[(y_3 - y_2)\,\alpha_2 - (x_3 - x_2)\,\beta_2\right]^2 \end{array} \right\} \quad (24)$$

Setzen wir in diese Gleichung die aus (21) folgenden Werte ein, so erhalten wir nach entsprechender Durchführung

$$\mu^2 = \frac{f^2}{M^2}\left\{\left[(x_1 - \xi)\,\gamma_2 - (z_1 - \zeta)\,\alpha_2\right]^2 + \left[(y_1 - \eta)\,\alpha_2 - (x_1 - \xi)\,\beta_2\right]^2 + \left[(z_1 - \zeta)\,\beta_2 - (y_1 - \eta)\,\gamma_2\right]^2 - M^2\right\} \quad (25)$$

Die Vorzeichen der λ und μ sind durch die Lage des Punktes P beziehungsweise durch die des Bildpunktes gegeben. Durch die Gleichungen (23) und (25) sind daher die Bildpunktkoordinaten bestimmt.

An dieser Stelle interessieren uns nur die λ.

Aus (23) folgt

$$\lambda = -f \cdot \frac{(x_1 - \xi)\,\alpha_2 + (y_1 - \eta)\,\beta_2 + (z_1 - \zeta)\,\gamma_2}{(x_1 - \xi)\,\alpha_1 + (y_1 - \eta)\,\beta_1 + (z_1 - \zeta)\,\gamma_1} = -f \cdot \frac{A_2}{A_1} \quad (26)$$

Sind nun $x_1\ y_1\ z_1$ die Koordinaten des linken Basisendpunktes, $\alpha_1\ \beta_1\ \gamma_1$ beziehungsweise $\alpha_2\ \beta_2\ \gamma_2$ die zugehörigen Richtungswinkel, $x_2\ y_2\ z_2$ die Koordinaten des rechten Basisendpunktes, $\alpha_3\ \beta_3\ \gamma_3$ beziehungsweise $\alpha_4\ \beta_4\ \gamma_4$ die zugehörigen Richtungswinkel, so erhalten wir für die Bildpunktabszisse links

$$\lambda_1 = -f \cdot \frac{(x_1 - \xi)\,\alpha_2 + (y_1 - \eta)\,\beta_2 + (z_1 - \zeta)\,\gamma_2}{(x_1 - \xi)\,\alpha_1 + (y_1 - \eta)\,\beta_1 + (z_1 - \zeta)\,\gamma_1} = -f \cdot \frac{A_2}{A_1} \quad (27)$$

für die Bildpunktsabszisse rechts

$$\lambda_2 = -f \cdot \frac{(x_2 - \xi)\,\alpha_4 + (y_2 - \eta)\,\beta_4 + (z_2 - \zeta)\,\gamma_4}{(x_2 - \xi)\,\alpha_3 + (y_2 - \eta)\,\beta_3 + (z_2 - \zeta)\,\gamma_3} = -f \cdot \frac{A_4}{A_3} \quad (28)$$

Die stereophotogrammetrische Parallaxe a ist dann

$$a = \lambda_1 - \lambda_2 = -f \cdot \frac{A_2}{A_1} + f \cdot \frac{A_4}{A_3} \quad (29)$$

Setzen wir nun der Abkürzung wegen

$$b = \frac{a}{f} \tag{30}$$

und bezeichnen nunmehr b als Parallaxe, so erhalten wir

$$b = \frac{A_4}{A_3} - \frac{A_2}{A_1} \tag{31}$$

oder

$$b\, A_1\, A_3 + A_2\, A_3 - A_1\, A_4 = 0 \tag{32}$$

Dabei ist nach entsprechender Umformung

$$\left.\begin{array}{ll} A_1 = m_1 - (\xi\,\alpha_1 + \eta\,\beta_1 + \zeta\,\gamma_1) & m_1 = x_1\,\alpha_1 + y_1\,\beta_1 + z_1\,\gamma_1 \\ A_2 = m_2 - (\xi\,\alpha_2 + \eta\,\beta_2 + \zeta\,\gamma_2) & m_2 = x_1\,\alpha_2 + y_1\,\beta_2 + z_1\,\gamma_2 \\ A_3 = m_3 - (\xi\,\alpha_3 + \eta\,\beta_3 + \zeta\,\gamma_3) & m_3 = x_2\,\alpha_3 + y_2\,\beta_3 + z_2\,\gamma_3 \\ A_4 = m_4 - (\xi\,\alpha_4 + \eta\,\beta_4 + \zeta\,\gamma_4) & m_4 = x_2\,\alpha_4 + y_2\,\beta_4 + z_2\,\gamma_4 \end{array}\right\} \tag{33}$$

Führen wir nun die Werte aus (33) in (32) ein, so erhalten wir — wir schreiben nunmehr $x\,y\,z$ für ξ, η, ζ — als allgemeine Form der Gleichung der Fläche gleicher Parallaxe die Gleichung

$$\left.\begin{array}{c} x^2\,(\alpha_2\,\alpha_3 - \alpha_1\,\alpha_4 + b\,\alpha_1\,\alpha_3) + y^2\,(\beta_2\,\beta_3 - \beta_1\,\beta_4 + b\,\beta_1\,\beta_3) + \\ + z^2\,(\gamma_2\,\gamma_3 - \gamma_1\,\gamma_4 + b\,\gamma_1\,\gamma_3) + xy\,(\beta_2\,\alpha_3 + \beta_3\,\alpha_2 - \beta_1\,\alpha_4 - \alpha_1\,\beta_4 + \\ + b\,[\beta_1\,\alpha_3 + \alpha_1\,\beta_3]) + \\ + xz\,(\alpha_3\,\gamma_2 + \alpha_2\,\gamma_3 - \alpha_4\,\gamma_1 - \alpha_1\,\gamma_4 + b\,[\alpha_3\,\gamma_1 + \alpha_1\,\gamma_3]) + \\ + yz\,(\beta_3\,\gamma_2 + \beta_2\,\gamma_3 - \beta_4\,\gamma_1 - \beta_1\,\gamma_4 + b\,[\beta_3\,\gamma_1 + \beta_1\,\gamma_3]) + \\ + x\,(\alpha_4\,m_1 + \alpha_1\,m_4 - \alpha_3\,m_2 - \alpha_2\,m_3 - b\,[\alpha_3\,m_1 + \alpha_1\,m_3]) + \\ + y\,(\beta_4\,m_1 + \beta_1\,m_4 - \beta_3\,m_2 - \beta_2\,m_3 - b\,[\beta_3\,m_1 + \beta_1\,m_3]) + \\ + z\,(\gamma_4\,m_1 + \gamma_1\,m_4 - \gamma_3\,m_2 - \gamma_2\,m_3 - b\,[\gamma_3\,m_1 + \gamma_1\,m_3]) + \\ + (m_2\,m_3 - m_1\,m_4 + b\,m_1\,m_3) = 0 \end{array}\right\} \tag{34}$$

Das ist die Gleichung einer Fläche zweiten Grades. Um sie der Untersuchung zugänglicher zu machen, machen wir den linken Basisendpunkt zum Ursprung des Koordinatensystems, setzen also

$$x_1 = y_1 = z_1 = 0 \tag{35}$$

Wir lassen ferner die positive Richtung der linken photogrammetrischen Hauptachse mit der positiven Richtung der Y-Achse zusammenfallen, setzen also

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_1 = cos\ 90^0 = 0 \\ \beta_1 = cos\ \ 0^0 = 1 \\ \gamma_1 = cos\ 90^0 = 0 \end{array}\right\} \tag{36}$$

Ferner lassen wir die positive Richtung der linken Abszissenachse der Bildpunkte mit der negativen Richtung der X-Achse zusammenfallen, setzen also

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_2 = cos\ 180^0 = -1 \\ \beta_2 = cos\ \ 90^0 = \ \ 0 \\ \gamma_2 = cos\ \ 90^0 = \ \ 0 \end{array}\right\} \tag{37}$$

Durch diese Festsetzungen wird

$$m_1 = m_2 = 0 \tag{38}$$

und wir erhalten als Gleichung der Fläche gleicher Parallaxe die wesentlich einfachere Form:

$$\left.\begin{aligned} F_1 = x^2 \alpha_3 + y^2 (\beta_4 - b\,\beta_3) + x\,y\,(\alpha_4 + \beta_3 - b\,\alpha_3) + \\ + x\,z\,\gamma_3 + y\,z\,(\gamma_4 - b\,\gamma_3) - x\,m_3 - y\,(m_4 - b\,m_3) = 0 \end{aligned}\right\} \quad (39)$$

Wir können F_1 in der Form schreiben

$$\left.\begin{aligned} F_1 = x\,[x\,\alpha_3 + z\,\gamma_3 - m_3] + y\,[y\,(\beta_4 - b\,\beta_3) + x\,(\alpha_4 + \beta_3 - b\,\alpha_3) + \\ + z\,(\gamma_4 - b\,\gamma_3) - (m_4 - b\,m_3)] = 0 \end{aligned}\right\} \quad (40)$$

Setzen wir nun

$$\left.\begin{aligned} u &= y = 0 \\ v &= -[x\,\alpha_3 + z\,\gamma_3 - m_3] = 0 \\ u_1 &= x = 0 \\ v_1 &= y\,(\beta_4 - b\,\beta_3) + x\,(\alpha_4 + \beta_3 - b\,\alpha_3) + z\,(\gamma_4 - b\,\gamma_3) - (m_4 - b\,m_3) = 0 \end{aligned}\right\} \quad (41)$$

bedeuten ferner p und p_1 zwei Parameter, die alle Werte zwischen $\pm \infty$ durchlaufen können, so kann man F_1 darstellen durch die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} F_1 = (u + p\,u_1)\,v_1 - (v + p\,v_1)\,u_1 = 0 \\ F_1 = (u + p_1\,v)\,v_1 - (u_1 + p_1\,v_1)\,v = 0 \end{aligned}\right\} \quad (42)$$

Die Fläche F_1 trägt also zwei Scharen von Geraden. Die Gleichung der einen Schar lautet

$$\left.\begin{aligned} u - p\,u_1 = 0 \\ v + p\,v_1 = 0 \end{aligned}\right\} \quad (43)$$

die der anderen

$$\left.\begin{aligned} u + p_1\,v = 0 \\ u_1 + p_1 v_1 = 0 \end{aligned}\right\} \quad (44)$$

Jede Gerade der einen Schar schneidet jede Gerade der anderen Schar, Gerade der gleichen Schar schneiden einander jedoch nicht.

Die Fläche F_1 ist daher im allgemeinen eine windschiefe Regelfläche. Besitzt sie einen Mittelpunkt im Endlichen, so ist die Fläche gleicher Parallaxe ein einmanteliges Hyperboloid, liegt der Mittelpunkt dagegen im Unendlichen, so ist sie ein hyperbolisches Paraboloid.

Aus der Gleichung (44) folgt für den Parameter

$$p_1 = 0 \quad (45)$$

als Gleichung der dadurch bestimmten Erzeugenden

$$\left.\begin{aligned} u = y = 0 \\ u_1 = x = 0 \end{aligned}\right\} \quad (46)$$

Das ist aber die Gleichung der Z-Achse. Die Z-Achse ist daher eine Erzeugende der Regelfläche.

Aus der Gleichung (43) folgt für den Parameter

$$p = 0 \quad (45\,a)$$

als Gleichung der dadurch bestimmten Erzeugenden

$$\left.\begin{aligned} u = y = 0 \\ v = -[x\,\alpha_3 + z\,\gamma_3 - m_3] = 0 \end{aligned}\right\} \quad (46\,a)$$

Das ist eine Gerade der XZ-Ebene.

Die Gleichung dieser Geraden ist von der Parallaxe b unabhängig. Wenn also auch das b variiert, so haben alle entsprechenden Regelflächen 2 Erzeugende, die Z-Achse und die Gerade (46 a) gemeinsam.

Diese beiden Erzeugenden erhalten wir auch, wenn wir den Schnitt der XZ-Ebene mit der Fläche F_1 bestimmen. Wir setzen zu diesem Zwecke in (39) für y den Wert 0 ein und erhalten als Gleichung des Schnittes

$$x^2 \alpha_3 + x z \gamma_3 - x m_3 = 0$$

Dieser Schnitt zerfällt in die Geraden

$$x = 0 \text{ und}$$
$$x \alpha_3 + z \gamma_3 - m_3 = 0.$$

Die Vertikalebene ist also Tangentialebene an jede Regelfläche.

Eine ähnliche ausgezeichnete Stellung, wie sie die Z-Achse als Gerade der Schar (44) einnimmt, muß die ihr parallele Gerade der Schar (43) einnehmen. Die Rechnung ergibt für diese der Z-Achse parallele Gerade der anderen Schar den Parameter

$$p = \frac{\gamma_3}{\gamma_4 - b\gamma_3} \qquad (47)$$

Als Gleichung der zur Z-Achse parallelen Erzeugenden der Regelfläche erhalten wir:

$$\left.\begin{array}{c} y(\gamma_4 - b\gamma_3) + x\gamma_3 = 0 \\ x[\alpha_3(\gamma_4 - b\gamma_3) - \gamma_3(\alpha_4 + \beta_3 - b\alpha_3)] - y\gamma_3(\beta_4 - b\beta_3) + \\ + m_4\gamma_3 - m_3\gamma_4 = 0 \end{array}\right\} \qquad (48)$$

Die Koordinaten des Fußpunktes dieser Geraden ergeben sich mit

$$\left.\begin{array}{c} x = \dfrac{(\gamma_3 m_4 - \gamma_4 m_3)(\gamma_4 - b\gamma_3)}{(\gamma_4 - b\gamma_3)(\alpha_4\gamma_3 - \alpha_3\gamma_4 + \beta_3\gamma_3) - \gamma_3^2(\beta_4 - b\beta_3)} \\ y = -\dfrac{\gamma_3 x}{\gamma_4 - b\gamma_3} \end{array}\right\} \qquad (49)$$

Die Fläche gleicher Parallaxe trägt daher 3 ausgezeichnete Gerade, die Z-Achse, die ihr parallele der Gleichung (48), deren Fußpunkt durch (49) gegeben ist, und die Gerade der Gleichung (46 a).

Der Untersuchung der Fläche legen wir die Gleichung

$$\left.\begin{array}{c} F_1 = x^2\alpha_3 + y^2(\beta_4 - b\beta_3) + xy(\alpha_4 + \beta_3 - b\alpha_3) + xz\gamma_3 + yz(\gamma_4 - b\gamma_3) - \\ - x m_3 - y(m_4 - b m_3) = 0 \end{array}\right\} \qquad (39)$$

zugrunde, die wir in der Form schreiben

$$F_1 = A x^2 + B y^2 + C x y + D x z + E y z + F x + G y = 0 \qquad (50)$$

wobei

$$\left.\begin{array}{ll} A = \alpha_3 & E = \gamma_4 - b\gamma_3 \\ B = \beta_4 - b\beta_3 & F = -m_3 \\ C = \alpha_4 + \beta_3 - b\alpha_3 & G = -(m_4 - b m_3) \\ D = \gamma_3 & \end{array}\right\} \qquad (51)$$

Wir bestimmen vorerst die Koordinaten des Mittelpunktes $M(x_0, y_0, z_0)$ der Fläche. Um sie zu finden, bestimmen wir die partiellen Ableitungen von F_1 der Reihe nach nach x, y und z, setzen diese Ableitungen gleich Null und erhalten so:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\delta F_1}{\delta x} &= 2x\alpha_3 + y(\alpha_4 + \beta_3 - b\alpha_3) + z\gamma_3 - m_3 = 0\\ \frac{\delta F_1}{\delta y} &= x(\alpha_4 + \beta_3 - b\alpha_3) + 2y(\beta_4 - b\beta_3) + z(\gamma_4 - b\beta_3) - (m_4 - bm_3) = 0\\ \frac{\delta F_1}{\delta z} &= x\gamma_3 + y(\gamma_4 - b\gamma_3) = 0\end{aligned}\right\} \quad (52)$$

Lösen wir diese Gleichungen nach x, y und z auf, so erhalten wir als Koordinaten des Mittelpunktes:

$$\left.\begin{aligned}x_0 &= \frac{E(GD - EF)}{2[E(AE - CD) + BD^2]}\\ y_0 &= \frac{-D(GD - EF)}{2[E(AE - CD) + BD^2]}\\ z_0 &= -\frac{F(2BD - CE) + G(2AE - CD)}{2[E(AE - CD) + BD^2]}\end{aligned}\right\} \quad 53)$$

Man sieht, daß die Koordinaten des Mittelpunktes solange endliche Werte haben, solange der Nenner in dem Systeme (53) nicht verschwindet. Wird der Nenner gleich Null, so rückt der Mittelpunkt ins Unendliche, das Hyperboloid geht in ein Paraboloid über. Dies geschieht für die Werte von b, die sich als Wurzeln der Gleichung

$$E(AE - CD) + BD^2 = 0 \quad (54)$$

oder der Gleichung

$$(\gamma_4 - b\gamma_3)[\alpha_3(\gamma_4 - b\gamma_3) - (\alpha_4 + \beta_3 - b\alpha_3)\gamma_3] + \gamma_3^2(\beta_4 - b\beta_3) = 0 \quad (55)$$

ergeben.

Man überzeugt sich leicht, daß in der Entwicklung dieser Gleichung das b^2 verschwindet, also eine Wurzel ∞ wird; es erübrigt daher eine nach b lineare Gleichung mit der Wurzel b_0.

Die Gleichung des Paraboloids für $b = \infty$ erhalten wir aus der Gleichung (39), wenn wir zunächst diese Gleichung durch b dividieren und dann b über alle Grenzen wachsen lassen. Auf diese Weise erhalten wir

$$xy\alpha_3 + y^2\beta_3 + yz\gamma_3 - ym_3 = 0 \quad (56)$$

Man sieht sofort, daß dieses Paraboloid in die Ebenen zerfällt

$$\left.\begin{aligned}y &= 0\\ x\alpha_3 + y\beta_3 + z\gamma_3 - m_3 &= 0\end{aligned}\right\} \quad (57)$$

für die wir unter Berücksichtigung der Gleichung (33) schreiben können:

$$\left.\begin{aligned}y &= 0\\ (x - x_2)\alpha_3 + (y - y_2)\beta_3 + (z - z_2)\gamma_3 &= 0\end{aligned}\right\} \quad (58)$$

Das sind die Gleichungen der Ebenen, die wir im linken beziehungsweise rechten Basisendpunkte senkrecht zur photogrammetrischen Hauptachse legen.

Wenn wir also von dem Werte $b = \infty$ als bedeutungslos absehen, so ergibt die Gleichung (55), daß das Hyperboloid F_1 nur für einen einzigen endlichen Wert in ein Paraboloid übergeht, der sich als Wurzel der Gleichung (55) ergibt.

Das Gleichungssystem (52) enthält die variable Parallaxe b. Eliminieren wir b aus dem Systeme (52), so erhalten wir die Gleichung des Ortes der Mittelpunkte der den verschiedenen Parallaxen entsprechenden Hyperboloide. Wir schreiben das System (52) in der Form:

$$\left.\begin{aligned} 2\,x\,\alpha_3 + y\,(\alpha_4 + \beta_3) + z\,\gamma_3 - m_3 &= b\,y\,\alpha_3 \\ x\,(\alpha_4 + \beta_3) + 2\,y\,\beta_4 + z\,\gamma_4 - m_4 &= b\,(x\,\alpha_3 + 2\,y\,\beta_3 + z\,\gamma_3 - m_3) \\ x\,\gamma_3 + y\,\gamma_4 \qquad\qquad &= b\,y\,\gamma_3 \end{aligned}\right\} \quad (59)$$

Wir eliminieren b aus der 1. und 3., ebenso aus der 2. und 3. Gleichung dieses Systems und erhalten

$$\left.\begin{aligned} x\,\alpha_3\,\gamma_3 + y\,(\alpha_4\,\gamma_3 - \alpha_3\,\gamma_4 + \beta_3\,\gamma_3) + z\,\gamma_3^2 - m_3\,\gamma_3 = 0 = E \\ x^2\,\alpha_3\,\gamma_3 + 2\,y^2\,(\beta_3\,\gamma_4 - \beta_4\,\gamma_3) + x\,y\,(\beta_3\,\gamma_3 + \alpha_3\,\gamma_4 - \alpha_4\,\gamma_3) + x\,z\,\gamma_3^2 - \\ - x\,m_3\,\gamma_3 - y\,(m_3\,\gamma_4 - m_4\,\gamma_3) = 0 = F_2 \end{aligned}\right\} \quad \begin{matrix}(60)\\(61)\end{matrix}$$

als Gleichung des gesuchten Ortes.

Gleichung (60) stellt eine Ebene, (61) eine Fläche zweiten Grades — eine Regelfläche, wie man sich leicht überzeugen kann — dar. Der gesuchte Ort ist daher der Schnitt einer Ebene mit einer Fläche zweiten Grades, also ein Kegelschnitt. Eliminieren wir aus den Gleichungen (60) und (61) die Höhe z, so erhalten wir die Projektion dieses Kegelschnittes auf die Horizontalebene, nämlich die Gleichung

$$2\,y^2\,(\beta_3\,\gamma_4 - \beta_4\,\gamma_3) + 2\,x\,y\,(\alpha_3\,\gamma_4 - \alpha_4\,\gamma_3) - y\,(m_3\,\gamma_4 - m_4\,\gamma_3) = 0 \quad (62)$$

Diese Projektion zerfällt aber, wie man sieht, in die Geraden

$$\left.\begin{aligned} y = 0 \\ 2\,x\,(\alpha_3\,\gamma_4 - \alpha_4\,\gamma_3) + 2\,y\,(\beta_3\,\gamma_4 - \beta_4\,\gamma_3) - (m_3\,\gamma_4 - m_4\,\gamma_3) = 0 \end{aligned}\right\} \quad (63)$$

Daraus folgt, daß die Fläche F_2 von der Ebene E in 2 Geraden geschnitten wird, E also Tangentialebene der Fläche F_2 ist. Die Koordinaten des Berührungspunktes N ergeben sich aus den Gleichungen (60) und (63) Man erhält:

$$N \left[\frac{m_3\,\gamma_1 - m_4\,\gamma_3}{2\,(\alpha_3\,\gamma_4 - \alpha_4\,\gamma_3)}\,;\,0\,;\,\frac{m_3\,(\alpha_3\,\gamma_1 - 2\,\alpha_4\,\gamma_3) + m_1\,\alpha_3\,\gamma_3}{2\,\gamma_3\,(\alpha_3\,\gamma_4 - \alpha_1\,\gamma_3)} \right] \quad (64)$$

Wir können somit feststellen: Die Mittelpunkte aller Hyperboloide liegen auf den Erzeugenden der Fläche F_2 durch den Punkt N.

Um die Achsen des Hyperboloides ihrer Größe und Richtung nach zu bestimmen, muß die Gleichung (39) der Hyperboloide auf Mittelpunkt und Achsen transformiert werden.

Zu diesem Zwecke verfahren wir nach Simon, analytische Geometrie des Raumes, Leipzig Göschen, in folgender Weise. Wir schreiben die Gleichung (39) in der Form

$$a_{00} x^2 + 2 a_{01} x y + 2 a_{02} x z + 2 a_{03} x + a_{11} y^2 + 2 a_{12} y z + 2 a_{13} y = 0 \quad (65)$$

wobei bedeuten

$$\left.\begin{aligned} a_{00} &= \alpha_3 & a_{11} &= \beta_1 - h\,\beta_3 \\ a_{01} &= \frac{1}{2}(\alpha_1 + \beta_2 - h\,\alpha_3) & a_{12} &= \frac{1}{2}(\gamma_1 - h\,\gamma_3) \\ a_{01} &= \frac{1}{2}\gamma_2 & a_{13} &= -\frac{1}{2}(m_1 - h\,m_3) \\ a_{03} &= -\frac{1}{2}m_2 \end{aligned}\right| \quad (66)$$

Um F_1 auf den Mittelpunkt zu transformieren, setzen wir

$$\left.\begin{aligned} x &= x' + x_0 \\ y &= y' + y_0 \\ z &= z' + z_0 \end{aligned}\right| \quad (67)$$

wobei $x\ y\ z$ die alten, $x'\ y'\ z'$ die neuen Koordinaten, $x_0\ y_0\ z_0$ die Koordinaten des Mittelpunktes M bedeuten, die durch Gleichung (53) bestimmt sind.

Nach Durchführung der Transformation erhalten wir aus (39) beziehungsweise (65) die Gleichung

$$F_3 = a_{00} x^2 + 2 a_{01} x y + 2 a_{02} x z + a_{11} y^2 + 2 a_{12} y z + d = 0 \quad (68)$$

in der anstatt $x'\ y'\ z'$ wiederum $x\ y\ z$ gesetzt wurde und

$$d = -\ a_{03} x_0 + a_{13} y_0 \quad (69)$$

bedeutet.

Aus den Koeffizienten der Gleichung (65) werden nun gebildet

$$\left.\begin{aligned} b_{00} &= -a_{12}^2 & b_{02} &= a_{01} a_{12} - a_{02} a_{11} \\ b_{11} &= -a_{02}^2 & b_{12} &= a_{01} a_{02} - a_{00} a_{12} \\ b_{22} &= a_{00} a_{11} - a_{01}^2 \end{aligned}\right| \quad (70)$$

ferner

$$\left.\begin{aligned} s &= a_{00} + a_{11} \\ \sigma &= b_{00} + b_{11} + b_{22} \\ \xi &= a_{02} b_{02} + a_{12} b_{12} \end{aligned}\right| \quad (71)$$

Mit den Werten des Systems (71) ist die Gleichung gegeben:

$$\lambda^3 - \lambda^2 s + \lambda \sigma - \xi = 0 \quad (72)$$

Die Wurzeln dieser Gleichung sind stets reell (siehe Salmon-Fiedler, analytische Geometrie des Raumes I. Leipzig Teubner). Da es sich um Hyperboloide handelt, sind 2 Wurzeln dieser Gleichung (λ_1 und λ_2) stets positiv, die dritte (λ_3) negativ. Wir ordnen λ_1 der neuen X-, λ_2 der neuen Y-, λ_3 der neuen Z-Achse zu.

Die Richtungen dieser neuen Achsen im alten Koordinatensystem finden wir aus dem Umstande, daß die gesuchten Richtungskosinus proportional sind:

$$\left.\begin{aligned} {}_i\beta_{02} &= b_{02} + \lambda_i\, a_{02} \\ {}_i\beta_{12} &= b_{12} + \lambda_i\, a_{12} \\ {}_i\beta_{22} &= b_{22} - \lambda_i\, s + \lambda_i^{\,2} \end{aligned}\right\} \qquad (73)$$

$\lambda_{i=1,2,3}$ ist eine Wurzel der Gleichung 72.

Setzt man nun

$$n_i^{\,2} = {}_i\beta_{02}^{\,2} + {}_i\beta_{12}^{\,2} + {}_i\beta_{22}^{\,2} \qquad (74)$$

so sind die Richtungskosinus der der Wurzel λ_i zugeordneten neuen Achse $\alpha_i\ \beta_i\ \gamma_i$ — die nicht mit den Richtungskosinus der photogrammetrischen Hauptachsen verwechselt werden dürfen —

$$\left.\begin{aligned} \alpha_i &= \cos\alpha_i = \frac{{}_i\beta_{02}}{n_i} \\ \beta_i &= \cos\beta_i = \frac{{}_i\beta_{12}}{n_i} \\ \gamma_i &= \cos\gamma_i = \frac{{}_i\beta_{22}}{n_i} \end{aligned}\right\} \qquad (75)$$

Die Richtung der Achsen in dem Koordinatensysteme der Gleichung (39) beziehungsweise (68) ist durch das System (75) gegeben. Im Koordinatensysteme der Gleichung (39) lautet die Gleichung der Achsen:

$$\frac{x - x_0}{\alpha_i} = \frac{y - y_0}{\beta_i} = \frac{z - z_0}{\gamma_i} \qquad (i = 1, 2, 3) \qquad (76)$$

im Koordinatensysteme der Gleichung (68)

$$\frac{x}{\alpha_i} = \frac{y}{\beta_i} = \frac{z}{\gamma_i} \qquad (i = 1, 2, 3) \qquad (77)$$

Wollen wir nun die Gleichung F_3 des Hyperboloides auf seine Hauptachsen transformieren, so lauten die Transformationsgleichungen

$$\left.\begin{aligned} x &= x''\alpha_1 + y''\beta_1 + z''\gamma_1 \\ y &= x''\alpha_2 + y''\beta_2 + z''\gamma_2 \\ z &= x''\alpha_3 + y''\beta_3 + z''\gamma_3 \end{aligned}\right\} \qquad (78)$$

wobei $x\,y\,z$ die alten, $x''\,y''\,z''$ die neuen Koordinaten, $\alpha\,\beta\,\gamma$ die Richtungskosinus der Hyperboloidachsen bedeuten.

Nach Durchführung der Transformation erhält man

$$\lambda_1 x^2 + \lambda_2 y^2 + \lambda_3 z^2 + d = 0 \qquad (79)$$

als Gleichung des Hyperboloids, reduziert auf Mittelpunkt und Hauptachsen.

In dieser Gleichung bedeuten $\lambda_1\,\lambda_2\,\lambda_3$ die Wurzeln der Gleichung (72), $x\,y\,z$ sind wieder für $x''\,y''\,z''$ gesetzt. Dividieren wir nun noch Gleichung (79) durch d, so erhalten wir

$$F_4 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 1 = 0 \qquad (80)$$

worin

$$\left.\begin{aligned} a^2 &= \frac{d}{\lambda_1} \\ b^2 &= \frac{d}{\lambda_2} \\ c^2 &= \frac{d}{\lambda_3} \end{aligned}\right\} \qquad (81)$$

a und b die reellen, c die imaginäre Halbachse des Hyperboloides bedeuten.

Richtung, Gleichung und Länge der Achsen sind demnach durch die Gleichungen 75, 76, 77 und 81, die Gleichung des auf Mittelpunkt und Achsen transformierten Hyperboloids durch (80) gegeben.

Wir konnten durch Gleichung (55) feststellen, daß für einen bestimmten Wert der Parallaxe b_0 das Hyperboloid in ein Paraboloid übergeht. In diesem Falle ist eine Transformation auf den Mittelpunkt nicht möglich, da dieser nicht im Endlichen liegt. Wir transformieren daher zuerst auf die Hauptachsen. Bestimmt man die Gleichung (72) mit den Koeffizienten der Gleichung des Paraboloids, so ergibt sich

$$\delta = 0 \qquad (82)$$

Aus der Gleichung

$$\lambda^3 - \lambda^2 s + \lambda \sigma = 0 \qquad (83)$$

folgt dann sofort

$$\lambda_3 = 0 \qquad (84)$$

welche Wurzel wir der neuen Z-Achse zuordnen.

Die beiden anderen Wurzeln λ_1 und λ_2 ergeben sich dann aus der Gleichung

$$\lambda^2 - \lambda s + \sigma = 0 \qquad (85)$$

Diese Wurzeln müssen sich immer mit verschiedenem Zeichen ergeben. Das positive λ_1 ordnen wir der neuen X-, das negative λ_2 der neuen Y-Achse zu.

Die Richtungskosinus und die Gleichung der Hauptachsen des Paraboloids ergeben sich analog den Systemen 75 und 77.

Transformieren wir nun mit Hilfe des Systems 78 die Gleichung des Paraboloids auf seine Hauptachsen, so erhalten wir

$$\lambda_1 x^2 + \lambda_1 y^2 + M x + N y + P z = 0 \qquad (86)$$

wobei λ_1 und λ_2 die Wurzeln der Gleichung (85) M, N und P lineare Funktionen der Richtungskosinus α, β, γ, der Hauptachsen des Paraboloids bedeuten. Um M und N verschwinden zu machen, verschieben wir das Koordinatensystem der Gleichung (86) parallel zu sich selbst und setzen

$$\left.\begin{aligned} x &= x' + \xi \\ y &= y' + \eta \\ z &= z' + \zeta \end{aligned}\right\} \qquad (87)$$

in welchem Systeme $\xi\, \eta\, \zeta$ noch zu bestimmende Koordinaten bedeuten. Nach Durchführung der Transformation erhalten wir, wobei wir wieder $x\, y\, z$ für $x'\, y'\, z'$ schreiben,

$$\left.\begin{array}{c} \lambda_1 x^2 + \lambda_2 y^2 + x(2\xi\lambda_1 + M) + y(2\eta_0\lambda_2 + N) + Pz + \\ + \lambda_1 \xi^2 + \lambda_2 \eta^2 + M\xi + N\eta + P\zeta = 0 \end{array}\right\} \quad (88)$$

Die Koordinaten $\xi \eta \zeta$ haben wir so zu bestimmen, daß

$$\left.\begin{array}{c} \lambda_1 \xi^2 + \lambda_2 \eta^2 + M\xi + N\eta + P\zeta = 0 \\ 2\xi\lambda_1 + M = 0 \\ 2\eta\lambda_2 + N = 0 \end{array}\right\} \quad (89)$$

Durch diesen Vorgang erhalten wir für das Paraboloid die transformierte Gleichung

$$\lambda_1 x^2 + \lambda_2 y^2 + Pz = 0 \quad (90)$$

Durch die entwickelten Gleichungen können wir demnach Richtung, Gleichung und Länge der Achsen für jede Fläche gleicher Parallaxe bestimmen.

Wir wenden uns nunmehr zu der Untersuchung der verschiedenen Schnitte, die wir parallel zu den Koordinatenebenen auf der Fläche F_1 erhalten.

Die Gleichung der Fläche lautet

$$\left.\begin{array}{c} F_1 = x^2\alpha_3 + y^2(\beta_4 - b\beta_5) + xy(\alpha_4 - \beta_5 - b\alpha_5) + \\ + xz\gamma_3 + yz(\gamma_4 - b\gamma_3) + xm_3 + y(m_4 - bm_5) = 0 \end{array}\right\} \quad (39)$$

oder

$$F_1 = Ax^2 + By^2 + Cxy + Dxz + Eyz + Bx + Gy = 0 \quad (50)$$

wobei A usw. durch das System (51) gegeben ist.

Wir untersuchen zuerst die Horizontalschnitte, jene Schnitte, die wir in der Höhe z_0 parallel der XY-, der Horizontalebene, führen.

Die Gleichung des Schnittes erhalten wir, wenn wir in (39) beziehungsweise (50) $z = z_0$ setzen. Um zu zeigen, daß die Gleichung dieses Schnittes dann noch die Parallaxe b als veränderlichen Parameter enthält, schreiben wir für diese Gleichung das Symbol $H(z_0 b)$ und erhalten so als Gleichung eines beliebigen Horizontalschnittes

$$H(z_0 b) = Ax^2 + By^2 + Cxy + (Dz_0 + F)x + (Ez_0 + G)y = 0 \quad (91)$$

Über die Natur dieses Kegelschnittes gibt die Diskriminante

$$J = \frac{C^2}{4} - AB \quad (92)$$

Auskunft. Je nachdem sie kleiner, gleich, größer ist als Null, erhalten wir als Schnitt eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel.

Die Art des Schnittes $H(z_0 b)$ hängt daher nur von der Parallaxe b ab. Mit Benützung des Systems (51) erhalten wir aus (92)

$$b^2\alpha_5^2 - 2b\alpha_5(\alpha_4 - \beta_5) + (\alpha_4 + \beta_5)^2 - 4\alpha_3\beta_4 - 4I = 0 \quad (93)$$

deren Wurzeln sind

$$b = \frac{\alpha_4 - \beta_5 \pm 2\sqrt{\alpha_3\beta_4 - \alpha_4\beta_5 + I}}{\alpha_5} \quad (94)$$

Ist $\Delta = 0$, so gibt diese Gleichung zwei Werte von b, nämlich b' und b'', für die die Horizontalschnitte des Hyperboloides Parabeln sind. Dieselbe Gleichung zeigt, daß Ellipsen herausgeschnitten werden für alle Werte von b, für die die Umgleichung gilt

$$b' < b < b'' \tag{95}$$

Hyperbeln herausgeschnitten werden für alle Werte von b, für die die Umgleichung gilt

$$b'' > b > b' \tag{96}$$

Die Koordinaten des Mittelpunktes des Horizontalschnittes $H(z_0 b)$ bestimmen sich aus den Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial H(z_0 b)}{\partial x} &= 2Ax + Cy + Dz_0 + F = 0 \\ \frac{\partial H(z_0 b)}{\partial y} &= Cx + 2By + Ez_0 + G = 0 \end{aligned}\right\} \tag{97}$$

mit

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= -\frac{(2BF - CG) + z_0(2BD - CE)}{C^2 - 4AB} \\ y_0 &= -\frac{(2AG - CF) + z_0(2AE - CD)}{C^2 - 4AB} \end{aligned}\right\} \tag{98}$$

Die Richtung der Achsen des Kegelschnittes $H(z_0 b)$ finden wir aus der Gleichung

$$tg\, 2\varphi = \frac{C}{A - B} = \frac{\alpha_4 + \beta_3 - b\,\alpha_3}{\alpha_3 - \beta_4 + b\,\beta_3} \tag{99}$$

Da Parallelschnitte einer Fläche zweiten Grades ähnlich und ähnlich gelegen sind, so sind die Achsen paralleler Horizontalschnitte $H(z_0 b)$ einander parallel, und die Mittelpunkte dieser Schnitte liegen auf einem Durchmesser der Fläche. Die Gleichung dieses Durchmessers, des Ortes der Mittelpunkte paralleler Horizontalschnitte, ist das System (97), in dem dann z_0 nicht mehr als konstant, sondern als variabel anzusehen ist.

Die Gleichung (91) des Horizontalschnittes $H(z_0 b)$ zeigt, daß ihr der Punkt $P(0, 0, z_0)$ genügt. Dies gilt für jedes beliebige z_0. Alle Schnittkurven schneiden daher die Z-Achse, die daher der Fläche des Hyperboloides angehören muß. Wir haben schon in Gleichung (46) festgestellt, daß die Z-Achse eine Erzeugende der Fläche F_1 sein muß. Schneidet nun jeder Horizontalschnitt die Z-Achse, so muß er auch die zur Z-Achse parallele Erzeugende der Fläche, die Gerade der Gleichung (48), schneiden. Abszisse und Ordinate dieses Punktes sind durch die Gleichung (49) gegeben.

Jeder Horizontalschnitt bei konstanter Parallaxe enthält daher 2 ausgezeichnete Punkte, nämlich den Schnitt mit der Z-Achse und den mit der zu ihr parallelen Erzeugenden. Projizieren wir alle Horizontalschnitte in die Horizontalebene selbst, so haben daher alle Projektionen miteinander 2 Punkte gemeinsam, nämlich den linken Basisendpunkt und den Fußpunkt der Erzeugenden (48).

Der Schnitt der Horizontal- (XY-) Ebene selbst mit der Fläche, $H(o, b)$, bietet nichts Bemerkenswertes.

Die bisherigen Untersuchungen haben die Parallaxe b als konstant vorausgesetzt. Wir wollen nun in einem Horizontalschnitt, den wir in der Höhe z_0 führen, das b verschiedene Werte annehmen lassen. Die Resultate, die sich dann für den Schnitt $H(z_0 b)$ ergeben, gelten dann für jeden beliebigen Horizontalschnitt.

Die Gleichungen (97), aus denen wir die Koordinaten des Mittelpunktes eines Schnittes $H(z_0 b)$ bestimmen konnten, enthalten den variablen Parameter b. Eliminieren wir ihn aus diesen beiden Gleichungen, so erhalten wir die Gleichung des Ortes der Mittelpunkte der Schnittkurven für jede beliebige Parallaxe. Wir schreiben die Gleichungen (97) in der Form

$$\left.\begin{array}{l} x(\alpha_4 + \beta_3) + 2y\beta_4 + z_0\gamma_4 - m_4 = b(x\alpha_3 + 2y\beta_3 + z_0\gamma_3 - m_3) \\ 2x\alpha_3 + y(\alpha_4 + \beta_3) + z_0\gamma_3 - m_3 = by\alpha_3 \end{array}\right\} \quad (100)$$

Durch Elimination des b erhalten wir daraus

$$\left.\begin{array}{l} 2x^2\alpha_3^2 + 2y^2(\alpha_4\beta_3 - \alpha_3\beta_4 + \beta_3^2) + 4xy\alpha_3\beta_3 + 3x\alpha_3(z_0\gamma_3 - m_3) + \\ + y\{z_0(\alpha_4\gamma_3 - \alpha_3\gamma_4 + 3\beta_3\gamma_3) - m_3(\alpha_4 + 3\beta_3) + \alpha_3 m_4\} + (z_0\gamma_3 - m_3)^2 = 0 \end{array}\right\} \quad (101)$$

als Gleichung des gesuchten Ortes.

Da die Diskriminante dieses Kegelschnittes

$$\Delta = 4\alpha_3^2\beta_3^2 - 4\alpha_3^2(\alpha_4\beta_3 - \alpha_3\beta_4 + \beta_3^2) = 4\alpha_3^2(\alpha_3\beta_4 - \alpha_4\beta_3) \quad (102)$$

immer größer ist als Null, da $\alpha_3\beta_4 - \alpha_4\beta_3$ immer positiv ist, wie sich leicht zeigen läßt, so ist der Ort eine Hyperbel. Die Richtung der Achsen dieser Hyperbel ist gegeben durch

$$tg\,2\varphi = \frac{2\alpha_3\beta_3}{\alpha_3(\alpha_3 + \beta_4) - \beta_3(\alpha_4 + \beta_3)} \quad (103)$$

Nach den Gleichungen (46) und (46 a) enthält jeder Schnitt einen Punkt der Z-Achse und der Geraden der (46 a), unabhängig von jeder Parallaxe. Es haben daher die Schnittkurven jeder Parallaxe in gleicher Höhe miteinander 2 Punkte gemeinsam.

Führen wir einen Horizontalschnitt durch den rechten Basisendpunkt, so folgt aus der Gleichung dieses Schnittes

$$H(z_2, b) = Ax^2 + By^2 + Cxy + (Dz_2 + F)x + (Ez_2 + G)y = 0 \quad (104)$$

daß dieser Gleichung außerdem noch der Punkt $x_2 y_2 z_2$, der rechte Basisendpunkt, genügt.

In dem Horizontalschnitte durch den rechten Basisendpunkt haben daher die Schnittkurven jeder Parallaxe miteinander drei Punkte gemeinsam.

Zusammenfassend können wir daher sagen: Die Horizontalschnitte der Hyperboloide sind Kegelschnitte. Bei konstanter Parallaxe sind die Achsen dieser Schnitte einander parallel, ihre Mittelpunkte liegen auf einem Durchmesser der Fläche. Die Projektionen der Schnittkurven auf die

Horizontalebene haben miteinander zwei Punkte gemeinsam. Bei veränderlicher Parallaxe liegen die Mittelpunkte der Schnittkurven in gleicher Höhe auf einer Hyperbel. Die Schnittkurven haben miteinander im allgemeinen zwei, in der Höhe des rechten Basisendpunktes drei Punkte gemeinsam.

Wir schneiden nunmehr das Hyperboloid F_1 mit einer Ebene parallel der Vertikalebene, also im Abstande y_0 von der XZ-Ebene. Aus der Gleichung (39) beziehungsweise (50) erhalten wir als Gleichung dieses Schnittes

$$V(y_0 b) = A x^2 + D x z + (C y_0 + F) x + E y_0 z + B y_0^2 + G y_0 = 0 \quad (105)$$

Da die Diskriminante dieser Gleichung

$$\Delta = \frac{D^2}{4} \quad (106)$$

immer größer ist als Null, so sind die Vertikalschnitte immer Hyperbeln.

Nehmen wir in (105) $y = 0$, so erhalten wir den Schnitt der Vertikalebene selbst mit dem Hyperboloide, nämlich

$$V(0, b) = A x^2 + D x z + F x = 0 \quad (107)$$

Diese Hyperbel zerfällt in die Geraden

$$\left. \begin{array}{l} A x + D z + F = 0 = x \alpha_3 + z \gamma_3 - m_3 \\ x = 0. \end{array} \right\} \quad (108)$$

Die Vertikalebene ist daher eine Tangentialebene des Hyperboloides (Gleichung 46 a).

Die Koordinaten des Mittelpunktes eines Vertikalschnittes $V(y_0 b)$ ergeben sich aus den Gleichungen

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial V(y_0 b)}{\partial x} = 2 A x + D z + C y_0 + F = 0 \\ \frac{\partial V(y_0 b)}{\partial z} = D x + E y_0 = 0 \end{array} \right\} . \quad (109)$$

Wir finden

$$\left. \begin{array}{l} x_0 = - \frac{E y_0}{D} \\ z_0 = \frac{y_0 (2 A E - C D) - F D}{D^2} \end{array} \right\} \quad (110)$$

Die Richtung der Achsen des Vertikalschnittes ist gegeben durch die Gleichung

$$tg\, 2\chi = \frac{D}{A} = \frac{\gamma_3}{\alpha_3} \quad (111)$$

Die Richtung der Achsen ist daher von der Parallaxe unabhängig. Die Achsen paralleler Vertikalschnitte sind einander parallel, die Mittelpunkte dieser Schnitte liegen auf einem Durchmesser der Fläche, dessen Gleichung durch (109) gegeben ist Da das Hyperboloid keine Erzeugende

trägt, die der Y-Achse parallel wäre, so finden sich in keinem Vertikalschnitte ausgezeichnete Punkte vor. Die Projektionen der Vertikalschnitte auf die Vertikalebene haben daher miteinander keinen Punkt gemeinsam.

Sehen wir nunmehr die Parallaxe b als veränderlich an, so erhalten wir in jeder im Abstande y_0 zur Vertikalebene parallelen Ebene verschiedene Hyperbeln. Eliminieren wir aus den Gleichungen (109) die variable Parallaxe, so erhalten wir den Ort der Mittelpunkte dieser Hyperbeln. Zu diesem Zwecke schreiben wir (109) in der Form

$$\left.\begin{aligned} 2\,x\,\alpha_3 + z\,\gamma_3 + y_0\,(\alpha_4 + \beta_3) - m_3 &= b\,y_0\,\alpha_3 \\ x\,\gamma_3 + y_0\,\gamma_4 &= b\,y_0\,\gamma_3 \end{aligned}\right\} \qquad (112)$$

und eliminieren das b.

Damit erhalten wir

$$x\,\alpha_3\,\gamma_3 + z\,\gamma_3^2 + y_0\,(\alpha_4\,\gamma_3 - \alpha_3\,\gamma_4 + \beta_3\,\gamma_3) - m_3\,\gamma_3 = 0 \qquad (113)$$

als Gleichung des gesuchten Ortes, die Gleichung einer Geraden. In einem Vertikalschnitte liegen die Mittelpunkte der den verschiedenen Parallaxen entsprechenden Hyperbeln auf einer Geraden.

Die Gleichung (105) zeigt, daß ihr nur die Koordinaten der Basisendpunkte (o, o, o) und $(x_2\,y_2\,z_2)$ genügen, da keine ausgezeichneten Punkte vorhanden sind. Der Vertikalschnitt durch den linken Basisendpunkt ist die Vertikalebene selbst. Die Gleichung (108) zeigt, daß wir für jede Parallaxe dieselben Geraden erhalten, die Geraden der (108) daher Erzeugende jedes Hyperboloides sind. In dem Vertikalschnitte $V(y_2, b)$ haben alle Hyperbeln miteinander einen Punkt gemeinsam.

Zusammenfassend können wir daher sagen: Die Vertikalschnitte der Hyperboloide sind Hyperbeln. Bei konstanter Parallaxe liegen die Mittelpunkte der Hyperbeln auf einem Durchmesser der Fläche. Ihre Projektionen auf die Vertikalebene haben keinen Punkt miteinander gemeinsam. Die Achsen der Hyperbeln sind in allen Schnitten und für jede Parallaxe parallel. Bei veränderlicher Parallaxe liegen die Mittelpunkte der Hyperbeln in jedem Schnitte auf einer Geraden. Die Hyperbeln eines Schnittes haben miteinander im allgemeinen keinen Punkt gemeinsam. Nur im Abstande des rechten Basisendpunktes schneiden sie sich in einem Punkte.

Schneiden wir nun das Hyperboloid F_1 parallel der YZ-, der Seitenebene, im Abstande x_0, so erhalten wir als Gleichung des Seitenschnittes

$$S(x_0, b) = B\,y^2 + E\,y\,z + (C\,x_0 + G)\,y + D\,x_0\,z + A\,x_0^2 + F\,x_0 = 0 \qquad (114)$$

Die Diskriminante dieser Gleichung

$$\Delta = \frac{E^2}{4} \qquad (115)$$

ist immer positiv. Die Seitenschnitte sind daher Hyperbeln. Die Gleichung des Schnittes der Fläche mit der Seitenebene selbst lautet

$$S(o, b) = B\,y^2 + E\,y\,z + G\,y = 0 \qquad (116)$$

Diese Hyperbel zerfällt in die Geraden

$$\left.\begin{array}{c} y = 0 \\ By + Ez - G = 0 \end{array}\right\} \qquad (117)$$

Die Seitenebene ist daher Tangentialebene eines jeden Hyperboloides.

Die Koordinaten des Mittelpunktes eines Seitenschnittes ergeben sich aus den Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\partial S(x_0 b)}{\partial y} = 2By + Ez + Cx_0 - G = 0 \\ \frac{\partial S(x_0 b)}{\partial z} = Ey + Dx_0 \qquad = 0 \end{array}\right\} \qquad (118)$$

Wir finden

$$\left.\begin{array}{l} y_0 = -\frac{D x_0}{E} \\ z = \frac{x_0 (2BD - CE) + GE}{E^2} \end{array}\right\} \qquad (119)$$

Die Richtung der Achsen eines Seitenschnittes findet sich aus der Gleichung

$$tg\, 2\varphi = \frac{E}{B} = \frac{\gamma_4 - b\gamma_3}{\beta_4 - b\beta_3} \qquad (120)$$

Die Achsen paralleler Seitenschnitte sind einander parallel. Die Mittelpunkte der Schnitte liegen auf einem Durchmesser der Fläche mit der Gleichung (118). Ausgezeichnete Punkte finden sich nicht, weshalb die Projektionen der Schnitte auf die Seitenebene keinen Punkt miteinander gemein haben.

Bei veränderlicher Parallaxe erhalten wir in einem Seitenschnitte verschiedene Hyperbeln. Den Ort ihrer Mittelpunkte erhalten wir aus den Gleichungen (118), denen wir die Form geben

$$\left.\begin{array}{c} 2y\beta_4 + z\gamma_4 + x_0(\alpha_4 + \beta_3) - m_4 = b(2y\beta_3 + z\gamma_3 + x_0\alpha_3 - m_3) \\ y\gamma_4 + x_0\gamma_3 = b\, y\gamma_3 \end{array}\right\} \qquad (121)$$

Als Gleichung des Ortes der Mittelpunkte erhalten wir

$$\left.\begin{array}{c} 2y^2(\beta_3\gamma_4 - \beta_4\gamma_3) + y\{x_0[\beta_3\gamma_3 + \alpha_3\gamma_4 - \alpha_4\gamma_3] - m_3\gamma_4 + \gamma_3 m_4\} + \\ + z x_0\gamma_3^2 + x_0^2\alpha_3\gamma_3 - x_0 m_3\gamma_3 = 0 \end{array}\right\} \qquad (122)$$

Die Diskriminante dieser Gleichung

$$\Delta = 0 \qquad (123)$$

Der Ort der Mittelpunkte ist eine Parabel, deren Achse parallel der Z-Achse.

Jeder Seitenschnitt muß die Erzeugende der Gleichung (46a), die von der Parallaxe unabhängig ist, schneiden. Variieren wir also in einem Seitenschnitte $S(x_0 b)$ die Parallaxe, so müssen alle entstehenden Hyperbeln einen

Punkt gemeinsam haben. Da der Gleichung (114) auch der Basisendpunkt $(x_2\, y_2\, z_2)$ genügt — für den anderen zerfällt nach Gleichung (117) der Schnitt $S\,(o, b)$ in zwei Gerade — so kommt in diesem Schnitte noch ein zweiter Punkt zu dem einen hinzu.

Zusammenfassend können wir sagen: Die Seitenschnitte der Hyperboloide sind Hyperbeln. Bei konstanter Parallaxe liegen die Mittelpunkte dieser Hyperbeln auf einem Durchmesser der Fläche. Ihre Achsen sind einander parallel Bei veränderlicher Parallaxe liegen die Mittelpunkte der Seitenschnitte auf einer Parabel, deren Achse der Z-Achse parallel ist. Die Hyperbeln eines Schnittes haben immer einen, in dem Seitenschnitte durch den rechten Basisendpunkt zwei Punkte miteinander gemeinsam.

Als Ergebnis unserer Untersuchungen erhalten wir:

Bei sich kreuzenden photogrammetrischen Hauptachsen ist die Fläche gleicher Parallaxe eine windschiefe Regelfläche, im allgemeinen ein einmanteliges Hyperboloid. Die Horizontalschnitte sind, je nach der Parallaxe, Ellipsen, Parabeln oder Hyperbeln, die Vertikal- und Seitenschnitte Hyperbeln. Die Vertikal- und Seitenebene selbst sind Tangentialebenen der Fläche. Die Projektionen der Horizontalschnitte auf die Horizontalebene haben bei konstanter Parallaxe miteinander im allgemeinen zwei, die der anderen Schnitte auf ihre entsprechenden Ebenen im allgemeinen keinen Punkt miteinander gemeinsam. Bei veränderlicher Parallaxe liegen die Mittelpunkte der Kegelschnitte in einem Horizontalschnitte auf einer Hyperbel, in einem Vertikalschnitte auf einer Geraden, in einem Seitenschnitte auf einer Parabel.

Die Gleichung der Regelfläche lautete

$$\left.\begin{array}{c} x^2 \alpha_3 + y^2 (\beta_4 - b\,\beta_3) + x\,y\,(\alpha_4 + \beta_3 - b\,\alpha_3) + x\,z\,\gamma_3 + y\,z\,(\gamma_4 - b\,\gamma_3) + \\ x\,m_3 + y\,(m_4 - b\,m_3) = 0 \end{array}\right\} \quad (39)$$

Aus dieser lassen sich durch Spezialisierung der $\alpha_3\, \beta_3\, \gamma_3$ und $\alpha_4\, \beta_4\, \gamma_4$ die Gleichungen der Fläche gleicher Parallaxe für jede besondere Lage der photogrammetrischen Hauptachsen ableiten. Für sich schneidende Hauptachsen setzen wir

$$\left.\begin{array}{ll} \alpha_3 = \cos \alpha_3 & = \cos \alpha \\ \beta_3 = \cos (90 - \alpha_3) & = \sin \alpha \\ \gamma_3 = \cos 90^0 & = 0 \\ \alpha_4 = \cos (90 + \alpha_3) & = - \sin \alpha \\ \beta_4 = \cos \alpha_3 & = \cos \alpha \\ \gamma_4 = \cos 90^0 & = 0 \end{array}\right\} \quad (124)$$

weiters

$$z_2 = 0 \quad (125)$$

Mit diesen Festsetzungen wird

$$\left.\begin{array}{l} m_3 = - x_2 \cos \alpha + y_2 \sin \alpha \\ m_4 = - x_2 \sin \alpha - y_2 \cos \alpha \end{array}\right\} \quad (126)$$

Nach Durchführung der durch die Gleichungen 124 bis 126 gegebenen Transformationen erhalten wir aus (39)

$$x^2 + y^2 (1 - b\,tg\,\alpha) - x\,y\,b - x\,(x_2 - y_2\,tg\,\alpha) - y\,\{x_2\,tg\,\alpha - y_2 + b\,(x_2 + y_2\,tg\,\alpha)\} = 0 \qquad (127)$$

als Gleichung der Fläche gleicher Parallaxe bei sich schneidenden photogrammetrischen Hauptachsen. Diese Gleichung stellt einen Zylinder dar. Gleichung (127) gibt gleichzeitig die Gleichung seines Horizontalschnittes. Der Horizontalschnitt ist ein Kegelschnitt, dessen Art die Diskriminante

$$\Delta = \frac{b^2}{4} - 1 + b\,tg\,\alpha \qquad (128)$$

bestimmt. Die Richtung der Achsen dieses Kegelschnittes ist gegeben durch die Gleichung

$$tg\,2\varphi = -\,ctg\,\alpha \qquad (129)$$

Die Richtung der Achsen ist von der Parallaxe unabhängig. Die Achsen aller Horizontalschnitte sind einander parallel. Nach Gleichung (101) liegen die Mittelpunkte aller Schnitte auf einer Hyperbel; nach Gleichung (104) haben alle Horizontalschnitte miteinander drei Punkte gemeinsam.

Aus Gleichung (39) erhalten wir auch leicht die Gleichung der Fläche gleicher Parallaxe bei parallelen, verschwenkten Achsen. Für diesen Fall setzen wir

$$\left.\begin{array}{ll} \alpha_3 = cos\,90^0 = 0 & \alpha_4 = cos\,180^0 = -1 \\ \beta_3 = cos\,0^0 = 1 & \beta_4 = cos\,90^0 = 0 \\ \gamma_3 = cos\,90^0 = 0 & \gamma_4 = cos\,90^0 = 0 \end{array}\right\} \qquad (130)$$

ferner

$$z_2 = 0$$

Damit wird

$$\left.\begin{array}{l} m_3 = y_2 \\ m_4 = -x_2 \end{array}\right\} \qquad (132)$$

Als Gleichung der Fläche gleicher Parallaxe erhalten wir damit

$$y^2 b - x\,y_2 - y\,(x_2 - b\,y_2) = 0 \qquad (133)$$

die Gleichung eines parabolischen Zylinders.

Die Achse der durch (133) gegebenen Gleichung der Parabel ist der X-Achse parallel.

Wählen wir in (132) noch

$$y_2 = 0$$

so erhalten wir aus Gleichung (133)

$$y^2 b - x_2\,y = 0 \qquad (135)$$

als Gleichung der Fläche gleicher Parallaxe für den „Normalfall", beide photogrammetrische Achsen senkrecht zur Basis. Die Gleichung (135) zerfällt in

$$\left.\begin{array}{l} y = 0 \\ y\,b - x_2 = 0 \end{array}\right\} \qquad (136)$$

durch welche Gleichungen zwei parallele Ebenen dargestellt sind. **Die Fläche gleicher Parallaxe ist für den Normalfall eine Ebene parallel der Basis.**

Es werden die Bildpunktkoordinaten und die Gleichung der Fläche gleicher Parallaxe bei sich kreuzenden photogrammetrischen Hauptachsen abgeleitet. Es ergibt sich im allgemeinen ein einmanteliges Hyperboloid, dessen Eigenschaften, namentlich die seiner Parallelschnitte, untersucht werden. Durch Spezialisierung werden die Gleichungen der Fläche gleicher Parallaxe für sich schneidende, und parallel verschwenkte Achsen sowie für den Normalfall gewonnen.

Zur Bildweitebestimmung.

Eine Erwiderung von Hauptmann Dr. A. Haerpfer.

Prof. Jos. Adamczik hat im V. Bande dieses Archivs, Heft 3, Seite 218 bis 221, an den Gewichtsannahmen Kritik geübt, die ich zur Bildweitebestimmung nach Schells Methode im IV. Bande dieses Archivs, Seite 75 bis 81, benützt habe. Um seine Behauptungen zu prüfen, habe ich mit den von Adamczik a. a. O. Seite 220 berechneten Winkelgewichten $g_1 = 81$, $g_2 = 92$, $g_3 = 81$, $g_4 = 67$ meine Ausgleichung noch einmal durchgerechnet. Hiebei ergaben sich die Normalgleichungen:

$$111.799{\cdot}6\,k_1 + 147.887{\cdot}7\,k_2 - 0{\cdot}8234 = 0$$
$$147.887{\cdot}7\,k_1 + 200.744{\cdot}4\,k_2 - 0{\cdot}9332 = 0$$
$$259.687{\cdot}3\,k_1 + 348.632{\cdot}1\,k_2 - 1{\cdot}7566 = 0$$
$$5119{\cdot}6\,k_2 + 0{\cdot}1560 = 0$$

Die Korrelaten sind:

$$k_1 = -0{\cdot}0000\ 4767 \qquad k_2 = 0{\cdot}0000\ 3017$$

Die Berechnung der Verbesserungen σ' der gemessenen Bildstrecken s und der Verbesserungen ν' der beobachteten Winkel ϵ führte zu folgenden Zahlenwerten:

a) $\sigma_1' = -0{\cdot}0000\ 549\ mm$
$\sigma_2' = -0{\cdot}0000\ 829\ mm$
$\sigma_3' = 0{\cdot}0000\ 764\ mm$
$\sigma_4' = -0{\cdot}0000\ 414\ mm$

b) $\nu_1' = +0{\cdot}000\ 1555$ oder im Winkelmaß: $\nu_1' = +32{\cdot}07''$
$\nu_2' = -0{\cdot}000\ 1937$ $\qquad \nu_2' = -39{\cdot}95''$
$\nu_3' = +0{\cdot}000\ 2164$ $\qquad \nu_3' = +44{\cdot}63''$
$\nu_4' = -0{\cdot}000\ 1546$ $\qquad \nu_4' = -31{\cdot}88''$

Die Verbesserungen der Bildstrecken sind also sämtlich kleiner als 0·0001 *mm* bei einer Unsicherheit der Messung von 0·1 *mm* nach Adamczik. (In Wirklichkeit mochte die Messungsgenauigkeit der auf Hundertstel Millimeter angegebenen Bildstrecken 0·02 *mm* gewesen sein.) Die Verbesserungen der

Winkel, für deren Messungsgenauigkeit Adamczik 10′ annimmt, sind durchwegs größer als eine halbe Minute. Und nun halte man das eine gegen das andere: die Bildstrecken, deren Messungsgenauigkeit so sehr viel kleiner ist, sollen unverbessert aus der Ausgleichung hervorgehen, denn deren mit Adamcziks Gewichten errechnete Verbesserungen besagen praktisch nichts anderes als σ_1' beziehungsweise $\sigma_{2,3,4} = 0$, und die mit so wesentlich größerer Schärfe gemessenen Winkel sollen Verbesserungen von einer halben Minute und darüber bekommen! Ist das nicht vollkommen absurd? Fordern nicht diese Ergebnisse eine Verbesserung der Gewichtsannahmen geradezu heraus?

Hiebei sei gleich bemerkt, daß es ganz wesentlich auf die richtige Abwägung des Winkelgewichtes im Vergleich zum Seitengewicht ankommt und daß gegenüber dieser Hauptfrage jene einer Abstufung der Winkelgewichte untereinander als irrelevant ganz in den Hintergrund tritt. Ja, man kann der Einfachheit halber die Winkel α unter sich als gleich genau betrachten, ohne das Bild der Ausgleichung wesentlich zu ändern. Das einmal als richtig erkannte Winkelgewicht aber darf einer absoluten Wertung, d. h. einer Wertung an sich, nicht unterzogen werden, weil es nur im Verhältnis zum Seitengewicht, für das es geschaffen ist, bestehen kann und überhaupt nur für diese Einzelaufgabe gilt. Die Art und Weise, wie Adamczik mein sehr wohl erwogenes und praktisch erprobtes Winkelgewicht $g = 10^7$, von dem abzugehen ich nach wie vor keine Ursache habe, zerpflückt, gleicht jener Willkür, mit der man ein Wort aus dem Zusammenhang reißt und aus ihm allein Folgerungen ableitet, die zum Geist des Ganzen in Widerspruch stehen. Der Vorwurf der „Willkür" fällt also auf den Angreifer zurück. Und ich habe begründete Ursache, die leichtfertigen Epitheta „illusorisch", „wertlos" usw. als vollkommen ungerechtfertigt auf das energischeste abzulehnen.

Bevor ich jedoch in diesen Erörterungen fortfahre, sei vorerst die Rechnung zu Ende geführt. Zur Kontrolle der berechneten Verbesserungen wurde

$$[\sigma'\sigma' + v'v'g] = 0\cdot0000\ 1083$$

gebildet, das mit

$$-[\omega k] = 0\cdot0000\ 1082$$

übereinstimmt. Aus den Verbesserungen der Unbekannten ξ 0·4226 und $\eta = -0\cdot00058$ folgen diese selbst, und zwar ist

$$x = 271.023\ mm \text{ und } y = 0\cdot51942$$

Hieraus ist endlich die Bildweite f 213·439 mm

Und nun vergleiche man die mit Adamcziks Gewichten berechneten σ' und v' mit den a. a. O. S. 79 von mir berechneten Verbesserungen:

a) für die gemessenen Bildstrecken s

$$\sigma_1\ \ 0\cdot0287\ mm$$
$$\sigma_2 = \ 0\cdot0489\ mm$$
$$\sigma_3 = \ 0\cdot0508\ mm$$
$$\sigma_4 = +0\cdot0283\ mm$$

b) für die gemessenen Winkel α

$v_1 = + 0{\cdot}000.000$	658	oder im Winkelmaß:	$v_1 = + 0{\cdot}14''$
$v_2 = 0{\cdot}000{\cdot}001$	810		$v_2 = - 0{\cdot}37''$
$v_3 = + 0{\cdot}000{\cdot}003$	760		$v_3 = + 0{\cdot}78''$
$v_4 = - 0{\cdot}000{\cdot}002$	620		$v_4 = - 0{\cdot}54''$

Adamcziks Grundirrtum liegt eben — wie Wellisch in einem Briefwechsel sehr zutreffend feststellt — darin, daß er von Doležals Fehlerformel

$$\Delta\alpha'' = \varrho'' \frac{\Delta x}{f + \frac{x^2}{f}}$$

ausgeht. Adamczik übersieht dabei vollkommen, daß diese Formel lediglich den mittleren Fehler der photographischen Winkelmessung gibt. Um eine solche handelt es sich aber in dem vorliegenden Falle gar nicht. Hier werden auf dem Bilde Strecken und in der Natur mit einem Theodolit Winkel gemessen und aus der Zusammenfassung beider voneinander vollkommen unabhängigen Messungsvorgänge eine dritte Größe abgeleitet.

Adamczik wendet sich in heftiger Weise gegen die von mir durchgeführten Ausgleichsversuche, das sind Ausgleichungen, die mit verschiedenen Gewichtsannahmen durchgerechnet sind, und erklärt kategorisch, „daß es bei einer exakten Ausgleichung keinerlei Versuche geben kann und darf". Er ist am Anfang des Weges, den es hier zu durchmessen gilt, stehen geblieben und hat es verschmäht, sich bis zum wirklichen Ziel durchzukämpfen; sehr zu seinem Nachteile. Denn hätte er die Absurditäten, zu denen seine Gewichtsannahmen unfehlbar führen mußten, auch nur geahnt, so hätte er sich wohl eines anderen besonnen und wäre in der Wahl der kritischen Worte, die er mir entgegenschleuderte, vorsichtiger gewesen.

Aber ich will zur Behauptung Adamcziks zurückkehren, daß die Wissenschaft eine Prüfung beziehungsweise Verbesserung der Gewichtsannahmen nicht zulasse oder nicht kenne. Ich will ihm, der sich das Recht anmaßt, über mich zu Gericht zu sitzen, verraten, daß kein Geringerer als F. R. Helmert in seiner „Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate", 2. Auflage 1907 [1]) einen eigenen Paragraphen, den 9 Seiten (358 bis einschl. 366) umfassenden § 4, der „Prüfung und Verbesserung der Gewichtsannahmen" widmet und dort einleitend sagt: „Eine Untersuchung darüber, ob die Beobachtungen mit richtigen Gewichten in die Ausgleichung eingeführt sind, ist sehr wichtig, weil bei falschen Gewichtsannahmen die Ausgleichung nicht die besten Werte ergibt. Selbstverständlich ist Voraussetzung, daß die λ[2]) nur von zufälligen Fehlern herrühren. Wenn die λ sehr nahe die ε[3]) selbst sind, so kann man in der Weise vorgehen, daß man ermitttelt, ob die durchschnittlichen Werte der λ^2 im umgekehrten Verhält-

[1]) Bei Teubner, Leipzig und Berlin.

[2]) Plausibelste Verbesserungen der Beobachtungswerte.

[3]) Wahre Verbesserungen der Beobachtungswerte.

nisse der angenommenen Gewichte stehen. Bei erheblichen Abweichungen ist eine neue Ausgleichung vorzunehmen mit Gewichten, die den umgekehrten Verhältnisse jener Durchschnittsfehlerquadrate genügend entsprechen."

Mit ausgezeichneter Klarheit hat ferner S. Wellisch in seinen „Elementen der Ausgleichungsrechnung"[1]), Seite 145 bis 147, den Begriff des Gesamtgewichtes erläutert. Er geht von der Betrachtung mehrerer Beobachtungsreihen aus, die „n_1, n_2, n_3 . . . unter sich gleich genaue Beobachtungen mit den korrespondierenden Gewichten $p_1 p_2 p_3$ . . . enthalten." Die arithmetischen Mittel der einzelnen Beobachtungsreihen haben dann die Gewichte $g_1 = n_1 p_1$, $g_2 = n_2 p_2$, $g_3 = n_3 p_3$ . . . Ist man von vornherein wegen Unkenntnis der Genauigkeitsverhältnisse auf die Annahme

$$p_1 = p_2 = \ldots = 1$$

angewiesen, so ergeben sich die „Wiederholungsgewichte"

$$g_1 = n_1 \cdot g_2 = n_2 \cdot \ldots$$

In allen anderen Fällen sind den arithmetischen Mitteln der einzelnen Beobachtungsreihen die „Genauigkeitsgewichte" p_1, p_2, p_3 . . . zuzuteilen und es sind die Gesamtgewichte gleich den Produkten aus den Wiederholungsgewichten n und den Genauigkeitsgewichten p.

Wellisch sagt dann Seite 146 weiter: „Dem Begriffe ‚Gewicht' kommt demnach eine viel allgemeinere Bedeutung als die eines bloßen Genauigkeitsmaßes zu; es ist allgemein als ein die Beobachtungsart näher bezeichnendes Merkmal aufzufassen, das sich von den direkt angestellten Beobachtungen auch auf Funktionen von Beobachtungen gewissermaßen überträgt. Während die Wiederholungsgewichte n unmittelbar gegeben sind, müssen die Genauigkeitsgewichte p auf Grund von besonderen Untersuchungen vor jeder weiteren Rechnung ermittelt, zuweilen auch nur durch bloße Schätzung festgestellt werden. Die Vornahme derartiger Schätzungen oder Taxierungen erfordert aber große Erfahrung und Unbefangenheit des Urteils." Wellisch zitiert hier eine Stelle aus einem Brief, den Gauss am 2. April 1840 an Gerling schreibt: „Mittel zu einiger Schätzung wenigstens wird man bei Mutterwitz fast immer finden; wo aber alle Kenntnis gänzlich fehlt, da liegt es doch wahrhaftig nicht an der Methode selbst, daß sie ihre Dienste versagen muß. Sachkenntnis kann bei Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate niemals erlassen werden."

Wie nehmen sich nun im Lichte dieser klassischen Zeugen Adamcziks „kategorische" Behauptungen mit ihren grotesken Ergebnissen und ihren ironischen Umrankungen aus? Difficile est satiram non scribere.

Und noch eine Bemerkung zum Schluß: Adamczik gibt in diesem „Archiv", Band V, Seite 116, eine Berechnung der Bildweite an, in die er die vorerst für sich ausgeglichenen Winkel α als fehlerfrei einführt. Der mittlere Fehler m_α dieser Winkel ist also gleich Null. Ist g_α das Gewicht eines solchen Winkels α, sind ferner m_s der mittlere Fehler und g das Gewicht der zu diesem Winkel gehörigen Bildstrecke s, so ist:

[1]) I. Band seiner „Theorie und Praxis der Ausgleichungsrechnung". Wien und Leipzig 1909, Carl Fromme.

$$g_s : g_\alpha = \frac{1}{m_s^2} : \frac{1}{m_\alpha^2} \text{ oder}$$

$$g_s m_s^2 = g_\alpha m_\alpha^2.$$

Ist aber $m_\alpha = 0$, so kann nur die unbestimmte Form

$$g_s m_s^2 = 0 . \infty$$

resultieren. Mithin muß notwendig

$$g_\alpha = \infty$$

sein. Bei der von Adamczik durchgeführten Ausgleichung haben also die Winkel ein unendlich großes Gewicht. Mit welcher Genauigkeit müßte ein Winkel gemessen sein, damit er nach der Ausgleichung ein Gewicht von unendlicher Größe bekomme? Ich will es Adamczik überlassen, diese Frage erschöpfend zu beantworten.

Im Felde, im Mai 1918.

Mittelbare Bestimmung der photogrammetrischen Basis.

Von Hauptmann Dr. A. Haerpfer.

I. Allgemeine Photogrammetrie.

In zwei Standpunkten A und B (s. Figur) sei je ein orientiertes, lotrechtes Bild des zu vermessenden Geländes aufgenommen worden. Ein nach Lage und Höhe gegebener Fixpunkt P (Trigonometer oder Kontrollpunkt) hätte sich beide Male mit abgebildet. Schwierigkeiten des Geländes oder andere Gründe hätten eine unmittelbare Messung der Basis AB nicht zugelassen. Dagegen sei Standpunkt A stationiert worden, z. B. durch Rückwärtseinschneiden aus gegebenen Fixpunkten, und es sei die Horizontaldistanz $AP = D$ bekannt. Ebenso sei der Höhenwinkel ε in A gegen B gegeben. Wir setzen endlich die fehlerfreie Ermittlung der Bildweite f voraus, die konstant und gleich der Brennweite des Objektivs ist. Aus ΔABP kann dann mit Hilfe der bekannten Orientierungswinkel w_1 und w_2, die von AB beziehungsweise BA weg im Uhrzeigersinn gezählt sind, sowie der aus den Bildabszissen x abzuleitenden Winkel φ ein Näherungswert b_0 der unbekannten Basis b abgeleitet werden. Es ist Sache der folgenden Untersuchungen, im Wege der in der Aufgabe enthaltenen Bedingungen zu einer Verbesserung β dieses Näherungswertes zu gelangen.

Macht man das perspektivische Zentrum in A zum Ursprung eines räumlichen, rechtwinkeligen Koordinatensystems, dessen X-Achse mit b zusammenfällt, so bestehen zwischen den Raumkoordinaten X, Y und Z des in beiden Platten abgebildeten Fixpunktes P Beziehungen, die ich im II. Bande dieses Archivs[1]) S. 10 unter (1) und (2) aufgestellt habe und mit Beachtung von $h = b\, tg\, \varepsilon$ lauten:

[1]) „Gewichtsbestimmungen in der Photogrammetrie", 1909.

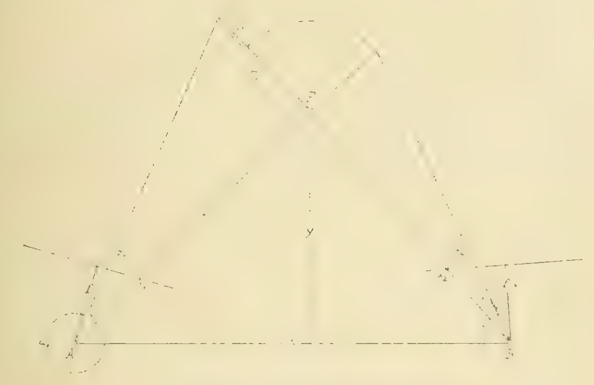
$$\left.\begin{aligned} Y &= p\,X \\ Z &= n\,X \end{aligned}\right\} \quad (1) \qquad\qquad \left.\begin{aligned} Y &= q\,(X-b) \\ Z - b\,tg\,\varepsilon &= s\,(X-b) \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

(Hiezu Fig. 1 a. a. O. S. 11.)

Hierin bedeuten nach (6) S. 16 a. a. O.:

$$\left.\begin{aligned} p &= -\frac{f \sin w_1 + x_1 \cos w_1}{f \cos w_1 - x_1 \sin w_1} & \qquad q &= -\frac{f \sin w_2 + x_2 \cos w_2}{f \cos w_2 - x_2 \sin w_2} \\ n &= \frac{z_1}{f \cos w_1 - x_1 \sin w_1} & \qquad s &= -\frac{z_2}{f \cos w_2 - x_2 \sin w_2} \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Die vier Koeffizienten enthalten außer den fehlerfrei gegebenen f, w_1 und w_2 als Messungsgrößen (Beobachtungen) die Plattenkoordinaten des Fixpunktes P, und zwar einerseits x_1 und z_1 für dessen Abbildung in der A-Platte und anderseits x_2 und z_2 für dessen Bildpunkt in der B-Platte. Nun ist



$$D^2 = X^2 + Y^2 = X^2 + p^2 X^2$$

oder

$$X = \frac{1}{\sqrt{1+p^2}}\,D$$

$$Y = \frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\,D$$

$$Z = \frac{n}{\sqrt{1+p^2}}\,D$$

Aus (6) ergibt sich

$$\sqrt{1+p_2} = \frac{\sqrt{f^2 + x_1^2}}{f \cos w_1 - x_1 \sin w_1}$$

oder

$$\frac{1}{\sqrt{1+p^2}} = \frac{1}{m}\,(f \cos w_1 - x_1 \sin w_1)$$

wenn

$$\sqrt{f^2 + x_1^2} = m$$

gesetzt wird. Dann sind

$$X = \frac{1}{m}(f \cos w_1 - x_1 \sin w_1) D$$

$$Y = -\frac{1}{m}(f \sin w_1 + x_1 \cos w_1) D$$

$$Z = \frac{z_1}{m} D$$

Werden diese Werte in (2) eingeführt, so entstehen zwei Bedingungsgleichungen zwischen den vier Beobachtungen x_1, z_1, x_2, z_2 und der Unbekannten b. Man kann somit nach bedingten Beobachtungen mit Unbekannten ausgleichen. Bezeichnet man die tatsächlichen Beobachtungen mit x_1', z_1', x_2', z_2', deren Verbesserungen mit $\xi_1, \zeta_1, \xi_2, \zeta_2$ so ist

$$x_1 = x_1' + \xi_1 \text{ und } x_2 = x_2' + \xi_2$$
$$z_1 = z_1' + \zeta_1 \qquad z_2 = z_2' + \zeta_2$$

und nach früherem $b = b_0 + \beta$.

Die erste der beiden Bedingungsgleichungen (2) nimmt, wenn $w_2 - w_1 = u$ gesetzt wird, die Form an:

$$D(f^2 \sin u - f x_1 \cos u + f x_2 \cos u + x_1 x_2 \sin u) - m(f \sin w_2 + x_2 \cos w_2) b = 0$$

Nach Einführung der Messungsgrößen und des Näherungswertes b_0 der Unbekannten ergibt sich der Widerspruch:

$$l_1 = D(f^2 \sin u - f x_1' \cos u + f x_2' \cos u + x_1' x_2' \sin u) - m'(f \sin w_2 + x_2' \cos w_2) b_0,$$

wobei

$$m' = \sqrt{f^2 + x_1'^2}.$$

Durch Entwicklung nach Taylors Satz wird die Bedingungsgleichung in eine lineare Form gebracht:

$$\left.\begin{aligned} &\left\{D(x_2' \sin u - f \cos u) - \frac{b_0 x_1'}{m'}(f \sin w_2 + x_2' \cos w_2)\right\} \xi_1 + \\ &+ \left\{D(x_1' \sin u + f \cos u) - b_0 m' \cos w_2\right\} \xi_2 - \\ &- m'(f \sin w_2 + x_2' \cos w_2) \beta + l_1 = 0 \end{aligned}\right\} \quad \text{(I)}$$

Aus dieser Gleichung wird die Unbekannte β berechnet, ausgedrückt durch ξ_1 und ξ_3, um dann aus der zweiten der Bedingungsgleichungen (2) S. 317 eliminiert zu werden. Diese lautet:

$$\frac{z_1}{m} D - b\, tg\, \varepsilon = -\frac{z_2}{f \cos w_2 - x_2 \sin w_2}\left\{\frac{1}{m}(f \cos w_1 - x_1 \sin w_1) D - b\right\} \text{ oder}$$

$$(z_1 D - b\, m\, tg\, \varepsilon)(f \cos w_2 - x_2 \sin w_2) + z_2 D(f \cos w_1 - x_1 \sin w_1) - b\, m\, z_2 = 0$$

Werden wieder die Beobachtungen und der Näherungswert b_0 eingeführt, so entsteht der Widerspruch

$$l_2 = (z_1' D - b_0 m' tg\, \varepsilon)(f \cos w_2 - x_2' \sin w_2) + z_2' D(f \cos w_1 - x_1' \sin w_1) - b_0 m' z_2' = 0$$

Auf lineare Form gebracht, lautet diese Bedingungsgleichung, wenn die vereinfachenden Bezeichnungen

$f \cos w_1 - x_1' \sin w_1 = K_1$ und $f \cos w_2 - x_2' \sin w_2 = K_2$ eingeführt werden:

$$-\left\{\frac{b_0 x_1'}{m'}(K_2\, tg\,\varepsilon + z_2') + D z_2' \sin w_1\right\}\xi_1 - \sin w_2 (D z_1' - b_0 m'\, tg\,\varepsilon)\xi_2 + \\ + D K_2 \zeta_1 + (D K_1 - b_0 m')\zeta_2 - m'(K_2\, tg\,\varepsilon + z_2')\beta + l_2 = 0 \qquad \text{(II)}$$

Nach Elimination von β ergibt sich eine lediglich die Verbesserungen ξ_1, ξ_2, ζ_1 und ζ_2 von gleich genauen Beobachtungen enthaltende Bedingungsgleichung, die zu einer Normalgleichung mit einer Korrelate führt. Aus den Korrelatengleichungen gehen die Verbesserungen hervor, die schließlich zur Berechnung von β und damit zu jener des wahrscheinlichsten Wertes der Unbekannten $b = b_0 + \beta$ führen.

II. Stereophotogrammetrie.

1. Es wird angenommen, es hätte sich bei der Normalaufnahme ein Fixpunkt in beiden Platten abgebildet. Im übrigen sollen die gleichen Voraussetzungen wie für den vorbehandelten Fall gelten, als dessen besondere Anwendung sich die jetzige Aufgabe wegen $w_1 = 270^0$ und $w_2 = 90^0$ zunächst charakterisiert. Da sich jedoch die Ausmessung der beiden Platten an dem aus ihnen unter dem Stereoskop hervorgehenden Geländemodell vollzieht, treten die Horizontal- und Vertikalprojektion der stereoskopischen Parallaxe als neue Beobachtungen hinzu. Es ist daher eine vollkommene Neuberechnung erforderlich.

Aus $p = \frac{f}{x_1}, n = \frac{z_1}{x_1}, q = \frac{f}{x_2}$ und $s = \frac{z_2}{x_2}$ folgt, wenn wieder $\sqrt{f^2 + x_1^2} = m$ gesetzt wird:

$$\frac{1}{\sqrt{1+p^2}} = \frac{x_1}{m} \quad \text{und} \quad X = \frac{x_1}{m} D$$

$$\frac{p}{\sqrt{1+p^2}} = \frac{f}{m} \qquad\qquad Y = \frac{f}{m} D$$

$$\frac{n}{\sqrt{1+p^3}} = \frac{z_1}{m} \qquad\qquad Z = \frac{z_1}{m} D$$

Werden diese Werte in die Bedingungsgleichungen (2) S. 317 eingeführt, so nimmt die erste dieser die Form an:

$$\frac{f}{m} D = \frac{f}{x_2}\left(\frac{x_1}{m} D - b\right); \text{ daraus}$$

$$b\, m - D(x_1 - x_2) = 0$$

Aus dieser Gleichung kann ein Näherungswert b_0 der Basis abgeleitet werden. Für $x_1 - x_2$ tritt die Horizontalparallaxe a ein, deren Beobachtung den Wert a' ergeben haben möge. Dessen aus der Ausgleichung hervorgehende Verbesserung sei α:

$$a = a' + \alpha$$

Daher ist

$$b\, m - D\, a = 0$$

Widerspruch

$$l_1 = b_0 m' - D a'$$

Die lineare Form der Bedingungsgleichung:

$$\frac{b_0 x_1'}{m'}\,\xi_1 - D\,\alpha + m'\,\beta + l_1 = 0 \qquad \text{(III)}$$

Die zweite Bedingungsgleichung von (2)

$$\frac{z_1}{m}\,D - b\,tg\,\varepsilon = \frac{z_2}{x_2}\left(\frac{x_1}{m}\,D - b\right)$$

lautet vereinfacht:

$$(x_2\,z_1 - x_1\,z_2)\,D - b\,m\,(x_2\,tg\,\varepsilon - z_2) = 0$$

Die Beobachtung der Höhenparallaxe k hätte den Wert k' ergeben; dessen Verbesserung sei $\varkappa$:

$$k = k' + \varkappa$$

Wir drücken x_2 und z_2 durch die entsprechenden Parallaxen aus:

$$x_2 = x_1 - a$$
$$z_2 = z_1 - k$$

Dann ist

$$x_2\,z_1 - x_1\,z_2 = k\,x_1 - a\,z_1\text{; somit}$$
$$(k\,x_1 - a\,z_1)\,D - b\,m\,(x_2\,tg\,\varepsilon - z_2) = 0$$

Widerspruch

$$l_2 = (k'\,x_1' - a'\,z_1')\,D - b_0\,m'\,(x_2'\,tg\,\varepsilon - z_2')$$

Und die Bedingungsgleichung in linearer Form:

$$\left\{D\,k' - \frac{b_0\,x_1'}{m'}\,(x_2'\,tg\,\varepsilon - z_2')\right\}\xi_1 - b_0\,m'\,tg\,\varepsilon\,.\,\xi_2 - a'\,D\,.\,\zeta_1 + b_0\,m'\,.\,\zeta_2 -$$
$$- D\,z_1'\,.\,\alpha + D\,x_1'\,.\,\varkappa - m'\,(x_2'\,tg\,\varepsilon - z_2')\,.\,\beta + l_2 = 0$$

Aus III ist

$$-m'\,\beta = \frac{b_0 x_1'}{m'}\,\xi_1 - D\,\alpha + l_1\,.$$

Dies eingeführt, erhält man nach Vereinfachung:

$$\left.\begin{aligned} &D\,k'\,.\,\xi_1 - b_0\,m'\,tg\,\varepsilon\,.\,\xi_2 - a'\,D\,.\,\zeta_1 + b_0\,m'\,.\,\zeta_2 - \\ &- D\,(z_1' + x_2'\,tg\,\varepsilon - z_2')\,\alpha + D\,x_1'\,.\,\varkappa + l_3 = 0 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IV)}$$

worin

$$l_3 = l_1\,(x_2'\,tg\,\varepsilon - z_2') + l_2\,.$$

Die nunmehr in der Gleichung verbleibenden Verbesserungen gehören gleich genauen Beobachtungen an, da die Bildkoordinaten und Parallaxen am Stereoautographen — wie später ausführlich begründet werden wird — mit dem gleichen Grad von Genauigkeit gemessen werden können. Die Aufgabe ist daher in ähnlicher Weise wie ihre Vorgängerin zu Ende zu führen.

2. Wir nehmen an, daß sich bei der Normalaufnahme n Fixpunkte $P_1, P_2, P_3, \ldots P_n$, die nach Lage und Höhe gegeben sind, in den beiden Platten abgebildet hätten. Im übrigen sollen die gleichen Voraussetzungen wie bei den früheren Aufgaben gelten. Aus den bekannten Entfernungen $D_1, D_2, D_3, \ldots D_n$ dieser Fixpunkte von der A-Station lassen sich deren Abstände $c_1, c_2, c_3, \ldots c_n$ von der Basis AB (das sind die Y der früheren Formelgruppe) ohneweiters ableiten, da auch die Winkel $P_1AB, P_2AB, \ldots P_nAB$ gegeben sind. Es können somit die Abstände $c_1, c_2, c_3, \ldots c_n$ im folgenden

als bekannt vorausgesetzt werden. Wir benützen lediglich die Abstandsgleichung, und zwar ist

$$e_1 = \frac{f}{a_1} b$$
$$e_2 = \frac{f}{a_2} b$$
$$\cdot$$
$$\cdot$$
$$\cdot$$
$$e_n = \frac{f}{a_n} b$$

Es sind nur die Messungen der Horizontalparallaxen

$$a_1, a_2, a_3, \ldots a_n$$

erforderlich; diese hätten ergeben

$$a_1', a_2', a_3', \ldots a_n'.$$

Deren Verbesserungen bezeichnen wir mit

$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots \alpha_n.$$

Aus einem der gegebenen Abstände e und dem dazugehörigen a wird zunächst ein Näherungswert b_0 der Unbekannten b mittels der Abstandsformel bekommen. Zu einer Verbesserung β desselben gelangt man im Wege einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen; deren Anzahl ist n, jene der Unbekannten eins.

$$a_1 = \frac{f}{e_1} b \qquad a_1' + \alpha_1 = \frac{f}{e_1}(b_0 + \beta)$$
$$a_2 = \frac{f}{e_2} b \qquad a_2' + \alpha_2 = \frac{f}{e_2}(b_0 + \beta)$$
$$a_3 = \frac{f}{e_3} b \qquad a_3' + \alpha_3 = \frac{f}{e_3}(b_0 + \beta)$$
$$\cdot \qquad \cdot$$
$$\cdot \qquad \cdot$$
$$\cdot \qquad \cdot$$
$$a_n = \frac{f}{e_n} b \qquad a_n' + \alpha_n = \frac{f}{e_n}(b_0 + \beta)$$

Daraus folgt weiter:

$$\alpha_1 = \frac{f}{e_1}\beta + l_1 \quad \text{wobei} \quad l_1 = \frac{f}{e_1} b_0 - a_1'$$
$$\alpha_2 = \frac{f}{e_2}\beta + l_2 \qquad l_2 = \frac{f}{e_2} b_0 - a_2'$$
$$\alpha_3 = \frac{f}{e_3}\beta + l_3 \qquad l_3 = \frac{f}{e_3} b_0 - a_3'$$
$$\cdot \qquad \cdot$$
$$\cdot \qquad \cdot$$
$$\cdot \qquad \cdot$$
$$\alpha_n = \frac{f}{e_n}\beta + l_n \qquad l_n = \frac{f}{e_n} b_0 - a_n'$$

Die Normalgleichung lautet:

$$f\left[\frac{1}{c\,c}\right]\beta + \left[\frac{l}{c}\right] = 0$$

$$\beta = -\frac{\left[\frac{l}{c}\right]}{f\left[\frac{1}{c\,c}\right]}$$

Das Gewicht der Unbekannten β ist $f\left[\frac{1}{c\,c}\right]$.

3. Ein Fixpunkt sei im normalen und im links (oder rechts) verschwenkten Plattenpaar enthalten. Gegeben: der Abstand e des Fixpunktes von der Basis b, ferner dessen Abstand e_l (oder e_r) von der verschwenkten Basis b' (b''), die Bildweite f und der Verschwenkungswinkel φ. Beobachtet sind die Horizontalparallaxen a und a_l (oder a_r) und das x_2 der betreffenden Verschwenkung. Wir kehren hier wieder zur Ausgleichung nach bedingten Beobachtungen zurück, wobei sich ein Näherungswert b_0 für die Unbekannte b aus $\frac{a\,e}{f}$ berechnen läßt. Die Beobachtungen seien mit a', a_l' (a_r') und x_2', deren Verbesserungen mit α, α_l (α_r) und ξ_2 bezeichnet.

Für die Linksverschwenkung ist

$$e_l = \frac{b}{a_l}(f\cos\varphi + x_2 \sin\varphi);$$

daraus

$$a_l e_l - b(f\cos\varphi + x_2 \sin\varphi) = 0$$

Widerspruch

$$l_1 = a_l' e_l - b_0(f\cos\varphi + x_2' \sin\varphi)$$

In lineare Form gebracht, lautet die Bedingungsgleichung

$$e_l \alpha_l - b_0 \sin\varphi \,.\, \xi_2 - \left(\cos\varphi + \frac{x_2'}{f}\sin\varphi\right) f\beta + l_1 = 0 \qquad \text{(V)}$$

Für die Normalaufnahme ist

$$e = \frac{b\,f}{a}$$

oder

$$a\,e - b\,f = 0$$

$$l_2 = a'e - b_0 f$$

$$e\,\alpha - f\beta + l_2 = 0$$

oder

$$f\beta = e\,\alpha + l_2$$

Dieses in V eingeführt, ergibt:

$$e_l \alpha_l - e\left(\cos\varphi + \frac{x_2'}{f}\sin\varphi\right)\alpha - b_0 \sin\varphi \,.\, \xi_2 + l_3 = 0 \qquad \text{(Va)}$$

worin

$$l_3 = l_1 - l_2\left(\cos\varphi + \frac{x_2'}{f}\sin\varphi\right)$$

In Va sind nunmehr die Verbesserungen der Parallaxen a und a_r und der Bildabszisse x_2 der linken Verschwenkung enthalten. Mit Rücksicht auf die Einrichtungen des Stereoautographen zum Ablesen der Parallaxen und der Bildkoordinaten können diese beiden Gruppen von Beobachtungen unter sich als gleich genau angesehen und mit gleichen Gewichten in die Ausgleichungsrechnung eingeführt werden.

Was zunächst den Maßstab für die Horizontalparallaxe betrifft – einzelne der neueren Ausführungen des Stereoautographen sind mit ähnlichen Einrichtungen zum Ablesen der Höhenparallaxe versehen — so besteht dieser aus einem Millimetermaßstab mit einem Index zur unmittelbaren Ablesung der ganzen Millimeter einerseits und einem eine 0·5 *mm* Teilung tragenden Glasprisma zur Ablesung kleinerer Bruchteile des Millimeters mittels eines Skalenmikroskops anderseits. In dessen Bildebene befindet sich eine 0·1 *mm* Teilung, so daß die Zehntel-Millimeter direkt abgelesen und die Hundertstel-Millimeter geschätzt werden können.

Die Koordinatenmaßstäbe für x und z sind Linearmaßstäbe mit Nonien. Der kleinste Hauptmaßstabteil ist 0·5 *mm*, die Anzahl der Noniusteile 25, daher die Noniusangabe 0·02 *mm*. Durch Schätzung in die halbe Noniusangabe erzielt man Hundertstel-Millimeter.

Die Messung der Bildkoordinaten erfolgt daher mit der gleichen Schärfe wie jene der Parallaxen und man ist somit berechtigt, die beiden Arten von Messungsgrößen als gleich genau zu betrachten.

Hat sich der nach Lage und Höhe bekannte Fixpunkt im normalen und im rechts verschwenkten Plattenpaar abgebildet, so ist

$$e_r = \frac{b}{a_r}(f\cos\varphi - x_2\sin\varphi)$$

Nach Elimination von β lautet die Bedingungsgleichung:

$$e_r\,a_r - e\left(\cos\varphi - \frac{x_2'}{f}\sin\varphi\right)a + b_0\sin\varphi\,.\,\xi_2 + l_3' = 0 \qquad \text{Vb)}$$

wobei

$$l_3' = l_1' - l_2\left(\cos\varphi - \frac{x_2'}{f}\sin\varphi\right)$$

* * *

Ich möchte hier anhangsweise auf die Kritiken zurückkommen, die Prof. Adamczik meiner im Jahre 1909 in diesem Archiv, II. Band, Seite 10, erschienenen Arbeit über die „Gewichtsbestimmungen in der Photogrammetrie" ebenda[1]) und an anderen Orten zu widmen für gut gefunden hat. Diesen gegenüber brandmarke ich vorerst den Verstoß, den Adamczik gegen die literarische Sitte begeht, indem er meinen Gedanken, die überschüssigen Beobachtungen bei der photogrammetrischen Punktbestimmung zum Gegenstand einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen zu machen, aus-

[1]) Intern. Archiv f. Photogr., V. Bd., S. 131 und 221.

giebig benützt, ohne hiefür ein einziges aufrechtes Wort an der richtigen Stelle zu finden. Ich nehme diesen von mir zum erstenmal ausgesprochenen Gedanken nach wie vor als mein alleiniges geistiges Eigentum in Anspruch. An dieser Tatsache vermag der Umstand nichts zu ändern, daß gegen meine seinerzeitige Bearbeitung dieses Themas im einzelnen sachliche Einwände erhoben werden konnten. Solche allein verdichten sich aber niemals zu Ausbrüchen von solcher Leidenschaftlichkeit, wie sie Adamczik nicht müde wird, an verschiedenen Orten mit aufdringlicher Breite auszumalen. Seine herausfordernden Übertreibungen, gegen die ich die entschiedenste Verwahrung einlege, sind von sachlicher Objektivität weit entfernt. Ich erinnere hier z. B. an seine Bemängelung meiner Vernachlässigung des Faktors $x_2 z_1 - x_1 z_2$ im V. Band S. 224 dieses Archivs, für die er in einem dort behandelten Zahlenbeispiel im Endergebnis einen Betrag von „über $\frac{1}{4}$ *m*" berechnet. In den ausgezeichneten „Aufklärungen", in denen Baurat Ing. S. Wellisch a. a. O.[1]) den Adamczikschen Angriffen in überlegener Weise entgegentritt und dessen Kampfesweise niedriger hängt, weist ihm Wellisch einen Rechenfehler nach und stellt das „Ergebnis" von Adamczik dahin richtig, daß jene Vernachlässigung nicht eine Differenz von „über $\frac{1}{4}$ *m*", sondern just nur eine solche von 12 *mm* zur Folge hat. Es betrifft dies die Raumkoordinate Y. Daß diese Vernachlässigung aber in X nur eine Differenz von 6 *mm*, in Z gar nur eine solche von 1 *mm* hervorruft, findet die „Objektivität" Adamcziks, die ihresgleichen sucht, festzustellen nicht für notwendig. Adamczik ist a. a. O. der Ansicht, meine Vernachlässigung von $x_2 z_1 - x_1 z_2$ lasse sich mathematisch nicht begründen. Er vergißt, daß bei der stereophotogrammetrischen Aufnahme die Bilder in der A- und B-Station vermöge des Parallelismus der Kameraachsen und der im Vergleich zur Tiefe des Aufnahmeraumes kurzen Basis gerade in den im Stereoautographen auswertbaren Teilen nahezu gleichen Inhalt haben. Eine Verschiedenheit der Vorzeichen der beiden x gibt es überhaupt nur in dem schmalen Teile des Aufnahmeraumes, der zwischen den beiden Kameraachsen liegt. Und hier ist nur ein $+x_1$ und ein $-x_2$ denkbar. Eine Umkehrung in $-x_1$ und $+x_2$ ist ausgeschlossen. Aus Gründen des stereoskopischen Sehens erweisen sich nur jene Teile des plastischen Geländemodells als praktisch auswertbar, deren Parallaxe größer als 5 *mm* und kleiner als 30 *mm* ist. Es wären also Streifen in einer Gesamtbreite von

$$a = +x_1 - (-x_2) = x_1 + x_2$$

für beide Bilder von jener Vernachlässigung auszunehmen. Die Breite dieser Streifen verjüngt sich von 30 *mm* in den nahen Teilen bis auf 5 *mm* in den Fernpartien. Verglichen mit der Gesamtbreite der beiden Bilder — das Plattenformat 130 × 180 *mm* ist das meist übliche — stellen 5 bis 30 *mm* nur geringfügige Bruchteile des Inhaltes des Plattenpaares dar.

[1]) S. 225 bis 228

Wegen der Vorzeichen von z_1 und z_2 ist darauf zu verweisen, daß man nach Maßgabe der Bodenbeschaffenheit immer bestrebt ist, die Bilder in A und B in nahe gleicher Höhe aufzunehmen, um die Arbeit im Stereoautographen nicht durch zu starkes Nachstellen der rechten Platte mittels der Höhenparallaxenschraube unnötig zu erschweren. In der erdrückenden Mehrzahl der Fälle werden daher die z_1 und z_2 gleiche Vorzeichen haben.

So also sehen Adamcziks Kritiken in wahrhaft objektiver Beleuchtung aus.

Im Felde, im Mai 1918.

Meßbildsucher, System Löschner.

Von Prof. Dr. H. Löschner in Brünn

Bei photogrammetrischen Instrumenten finden sich häufig einfache Diopter angebracht, um in einem gegebenen Standpunkte für eine bestimmte Aufnahmsrichtung den zu erwartenden Bildausschnitt angenähert beurteilen zu können. Eine solche einfache Dioptervorrichtung (mit einem Gesichtsfeldwinkel von 60°) hat Prof. Dr. Finsterwalder schon im Jahre 1890 an seinem für Gletscheraufnahmen möglichst leicht und widerstandsfähig konstruierten Photogrammeter anstatt der gläsernen Visierscheibe anbringen lassen[1]. Auch bei den modernen Stereo-Feldphototheodoliten von Pulfrich-Zeiß, welche übrigens eine Visierscheibe für die schärfere Beurteilung des Bildinhaltes besitzen, finden sich Spitzen-Diopter angeordnet für die erste näherungsweise Beurteilung des horizontalen und des vertikalen Bildwinkels. Man könnte diese Art von Bildsuchern (Ikonometern) als Diopter-Bildsucher im Gegensatze zu den Rahmen-Bildsuchern (zu welchen auch die Visierscheibe gezählt werden kann) bezeichnen.

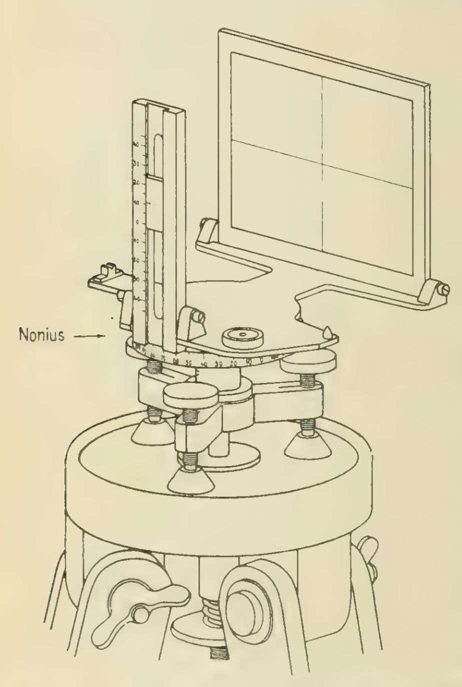
Es ist nun naheliegend, daß für die Vornahme photogrammetrischer Aufnahmen oftmals Rekognoszierungen notwendig oder zum mindesten vorteilhaft sind, für welche die Mitnahme und probeweise Aufstellung des zumeist ziemlich schweren photogrammetrischen Aufnahmsinstrumentes zu umständlich, schwerfällig und kostspielig erscheint[2]. Die Rekognoszierung bezieht sich in erster Linie auf die Wahl der günstigsten Standpunkte, was hin und wieder mehrere Versuchsaufstellungen erfordert; dazu kommen aber noch Vorerhebungen über die günstigste Aufnahmszeit im Hinblicke auf günstigen Sonnenstand oder eine andere bestimmte Beleuchtungsart, manchmal auch hinsichtlich der Verkehrsdichte und sonstiger jeweilig in Betracht kommender Umstände. Jedenfalls erweist sich ein von dem Aufnahmsinstrumente ganz unabhängiger, leicht übertragbarer und handlicher Meßbildsucher als sehr zweckdienlich.

1) Vgl. Bayer. Industrie- und Gewerbeblatt 1890, S. 630.

2) Der Feldphototheodolit von Zeiß Nr. 8715 (v. J. 1913) wiegt samt Instrumentenkasten 17·70 *kg*; hiezu kommt das Gewicht des getrennt zu tragenden Dreifußes samt Kästchen mit 4·40 *kg*; schließlich das Stativgewicht mit 6·75 *kg*.

Schon Meydenbauer hat speziell für die Architekturphotogrammetrie die Vornahme einer Rekognoszierung unter Verwendung eines einfachen Freihandbildsuchers empfohlen und Truck, hat bei seinen ausgedehnten Geländeaufnahmen das von ihm konstruierte „Ikonometer" auf einfachem Dreifußstativ vorteilhaft verwendet[1]).

Da nun das in der Zeitschr. für Verm. 1909 S. 667 abgebildete Trucksche Ikonometer meinen Wünschen und Anforderungen nicht vollends entsprach, ließ ich im Juli 1914 in der math.-mech. Werkstätte R. & A. Rost in Wien nach meinen Angaben einen „Meßbildsucher" herstellen, den ich hiemit nach verschiedenen Erprobungen bei photogrammetrischen und stereophotogrammetrischen Aufnahmen vorführe[2]).



Wie die Figur zeigt, besitzt der neue Meßbildsucher gleichwie der Trucksche einen auf- und niederklappbaren Okularständer mit längs einer Teilung verschiebbarem Visierlochschlitten und einen auf- und niederklappbaren Meßbildrahmen. Beim Gebrauche werden Visierlochständer (Okularständer) und Meßbildrahmen normal zur Grundplatte des Instrumentes gestellt und ist dann ihr senkrechter Abstand gleich der Brennweite des in Betracht kommenden Phototheodolitobjektivs (im vorliegenden Falle 126·3 *mm*). Die innere Begrenzung des Meßbildrahmens ist nach der nutzbaren Fläche der in Verwendung kommenden photographischen Platten bemessen. (Sie mißt 79 × 109 *mm* beim Plattenformate 9 × 12 *cm*). Der Meßbildrahmen enthält eine durchsichtige Glasplatte mit einem fein (rot) markierten Achsenkreuz.

[1]) Vgl. Truck: Zeitschr. f. Verm. (38), 1909, S. 618 u. 626, sowie S. 665 ff.

[2]) Ich finde meine Benennung „Meßbildsucher" bezeichnender als das allerdings schon ziemlich eingebürgerte Fremdwort „Ikonometer", das in seiner Übersetzung lediglich „Bildmesser" bedeutet und daher nicht ausdrücklich besagt, ob es sich um ein Hilfsmittel der Photographie oder der Photogrammetrie handelt. In letzterer Beziehung läßt sich hingegen zwischen Bildsucher einerseits und Meßbildsucher anderseits sicher unterscheiden.

Zur Horizontierung dient eine Dosenlibelle.

Die Aufnahmsachse (also die spätere Richtung der Hauptvertikalebene der photographischen Kamera) ist durch das Visierloch und den vertikalen Markenstrich auf der Rahmenglasplatte gegeben.

Die durch den Zentrierungspunkt des Instrumentes senkrecht zur Aufnahmsachse (also parallel zur Meßbildrahmenebene) laufende Richtung ist auf der Grundplatte durch Visier und Korn gegeben, über welche bei Rekognoszierungen für Stereoaufnahmen von einem zum anderen Basisendpunkte zu visieren kommt.

Für Rekognoszierungen zu Aufnahmen der Meßtischphotogrammetrie (Einfachen Bildmessung) ist bei meinem Instrumentchen ein Teilkreis mit Nonius vorgesehen; die Noniusangabe ist 10 Minuten. Mein Instrument besitzt ferner Dreifußunterbau und wird mit dessen Hilfe rasch und sicher auf ein leichtes Scheibenstativ mit entsprechend großem Zentrierloch, Stengelhaken und Senkel aufgestellt, horizontiert und zentriert. Die, den Meßbildsucher tragende Grundplatte mit dem nach abwärts befestigten Nonius läßt sich bei festbleibendem Horizontalkreis leicht um die vertikale Stehachse des Instrumentes drehen und nach jeder Richtung rasch einstellen. Grob- und Feinstellschraube wurden von mir nicht als notwendig empfunden[1].

Der Visierlochständer besitzt eine Halbzentimeterteilung und es kann mit Hilfe seines neben der Einsehöffnung einen Ableseindex tragenden Schlittens (Schiebers) die zweckmäßigste Höhenlage des Phototheodolitobjektivs in bezug auf den Horizont rasch ausgemittelt und in Vormerk gebracht werden. (In der Figur ist die Einsehöffnung auf 11 *mm* über den Horizont eingestellt.)

Meßbildsucher und Instrumentenkästchen zusammen wiegen in der Rostschen Ausführung 2·68 *kg*. (Hiezu wird bemerkt, daß kein Leichtmetall Verwendung fand.) Das Stativ wiegt 3·98 *kg*[2].

[1]) Die Abbildung des Truckschen Ikonometers (Zeitschr. f. Verm., 38, 1909, S. 667) läßt in bezug auf die Drehbarkeit um die Stehachse nichts Sicheres erkennen. Bevor ich die Grundsätze für einen neuen Meßbildsucher aufstellte, wandte ich mich daher an die das Trucksche Instrument ausführende Firma Rost in Wien um Auskunft über diese Einzelheit. Die Firma schrieb: „Eine Verstellung oder Verdrehbarkeit um den Horizont ist nur insoferne möglich, als die untere Platte ein Loch trägt und das Ikonometer auf einem photographischen Stativ befestigt und nach Lüftung der Schraube verdreht werden kann."

[2]) Das Instrument wurde vom Verfasser gelegentlich des Vortrages: „Zur Geschichte und Anwendung von Photographie und Photogrammetrie" im Deutschen Ingenieurverein in Mähren am 26. Januar 1918 vorgeführt.

Kleine Mitteilungen.

Deutsche photographische und photogrammetrische Aufnahmen belgischer Kunstdenkmäler. In Belgien ist die große Arbeit der Aufnahme aller Kunstdenkmäler des Landes in vollem Gange. Die Leitung der Inventarisierung liegt in den Händen eines Ausschusses unter Vorsitz des Bonner Kunsthistorikers Geh. Rat Clemen.

Die erste Aufgabe des Ausschusses ist eine möglichst umfassende photographische Aufnahme der belgischen Kunstdenkmäler. Die Platten, die die stattliche Zahl von etwa 10.000 erreichen, sollen bei der preußischen Meßbildanstalt in der Schinkelschen Bauakademie zu Berlin niedergelegt werden und hier ständig zugänglich sein.

Hand in Hand mit der photographischen Aufnahme geht die wissenschaftliche Bearbeitung der Denkmäler. Da die belgische Regierung eine wissenschaftliche Inventarisierung des Kunstbesitzes vernachlässigt hat, ist hier viel Neuland zu bearbeiten. Die Leitung liegt in Händen des Dresdener Museumsmannes Dr. Erwin Heusler, dem eine ganze Reihe Mitarbeiter zur Seite steht, unter anderem der Marburger Ordinarius der Kunstgeschichte Prof. Hamann. Die Kunstgelehrten bearbeiten den Stoff nicht nach örtlichen Bezirken, sondern nach ihren wissenschaftlichen Sondergebieten.

Der Wert der Photographie für die Kulturgeschichte ist längst bekannt, ist aber erst in neuerer Zeit praktisch erprobt worden. Die Photographie bildet für die Entwicklungsgeschichte der Kultur eine wichtige Quelle, sie stellt gewissermaßen eine unverfälschte, in jeder Hinsicht naturgetreue Urkunde dar, die dauernden Wert besitzt. Als Quellenmaterial spiele die Photographie gerade auch im furchtbaren Weltkriege, aber zugleich auch als Beweismaterial eine ganz bedeutende Rolle. Auf allen Gebieten der Kultur stellt die Photographie eine Art historisches Dokument dar, mag es sich nun um Wissenschaft oder Kunst, Handel, Industrie, Gewerbe, Technik oder Verkehr handeln: die Photographie gibt ein untrügliches Bild ihrer Entwicklung, ihrer Leistungen zu allen Zeiten. Hätte man dies früher erkannt, so wäre wohl manches jetzt besser zu verstehen und klarer darzustellen. Man betrachtete aber lange Zeit die Photographie nur als Spielerei und kam nicht auf den Gedanken, sie in den Dienst der Kultur zu stellen. Zunächst brach sie sich lediglich in der Kunst Bahn. Sie hatte selbst lange Zeit zu ringen, da man nicht wußte, ob man sie selber als Kunst oder als Handwerk ansehen sollte, ein leidiger Streit entspann sich hierüber, der auch heute noch nicht ganz geklärt ist. Ein in der Tat müßiger Streit! Die Photographie kann im Grunde genommen, sowohl als Kunst als auch als Handwerk betrieben werden, man kann sie als Kunsthandwerk oder als Kunstgewerbe ansehen, sie bleibt bei alledem, was sie in der Tat ist: eine Kulturtat, die bei ihrer außerordentlichen Entwicklung, die sie genommen hat, zu den ersten Kulturfaktoren unserer Zeit zu rechnen ist. Es wäre daher Zeit, daß die Streitereien um die Zugehörigkeit der Photographie zu dieser oder jener Kulturerscheinung ein Ende nähmen. Sie hat sich hervorragend entwickelt und vervollkommnet, leistet Hervorragendes, und dieses sollte genügen!

Man hat die Photographie bereits in Archiven vereinigt. Man wird sie auch nicht mehr auf Veranstaltungen vermissen, die auf wissenschaftlichem, künstlerischem, industriellem, gewerblichem, technischem Gebiete getroffen werden. Immer und überall dient sie zur Veranschaulichung, und zwar zur lebendigen, naturgetreuen Veranschaulichung, zur Demonstration, zur Belehrung. Auch die zahlreichen deutschen Aufnahmen in Belgien stellen ein äußerst wichtiges Kulturdokument dar — für alle Zeiten.

Wir freuen uns, daß die von Meydenbauer begründete Meßbildanstalt zu Berlin Gelegenheit gehabt hatte, eine so reiche Ausbeute an architekturphoto-

grammetrischen Materiale zu machen, wie es die herrlichen Baudenkmäler Belgiens bieten und erwarten, daß uns ihr gegenwärtiger Leiter, Architekt v. Lüpke, in Bälde eine Darstellung der interessanten Arbeiten bieten wird.

Österreichische Expedition nach Südwest-China unter Dr. v. Handel-Mazzetti. Im IV. Bande, S. 234, und im V. Bande, S. 149, dieser Zeitschrift wurde kurz über die Reise des Österreichers Dr. v. Handel-Mazzetti berichtet. Nach eingetroffenen Mitteilungen brach er im Juni 1917 von Kweiyang auf, durchwanderte zum Teil noch gänzlich kartographisch unbearbeitete Gebiete, machte topographische Aufnahmen und führte vielfach wesentliche Berichtigungen in den vorhandenen Aufnahmen des Flußnetzes durch. Er passierte geologisch interessante Gegenden mit steil gestellten Schichten von Sandsteinen, mit sanften zusammenhängenden Ketten der Kalkformation, mit Dolinen und Ponoren, die häufig Bäche aufnehmen und diese nach kurzem, unterirdischem Laufe wieder ans Tageslicht treten, und beobachtete wasserreiche Wasserfälle.

Handel-Mazzetti, der bereits ein reiches photo-topographisches Material gesammelt hat, konnte leider infolge unzureichenden Plattenmaterials einerseits und mangels überhöhter Standpunkte anderseits nur wenige photogrammetrische Aufnahmen ausführen, was im Interesse der Wissenschaft sehr zu beklagen ist, und zwar um so mehr, als der Forscher in photo-topographischen Arbeiten Erfahrung besitzt, und mit Recht gute Aufnahmen zu erwarten gewesen wären.

Photogrammetrische Arbeiten im Kriege. In den nächsten Bänden des Archivs werden gewiß Arbeiten photogrammetrischen Inhalts zur Veröffentlichung gelangen, die im Kriege entstanden sind und mit den verschiedenen Anwendungen, welche die „Photographische Meßkunst" im Kriege gefunden hat, im Zusammenhange stehen. Es ist nicht unbekannt, welch große und nützliche Auswertung die photographischen Aufnahmen aus den Luftfahrzeugen gefunden haben, welche Fülle neuer Apparate entstanden ist, die großes Interesse erwecken werden. Photogrammetrische und stereophotogrammetrische Aufnahmen sind fast an allen Fronten gemacht und verwertet worden, nicht nur bei den Heeren der Mittelmächte, sondern auch bei den Armeen der Entente.

Stereo-Autogrammetrie in Österreich. Dieser Zweig der Stereophotogrammetrie, der in Österreich ganz besondere Pflege und zielbewußte Ausnützung gefunden hat, war durch die Kriegsvermessung im Militärgeographischen Institute in Wien in hohem Maße in den Dienst der Topographie gestellt worden. Mehrere Stereo-Autographen bearbeiteten das reiche Plattenmaterial, das auf dem Balkankriegsschauplatz (Serbien, Montenegro und Albanien) gewonnen wurde, und welch schöne Resultate sind erzielt worden.

Stereo-Autogrammetrie bei den Franzosen. Nach den Nachrichten, welche schon während des Krieges eingetroffen sind, stand ein Stereo-Autograph im Dienste der französischen Salonikiarmee und es sollen zahlreiche Stereoaufnahmen es ermöglicht haben, daß die lückenhaften und ungenauen Karten der von den Franzosen besetzten und eingesehenen Gebiete eine gewünschte Ergänzung erfuhren.

Stereographik Ges. m. b. H. in Wien. Verrollt ist der Donner der Schlachten, zerstört sind unendliche Kulturwerke und der zagende Mensch steht vor dem Aufbau einer neuen Welt auf Ruinen. Der Techniker, dem die Zukunft unzweifelhaft gehört, zögert nicht, ernst und zielbewußt nimmt er die Arbeit auf, die allein die Menschheit aufrichten kann.

So nimmt das vom Zeiß-Werk in Jena ins Leben gerufene Institut: die Stereographik Ges. m. b. H. in Wien, nach fünfjähriger Unterbrechung durch den Krieg seine Tätigkeit wieder auf. Während das gesamte Personal im Weltkriege zur Militärdienstleistung eingerückt war, standen die Stereo-Autographen und Feldausrüstungen in Benützung bei dem Kriegsvermessungswesen Österreich-Ungarns, das damit, insbesondere in den Balkanländern, viele Tausende Quadratkilometer im Maßstabe 1 : 25.000 stereophotogrammetrisch aufnehmen ließ.

Unzweifelhaft werden bei Inangriffnahme von technischen Studien entsprechende Plan- und Kartenunterlagen gebraucht, die als gute Schichtenpläne hergestellt werden müssen und dem bewährten Institute ein dankenswertes Feld fruchtbringender Tätigkeit liefern werden.

Wir hoffen, schon im nächsten Bande des Archivs Gelegenheit zu haben, über interessante Aufnahmen der Stereographik berichten zu können.

Literaturbericht.

Bücherbesprechungen.

Zur Rezension gelangen im allgemeinen Bücher, welche der Redaktion des „Archivs für Photogrammetrie" zugesendet werden.

Johann Heinrich Schulze, der Lebenslauf des Erfinders des ersten photographischen Verfahrens und des Begründers der Geschichte der Medizin. Von Hofrat Dr. J. M. Eder. Wien 1917. Aus der k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt in Wien.

Hofrat Prof. Dr. J. M. Eder, ein Photochemiker von Weltruf, hat sich durch seine „Quellenschriften zu den frühesten Anfängen der Photographie bis zum XVIII. Jahrhundert" (Halle a. S. 1913) ein großes Verdienst erworben. Die vorliegende Biographie, welche als eine Fortsetzung der genannten Studien anzusehen ist, gewährt in die rege Forschertätigkeit an den deutschen Hochschulen des XVIII. Jahrhunderts einen klaren Einblick, sie läßt wichtige Forschungsergebnisse deutscher Gelehrter lebendig vor unseren Augen entstehen und steht in innigem Zusammenhange mit der Geschichte der Photographie, wodurch den Deutschen der Ruhm gesichert wird, in einem ihrer hervorragendsten Gelehrten den Erfinder des ältesten photographischen Verfahrens zu sehen.

Eder gebührt untrüglich das große Verdienst, im Jahre 1881 die grundlegende Abhandlung des Prof. Dr. J. H. Schulze aus dem Jahre 1727 der Vergessenheit entzogen und gezeigt zu haben, daß Schulze im Jahre 1727 jene chemische Reaktion der Silbersalze, auf der die Photographie beruht, entdeckte und sie als Erster zur Lichtzeichenkunst anwendete, wodurch er zum Erfinder der Photographie wurde. Eders weitere einschlägige Arbeiten in seiner „Geschichte der Photographie" (1905) und seine „Quellenschriften" zeigen, welch hohe Pietät der Autor dem großen Gelehrten zollt und wenn er nun in der vorliegenden Studie, die Persönlichkeit Schulzes, seinen Lebenslauf und den Zusammenhang seiner geistigen Arbeit mit dem Leben der wissenschaftlichen Kreise seiner Zeit an der Hand seiner fast verschollenen Autobiographie sowie nach den Schilderungen seiner Zeitgenossen uns schildert, so kann er durch diese mühevolle Arbeit des Dankes der fachwissenschaftlichen Welt sicher sein.

Der Druck, die Illustrationstafeln und die geschmackvolle Ausstattung, was alles die Graphische Lehr- und Versuchsanstalt in Wien besorgte, zeigen, auf welch bedeutender, achtunggebietender Höhe diese unsere Anstalt steht. D.

Referate über

Fachartikel in wissenschaftlichen Publikationen.

1. „Aufgaben und Tätigkeit der Kriegsmappierung auf der Balkanhalbinsel." Von H. Ginzl in „Mitteilungen der Geographischen Gesellschaft in Wien", Band 61, Wien 1918.

Der Autor, der als Kommandant der Kriegsvermessung im Militärgeographischen Institute in Wien tätig war, behandelt die Tätigkeit der beiden Gruppen

der Kriegsvermessung, von denen die eine an der Kampffront mannigfaltige und unmittelbar der Kampf- und Gefechtsführung dienende vermessungstechnische Aufgaben zu lösen hatte, während die andere Gruppe in besetzten, feindlichen Gebieten mit der Durchführung der Landesaufnahme und der Herstellung neuer Kriegskarten beauftragt war. Die Aufgaben und die Tätigkeit der letzten Gruppe wurden eingehender zur Darstellung gebracht.

Die geodätischen und kriegstopographischen Arbeiten, welche in unmittelbarem Anschlusse an der Eroberung vieler Gebiete auf der Balkanhalbinsel im Herbste 1915 eingesetzt hatten, füllen ein Ruhmesblatt in der Geschichte unseres leistungsfähigen Militärgeographischen Institutes. Nachfolgend sei aus der Darstellung des Obersten Ginzl nur jener Teil wiedergegeben, der sich auf die Verwendung der Photographie im Dienste der Vermessung bezieht und mit welchem er in dem am 18. April 1918 abgehaltenen Vortrage in der Geographischen Gesellschaft in Wien das Auditorium überraschte.

„Die Stereophotogrammetrie arbeitet dermalen mit drei Abteilungen, und zwar mit den normalen Instrumenten und nach der im Frieden erprobten Arbeitsmethode Lediglich der Umstand, daß in feindlichem Gebiete gearbeitet wird, und daß man im vorhinein nicht weiß, ob auch die Möglichkeit bestehen wird, ihre Arbeitsresultate noch durch den Mappeur zu vervollständigen, hat eine Erweiterung der Photogrammetrie notwendig gemacht.

Es ist bekannt und selbstverständlich, daß die Stereophotogrammetrie keine vollständige Karte liefern kann, denn außer dem, was die photographische Platte und der Stereoautograph lieferte, fehlt noch eine Menge, so die militärische Klassifikation der Wege, die Charakterisierung der Bodenbedeckung, die Nomenklatur der Ortschaften, Berge, Flüsse usw. Schließlich bleiben im Gesamtergebnis überall dort kleinere oder größere Lücken, wo im übersichtlichen oder stark gegliederten Terrain die photographische Platte versagt. Dies betrifft hauptsächlich schmale oder enge Täler, dann die Dolinen im Karst. Diese Teile muß der Mappeur ergänzen. Zwischen der Stereoarbeit und der nachträglichen Ausarbeitung durch den Mappeur liegt natürlich ein größerer Zeitraum, so daß z B. viele Teile des im Jahre 1917 photographierten Gebietes erst heuer vom Mappeur bearbeitet werden. Um nun im Falle, als dies bei einzelnen Teilen nicht möglich wäre, zu erreichen, daß sie wenigstens provisorisch ergänzt werden können, fertigen die Photogrammeter gleichzeitig mit ihrer Feldarbeit flüchtige Skizzen 1 : 100.000 an. Diese enthalten Gerippe, Terrain und Nomenklatur und bilden eine wertvolle Ergänzung, wenngleich sie begreiflicherweise eine Mehrbelastung des Photogrammeters darstellen.

Bisher wurden 19.000 km^2 stereophotogrammetrisch ausgearbeitet, wovon etwa die Hälfte noch zu topographieren ist.

Die Ausarbeitung der Platten am Stereoautographen bewirkt eine Autogrammetrieabteilung in folgender Weise:

Auf einer Glasplatte aufgespannte Zeichenpapiere dienen als Konstruktionsblätter der einzelnen Aufnahmssektionen 1 : 25.000, in deren maßhaltigen Rahmen alle trigonometrischen Punkte und Standpunkte nach Koordinaten aufgetragen werden. Hiezu dient ein Koordinatograph, den die Firma Coradi in Zürich im Jahre 1917 eigens gebaut hat. Das Konstruktionsblatt bleibt als maßhaltiger Prüfstein aufbewahrt. Von diesem wird auf Pauspapier eine Kopie angefertigt, die, in den Autographen eingespannt, das Originalelaborat bildet. Schichten werden auf ihr in Schwarz, Wege und Häuser rot, Wald grün ausgezogen. Nach Fertigstellung werden zwei neue Kopien des Konstruktionsblattes hergenommen und auf eine derselben nur das Gerippe, auf die andere nur die Schichten übertragen. Eine dritte Kopie enthält alle Koten und sonstige Höhenpunkte, sowie eventuelle Nomenklatur; die Lagerichtigkeit ist trotz kleiner Schrumpfungen des Originalblattes infolge partienweisen Einpassens gewährleistet.

Kopie 1 und 2 werden im Institute photolithographisch im genauen Maße 1 : 50.000 zusammengedrückt, und zwar Gerippe blau, Schichten braun auf Zeichenpapier. Diese Drucke bilden die Grundlage des Mappeurs. Sie werden auf dem Meßtische aufgespannt und weiter bearbeitet. Kopie 3 dient als Oleate vervielfältigt dem Mappeur als Behelf.

Es muß betont werden, daß sich die Elaborate der Autogrammetrie als vollkommen genau erwiesen haben; was die Schichtenführung anbelangt, ist sie eine so naturtreue, daß sie vom Mappeur auf keine Weise besser erreicht werden kann. Der größte Wert dieser Elaborate liegt in der Möglichkeit einer ganz enormen Beschleunigung der Mappeursarbeit gerade in den schauerigsten, wildesten Gegenden, die man je nach Terrain und Ergiebigkeit der Photogrammetrie etwa drei- bis sechsfach annehmen kann."

Auf einer Kartenbeilage kann der Arbeitsfortschritt der Triangulierung, Stereophotogrammetrie und Mappierung mit Ende des Jahres 1917 ersehen werden.

Wir verbeugen uns vor der hervorragenden geodätischen Leistung der Kriegsvermessung auf dem Balkan, die unzweifelhaft im Dienste der Kultur verwertet und der Wissenschaft und Technik mit Erfolg dienen wird. Mit ganz besonderem Stolze muß uns die Leistung der Stereoautogrammetrie erfüllen, die auf dem Balkan ein dankenswertes und ergiebiges Feld fruchtbringender Tätigkeit gefunden hat. D.

2. „Über die Verzeichnung des photographischen Bildes bei Einschaltung von durchsichtigen planparallelen Platten." Vortrag im Deutschen Ingenieurverein in Brünn am 18. Januar 1919 von Ing. Prof. Dr. techn. K. Zaar.

Prof. Zaar, der durch seine Studien über Spiegelphotogrammetrie sowie sein photogrammetrisches Körpermessungsverfahren mittels der Schnittlinienmethode wertvolle Beiträge für den Ausbau der „Photographischen Meßkunst" geliefert hat, behandelt in seinem vorstehend angeführten Titel seines Vortrages ein Thema, das gewiß das größte Interesse erwecken muß. Die Forschungsergebnisse des Vortragenden können wie folgt zusammengefaßt werden:

Die durch die Einschaltung durchsichtiger planparalleler Platten in den Strahlengang eines Loch- oder photographischen Objektivs entstehenden Verzeichnungen machen sich in Verschiebungen der Bildpunkte geltend, deren Größe in den „Polarparallaxen" zum Ausdruck kommt Diese sind, wenn die Planplatten parallel zur Bildebene angenommen werden, auf Polstrahlen, mit dem Hauptpunkt des Photogrammes als Pol, gelegen und positiv oder negativ, je nachdem sich die Platte vor oder hinter dem Objektiv befindet Im ersteren Falle ist die Größe der Polarparallaxe unter anderem auch von der Objektsdistanz abhängig, so daß die Bildpunktunterschiede Rückschlüsse auf die Distanzen zulassen. Besonderes Interesse kommt den Verzeichnungslinien zu, welche sich als Abbildungen von Geraden, die parallel zur Bildebene verlaufen, bei Platteneinschaltung ergeben. Sie sind durch Kurven vierter Ordnung charakterisiert, welche sich in dem Falle, als die Plattendicke gleich der Objekts- beziehungsweise Bildweite wird, zu Kegelschnittslinien wandeln. Dr. Zaar besprach hierauf die Einflüsse der Platteneinschaltung vom Standpunkte der Photogrammetrie und Stereophotogrammetrie, die sich vornehmlich in Winkelfälschungen beziehungsweise Lageveränderungen der aus dem Photogramm rekonstruierten Punkte äußern. Durch je eine vor und hinter das Objektiv gestellte Platte, deren Dickenverhältnis bestimmten Forderungen genügen muß, lassen sich die Verzeichnungserscheinungen für eine Objektsdistanz aufheben. Von den ausführlichen Angaben über die Möglichkeit einer stereoskopischen Verwertung zweier Platten als Abbildungsergebnisse eines Objektes mit und ohne Planplatteneinschaltung ist besonders jene bemerkenswert, nach welcher sich derartige Photogramme einer stereoskopischen Bildausmessung im Stereokomparator unterwerfen lassen. Zum Schlusse zog der Vortragende die sich aus seinen Theorien für die Praxis ergebenden Folgerungen, wobei verschiedene Anwendungsgebiete berührt wurden. Der Vortrag wurde durch eine große Anzahl instruktiver Lichtbilder

sowie durch viele mathematische Formeln illustriert, die den Zuhörern die interessanten wissenschaftlichen Ergebnisse in klarer und anschaulicher Weise vermittelten.

Wir hoffen, im nächsten Hefte des Archivs eine Originalabhandlung des Prof. Dr. K. Zaar über seine neuen Studien bringen zu können. D.

Bibliographie.

1. Selbständige Werke.

Carus J.: Flugzeugphotographie, Berlin 1918.
Eder J. M. Dr.: Johann Heinrich Schulze, der Lebenslauf des Erfinders des ersten photographischen Verfahrens und des Begründers der Geschichte der Medizin, Wien 1917.
Derselbe: Rezepte und Tabellen für Photographie und Reproduktionstechnik. 9. Aufl., Halle a. S., 1917.

2. Journalliteratur.

Adamczik J.: „Theorie der stereophotogrammetrischen Punktbestimmung" in der „Zeitschrift für Vermessungswesen", Stuttgart 1918.
Derselbe: „Photogrammetrische Punktbestimmung aus überzähligen Bildern", ebenda 1918.
Bagley J. W.: „The use of the panoramic camera in topographic surveying" in „U. S. Geol. Survey", Washington 1917.
Dock Dr. Hans: „Die Bedeutung der Stereophotogrammetrie für die Forsttechnik" in den „Verhandlungen der Forstwirte von Mähren und Schlesien", Brünn 1917.
Doležal E.: „Photogrammetrische Lösung des Wolkenproblems aus einem Standpunkte bei Verwendung des Wolkenschattens" in den „Sitzungsberichten der Akademie der Wissenschaften in Wien", Wien 1918.
Ginzl H.: „Aufgaben und Tätigkeit der Kriegsmappierung auf der Balkanhalbinsel" in den „Mitteilungen der Geographischen Gesellschaft", Wien 1918.
Karpinsky E.: „Einfache und leicht durchführbare Arten der Untersuchung für die wichtigsten Fehler des Objektivs" in der „Photographischen Rundschau", 1918.
Lagally M.: „Die Abbildung einer bewegten Ebene durch eine photographische Kamera mit Schlitzverschluß" in den „Sitzungsberichten der Königl. Bayerischen Akademie der Wissenschaften", München 1918.
Löschner Dr. Hans: „Photoprofile", eine neue geodätische Aufnahmemethode" in der „Photographischen Korrespondenz", Wien 1918.
Derselbe: „Gruppierung der Meßbildinstrumente" in der „Zeitschrift für Instrumentenkunde", Berlin 1918.
Derselbe: „Über photographische Meßkunst. Streifzüge zu ihrer Geschichte und ihrer Bedeutung für Bauingenieure und Architekten" in der „Österreichischen Wochenschrift für den öffentlichen Baudienst", Wien 1918.
Mack K.: „Eine neue Methode und ein neues Gerät zur Konstruktion von Perspektiven" in den „Sitzungsberichten der Akademie der Wissenschaften in Wien", Wien 1918.
Schilling F.: „Neue Methode der Ortsbestimmung eines Fremdkörpers, insbesondere eines Geschosses, im menschlichen Körper durch Röntgenaufnahmen, ein einfaches Beispiel der Photogrammetrie" in der „Zeitschrift für Math. u. Phys.", Leipzig 1917.

Vereinsnachrichten.

Sektion „Österreich" der „Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie".

Vereinsjahr 1917.

Auch das Jahr 1917, das dritte Kriegsjahr, ist auf das Verlustkonto der Gesellschaft zu buchen. Es fanden keine Monatsversammlungen statt, welche die Mitglieder sonst zu regem fachlichen Gedankenaustausche vereinigten, und auch die ordentliche Hauptversammlung konnte in satzungsmäßiger Weise nicht abgehalten werden. Der Ausschuß nahm den folgenden Bericht des Kassiers entgegen:

Kassaübersicht für 1917.

Einnahmen	K	Ausgaben	K
Barbestand am 1. Januar 1917	2147·72	Archiv und Drucksorten	1608·82
Zinsen	576·84	Portospesen etc.	39·11
Unterstützungen	1495·—	Kriegsfürsorge	2·—
Mitgliederbeiträge	276·—	Postsparkassengebühren	3·16
Zahlung der Sektion „Deutschland" für Archiv	1000·—	Diener	50·—
Effektendepot	6633·66	Effektendepot	6633·66
Rückständige Beiträge	264·—	Rückständige Mitgliedsbeiträge	264·—
		Barbestand und Postsparkasse	3791·47
	12392·22		12392·22

Wien, am 4. Juni 1918.

Geprüft und richtig befunden:

R. Goldmann m. p. August Rost m. p.

Für die tadellose und unverdrossene langjährige Führung der Kassegeschäfte wurde dem Herrn Direktor F. Neuffer Dank und Anerkennung ausgesprochen und ebenso wurde den Herren Revisoren R. Goldmann und A. Rost der Dank zum Ausdrucke gebracht.

Da die durch die Statuten vorgeschriebenen Neuwahlen des Ausschusses nicht durchgeführt werden konnten, haben sich die Mitglieder des bisherigen Vorstandes bereit erklärt, ihre Funktionen auch in dem Vereinsjahre 1918 auszuüben.

Sektion „Deutschland" der „Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie".

Von der Leitung der Sektion „Deutschland" sind der Redaktion keine Mitteilungen zur Veröffentlichung zugekommen.

Bibliothek der Gesellschaft.

Der Bibliothek sind nachstehende Publikationen als Geschenke zugekommen:

Dock H. Dr.: „Die Bedeutung der Stereophotogrammetrie für die Forsttechnik", Sonderabdruck.

Doležal E.: „Photogrammetrische Lösung des Wolkenproblems aus einem Standpunkte bei Verwendung des Wolkenschattens", Sonderabdruck.

Löschner H. Dr.: „Über photographische Meßkunst", Sonderabdruck.

Mack K.: „Eine neue Methode und ein neues Gerät zur Konstruktion von Perspektiven", Sonderabdruck.

Schluß der Redaktion Januar 1919.